

**BEITRÄGE
ZUR
VIBRO- UND PSYCHOAKUSTIK**

Herausgeber: Helmut Fleischer und Hugo Fastl

Helmut Fleischer

**NICHTLINEARITÄT BEI GONGS:
ANALYSE DES SCHALLSIGNALS**

NICHTLINEARITÄT BEI GONGS: ANALYSE DES SCHALLSIGNALS

Universität der Bundeswehr München
85577 Neubiberg
Deutschland

Heft 1/02 der Reihe

Beiträge zur Vibro- und Psychoakustik

Herausgeber: Helmut Fleischer und Hugo Fastl

ISSN 1430-936X

Herausgeber:

Prof. Dr.-Ing. habil. Helmut Fleischer
Institut für Mechanik
Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik
Universität der Bundeswehr München

Prof. Dr.-Ing. habil. Hugo Fastl
Lehrstuhl für Mensch-Maschine-Kommunikation
Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik
Technische Universität München

Postanschrift:

LRT 4 UniBwM
85577 Neubiberg
Deutschland

Fleischer, Helmut:
Nichtlinearität bei Gongs: Analyse des Schallsignals
Beiträge zur Vibro- und Psychoakustik 1/02
Neubiberg 2002
ISSN 1430-936X

Postanschrift des Verfassers:

Prof. Dr.-Ing. Helmut Fleischer
LRT 4 UniBwM
85577 Neubiberg
Deutschland
Helmut.Fleischer@UniBw.de

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist unzulässig und strafbar. Insbesondere gilt dies für die Übersetzung, den Nachdruck sowie die Speicherung auf Mikrofilm, mit vergleichbaren Verfahren oder in Datenverarbeitungsanlagen.

NICHTLINEARITÄT BEI GONGS: ANALYSE DES SCHALLSIGNALS

Zusammenfassung

Gegenstand der Studie sind Komponenten im Schallsignal asiatischer Gongs, die nicht linear mit Schwingungsmoden verknüpft sind. Die Schallsignale von sieben Burma-Gongs, die in der Mitte einen Buckel aufweisen, werden gründlich mittels FFT-Analyse untersucht. Neben Teiltönen, die von entsprechenden mechanischen Schwingungen des Gongs herrühren, werden mehrere zusätzliche Komponenten gefunden. Anhand der zugehörigen Frequenzen werden sie als Obertöne und Differenztöne identifiziert, die von den ersten beiden axialsymmetrischen Schwingungen 0-1 bzw. 0-2 herrühren. Die bedeutendste dieser Schallkomponenten ist der Oberton mit $2f_{0-1}$, d.h. dem Doppelten der Frequenz der ersten axialsymmetrischen Mode. In aller Regel ist ihre Frequenz so dicht der Frequenz f_{0-2} der zweiten axialsymmetrischen Mode benachbart, dass ein daraus resultierender Ton der (Träger-)Frequenz $\lfloor (2f_{0-1} + f_{0-2})/2 \rfloor$ wahrgenommen wird, der mit der (Schwebungs-)Frequenz $\lfloor 2f_{0-1} - f_{0-2} \rfloor$ schwebt. Das bedeutet, dass die Schwebung von Teiltönen in einem Gongklang nicht von Moden-Splitting, sondern von einem Zusammenspiel einer primären („linearen“) Komponente mit einer sekundären Komponente herrührt, die ihre Ursache in einer Nichtlinearität hat. Messungen der Frequenzintervalle ebenso wie der Abklingzeiten deuten auf eine quadratische Kennlinie hin. Experimentellen und theoretischen Erkenntnissen zufolge ist diese Nichtlinearität durch die Rückstellkraft bestimmt und hat ihre Ursache in der geometrischen Form der untersuchten Burma- und Java-Gongs.

GONG NONLINEARITY: ANALYSIS OF THE ACOUSTIC SIGNAL

Summary

The topic of the study are components in the acoustic signal of Asiatic gongs which are not linearly related to vibration modes. The acoustic signals of seven Burma gongs exhibiting a central dome are thoroughly investigated by means of FFT analysis. Beside partial tones caused by corresponding mechanical vibrations of the gong several additional components are found. By means of the corresponding frequencies they are identified as overtones and difference tones generated by the first two axi-symmetric vibrations 0-1 and 0-2, respectively. The most prominent of these acoustic components is the overtone with $2f_{0-1}$, i.e. twice the frequency of the first axi-symmetric mode. As a rule, its frequency is so close to the frequency f_{0-2} of the second axi-symmetric mode that a resulting tone with (carrier) frequency $\lfloor (2f_{0-1} + f_{0-2})/2 \rfloor$, beating with (beat) frequency $\lfloor 2f_{0-1} - f_{0-2} \rfloor$, is perceived. That means that the beating of partial tones in the gong sound is not due to mode splitting but to interaction of a primary (“linear”) component with a secondary component originating from nonlinearity. Measurements of the frequency intervals as well as the decay times indicate a square-law characteristic. According to experimental and theoretical evidence this nonlinearity is defined by the restoring force and originates from the geometric shape of the Burma and Java gongs under consideration.

INHALT

VORWORT

1.	EINLEITUNG.....	1
2.	VERSUCHSOBJEKTE.....	3
2.1.	Übersicht über die untersuchten Gongs	3
2.2.	Kleiner Gong Nr. I	3
2.3.	Kleiner Gong Nr. II	6
2.4.	Mittlerer Gong Nr. III	7
2.5.	Mittlerer Gong Nr. IV	7
2.6.	Großer Gong Nr. V	8
2.7.	Großer Gong Nr. VI	9
2.8.	Großer Gong Nr. VII	10
2.9.	Zusammenfassende Bemerkung.....	11
3.	AKUSTISCHE ANALYSE.....	12
3.1.	Schallsignal des Gongs Nr. I	12
3.2.	Schallsignal des Gongs Nr. II	14
3.3.	Schallsignal des Gongs Nr. III	16
3.4.	Schallsignal des Gongs Nr. IV	17
3.5.	Schallsignal des Gongs Nr. V	19
3.6.	Schallsignal des Gongs Nr. VI	21
3.7.	Schallsignal des Gongs Nr. VII	22
3.8.	Zusammenfassende Bemerkung.....	24
4.	OBERTÖNE UND DIFFERENZTÖNE	26
4.1.	Sekundäre Komponenten im Klang des Gongs Nr. I	26
4.2.	Sekundäre Komponenten im Klang des Gongs Nr. II	27
4.3.	Sekundäre Komponenten im Klang des Gongs Nr. III	28
4.4.	Sekundäre Komponenten im Klang des Gongs Nr. IV	29
4.5.	Sekundäre Komponenten im Klang des Gongs Nr. V	30
4.6.	Sekundäre Komponenten im Klang des Gongs Nr. VI	32
4.7.	Sekundäre Komponenten im Klang des Gongs Nr. VII	33
4.8.	Zusammenfassende Bemerkung.....	34
5.	ABKLINGEN EINZELNER TEILTÖNE.....	37
5.1.	Abklingen von Teiltönen beim Gong Nr. I	37
5.2.	Abklingen von Teiltönen beim Gong Nr. II	38
5.3.	Abklingen von Teiltönen beim Gong Nr. III	39
5.4.	Abklingen von Teiltönen beim Gong Nr. IV	41
5.5.	Abklingen von Teiltönen beim Gong Nr. V	42
5.6.	Abklingen von Teiltönen beim Gong Nr. VI	43
5.7.	Abklingen von Teiltönen beim Gong Nr. VII	45
5.8.	Zusammenfassende Bemerkung.....	46

6.	QUADRATISCHE NICHTLINEARITÄT	48
6.1.	Monofrequente Anregung	48
6.2.	Anregung mit zwei Signalen unterschiedlicher Frequenz.....	50
6.3.	Abschätzung der Kennlinie aus statischen Berechnungen.....	52
6.4.	Abschätzung der Kennlinie aus Schalldruckmessungen.....	55
6.4.1.	Zeitliches Ausschwingen.....	55
6.4.1.	Unterschiedlich starke Anschläge	56
6.5.	Zusammenfassende Bemerkung.....	58
7.	ABSCHLIESSENDE DISKUSSION UND AUSBLICK.....	59
	LITERATUR.....	66

VORWORT

In Fortführung der Untersuchungen der mechanischen Schwingungen von Gongs, die in Heft 1/01 der Beiträge zur Vibro- und Psychoakustik dargestellt sind, befasst sich Helmut Fleischer in der vorliegenden Arbeit mit deren Schallsignal. Während bei den Schwingungsuntersuchungen (absichtlich) nur kleine Auslenkungen verwendet wurden, um Aufschluss über das Kleinsignalverhalten zu erlangen, steht nun das Großsignalverhalten im Vordergrund. Bei großen Auslenkungen ergeben sich Nichtlinearitäten, die im Schallsignal nachgewiesen werden können.

In umfangreichen, akribischen Studien weist Helmut Fleischer nach, dass bei asiatischen Buckelgongs Verzerrungen auftreten können: Im Schallsignal finden sich Komponenten mit der doppelten Frequenz der 0-1-Grundschiwingung, denen keine Schwingungsform zugeordnet werden kann. Da diese Obertöne nahe der durch die 0-2-Mode erzeugten Frequenz liegen, haben sie offensichtlich in der Literatur bisher keine Beachtung gefunden.

In einer wissenschaftlich vorbildlichen Weise legt Helmut Fleischer dar, dass es sich um quadratische Nichtlinearitäten handeln muss: Die Ausklingzeit des Obertones ist nur halb so lang wie die Abklingzeit des Grundtones, und die Pegel von Oberton und Grundton sind über eine Gerade mit der Steigung 2 verknüpft. Ein weiterer Hinweis auf quadratische Verzerrungen sind Differenzöne zwischen den Primärtönen der Schwingungsmoden 0-1 und 0-2, die allerdings nur mit recht kleinen Amplituden im Schallsignal nachweisbar sind.

Das beobachtete nichtlineare Verhalten führt Helmut Fleischer auf die geometrische Nichtlinearität des gekrümmten Gongs zurück. Von Tellerfedern, die Buckelgongs zumindest prinzipiell ähneln, ist bekannt, dass sie auf Zug und Druck unterschiedlich reagieren. Offensichtlich spielen bei den untersuchten Gongs ähnliche Mechanismen eine Rolle. Eine detaillierte Analyse der Nichtlinearitäten auf der Ebene mechanischer Schwingungsgrößen stellt Helmut Fleischer für einen späteren Bericht in den Beiträgen zur Vibro- und Psychoakustik in Aussicht.

München, im Mai 2002

Hugo Fastl

1. EINLEITUNG

Wenn ein Schwinger untersucht werden soll, dann liegt es nahe, zunächst sein lineares Verhalten zu studieren. Bei Musikinstrumenten reicht dies in aller Regel aus. Nur in wenigen Ausnahmen sind nichtlineare Effekte in die Funktion des Instruments mit einbezogen. Als Beispiele können die Orgel oder die als *Blues Harp* bezeichnete Mundharmonika gelten, bei denen Mitnahmeeffekte (Meyer und Guicking 1974) nicht nur auftreten, sondern teilweise auch gezielt bei der Tonbildung eingesetzt werden.

Mehrere Hinweise deuten darauf hin, dass Nichtlinearitäten auch bei den hier betrachteten Gongs eine maßgebliche Rolle spielen. Gongs, denen in Asien (Varsányi 2000 a) eine wesentliche höhere Bedeutung als im abendländischen Kulturkreis zukommt, gehören nach Hornbostel und Sachs (1914) zur Instrumentenfamilie der Aufschlagsidiophone. Bei einem Teil der Metall-Idiophone, wie z.B. den Glocken (Fleischer 1989 a und b, 1997, 1998, 2000 a) sind nach bisherigem Wissensstand Nichtlinearitäten ohne Bedeutung. Aus der Sicht der Mechanik handelt es sich dabei um *d i c k e* Schalen, deren Auslenkungen klein im Vergleich zur Wanddicke sind. Dazu ist vermutlich auch der chinesische Gong zu zählen, den Grützmaker und Wesselhöft (1959) untersucht haben. Bei einer anderen Gruppe metallener Idiophone ist die Wanddicke jedoch so klein im Vergleich zu den übrigen Abmessungen, dass sie als *d ü n n e* Schalen einzuordnen sind. Dazu gehören die Buckelgongs, die Gegenstand des vorliegenden Berichts sind. Vier davon sind in Fig. 1 abgebildet.

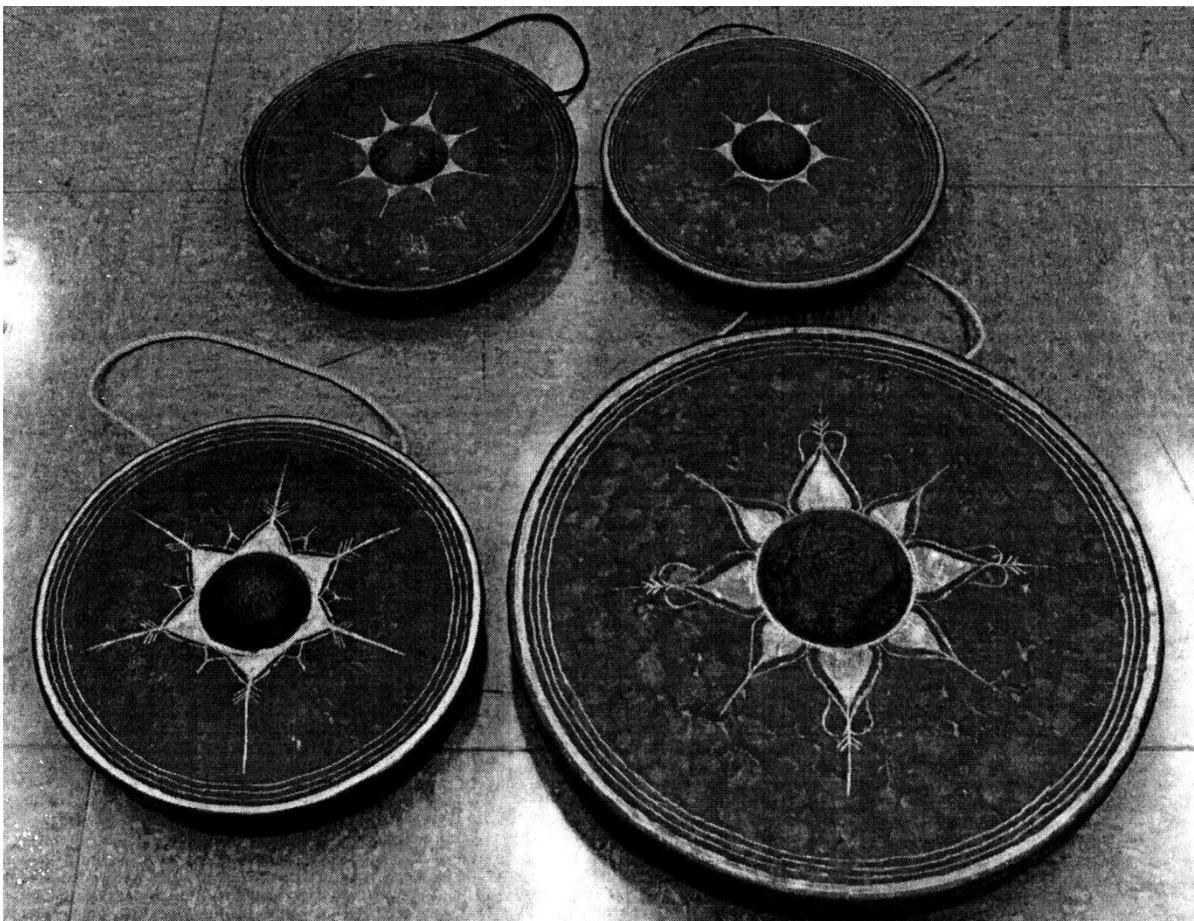


Fig. 1. Einige der untersuchten burmesischen Buckelgongs.

Bei einer eingehenden Studie der Schwingungen von sieben Burma-Gongs und zwei Java-Gongs (Fleischer 2001) waren im Schallsignal ausgeprägte Spektralkomponenten nachzuweisen, die keine Entsprechung in einer mechanischen Schwingung des Gongkörpers finden. Da die Frequenz des betreffenden Teiltones exakt das Doppelte der Frequenz einer stark ausgeprägten Teilschwingung ist, liegt es nahe, nichtlineare Zusammenhänge als Ursache zu vermuten: Höchstwahrscheinlich auf Grund der Tatsache, dass bei Gongs die Auslenkungen in der gleichen Größenordnung oder unter Umständen sogar größer als die Wanddicke sind, können offenbar Nichtlinearitäten zum Tragen kommen. Darauf hat bereits Fletcher (1985) im Zusammenhang mit der Empfindung einer ansteigenden bzw. abnehmenden Tonhöhe hingewiesen, die manche chinesischen Gongs hervorrufen. Nichtlineare Kopplungen zwischen den Schwingungen werden von Fletcher und Rossing (1982) am Beispiel von Flachgongs, den so genannten Tamtams, betrachtet. Dieselben Autoren behandeln (1983) nichtlineare Schwingungen von Platten und Gongs. Mit den Mechanismen, die dabei wirken und teilweise chaotisch ablaufen, befassen sich Legge und Fletcher (1989). Eine Zusammenfassung dieser Überlegungen findet sich bei Fletcher und Rossing (1998).

Das „Kleinsignalverhalten“ einer Reihe von Gongs, d.h. ihr Schwingungsverhalten bei kleinen Auslenkungen, ist bereits in mehreren Experimentalstudien ausführlich untersucht worden (Twork 1997, Bogolowski 1999, Varsányi 2000 b, Fleischer 2001 und 2002). Dazu liegen am Institut für Mechanik ausreichende Daten vor. Darüber hinaus sind Anstrengungen unternommen worden, Eigenmoden solcher Gongs mit Hilfe der Methode der Finiten Elemente zu berechnen; vgl. Twork (1997), Thölke (2000), Hesse und Peiffer (2001), Fleischer (2002). Im vorliegenden Bericht wird der Versuch unternommen, Nichtlinearitäten aufzuspüren und zu interpretieren. Als Basis dienen dazu die Erkenntnisse der Schwingungsuntersuchungen im linearen Bereich, die insbesondere mit dem Scanning Vibrometer durchgeführt worden sind, sowie FE-Berechnungen. Deren Ergebnisse werden mit tatsächlich gemessenen Schallspektren verglichen, die bei Anschlag des Gongs mit realistischer Kraft entstehen. Teiltöne, die keine Entsprechung in einer Schwingung finden, werden als Ergebnis einer Nichtlinearität gedeutet. Abschließend soll eine einfache Modellvorstellung für das „Großsignalverhalten“ erarbeitet werden, mit der sich das Entstehen der zusätzlichen Teiltöne erklären lässt.

2. VERSUCHSOBJEKTE

Zum Studium der Schwingung und des Schallsignals von Gongs sind bereits eine Reihe eigener Untersuchungen durchgeführt worden; vgl. Fleischer (2001 und 2002). Dafür waren mehrere Versuchsobjekte verfügbar, die dankenswerterweise von der Firma Kolberg Percussion, Utingen, zur Verfügung gestellt wurden. Wie ein solcher Gong hergestellt wird, ist dem Buch von Varsányi (2000 a) zu entnehmen.

2.1. Übersicht über die untersuchten Gongs

Tab. I zeigt eine Zusammenstellung der sieben Buckelgongs, auf die sich die Betrachtungen beziehen. Sie stammen ausnahmslos aus Burma. Gongs mit Außendurchmessern bis 35 cm werden im Folgenden als klein, solche mit Durchmessern von mehr als 50 cm als groß bezeichnet. Dazwischen Liegende werden der mittleren Größenklasse zugeordnet. Die in der Tabelle angegebenen Frequenzen weichen teilweise geringfügig von denjenigen ab, die bei Fleischer (2001) angegeben sind. Sie sind als Anhaltswerte zu verstehen; abhängig von Messmethode und Frequenzauflösung können sie innerhalb gewisser Grenzen differieren. Detaillierter Angaben finden sich in den folgenden Abschnitten.

Tab. I. Liste der Gongs, an denen Untersuchungen durchgeführt wurden

Nummer	Durchmesser	Frequenz des 1. Teiltones	Einordnung
I	33 cm	166 Hz	kleiner Burma-Gong
II	33 cm	219 Hz	kleiner Burma-Gong
III	37 cm	154 Hz	mittlerer Burma-Gong
IV	41 cm	136 Hz	mittlerer Burma-Gong
V	53 cm	101 Hz	großer Burma-Gong
VI	55 cm	104 Hz	großer Burma-Gong
VII	61 cm	93 Hz	großer Burma-Gong

2.2. Kleiner Gong Nr. I

Fig. 2 zeigt den kleinsten Gong Nr. I, aufgehängt an der dafür vorgesehenen Schnur. Die zentrale Kalotte wird Schlagbuckel genannt. Hier nicht zu erkennen ist der umgebördelte

Rand. Der Bereich zwischen Schlagbuckel und Rand wird im Folgenden als Platte bezeichnet. Die Platte ist durch Einritzungen verziert. Wie bei allen untersuchten Gongs ist dazu der dunkle Oberflächenbelag abgekratzt, so dass die metallisch glänzende Bronze sichtbar wird. Der tiefste Teilton dieses Gongs hat die Frequenz 166 Hz.

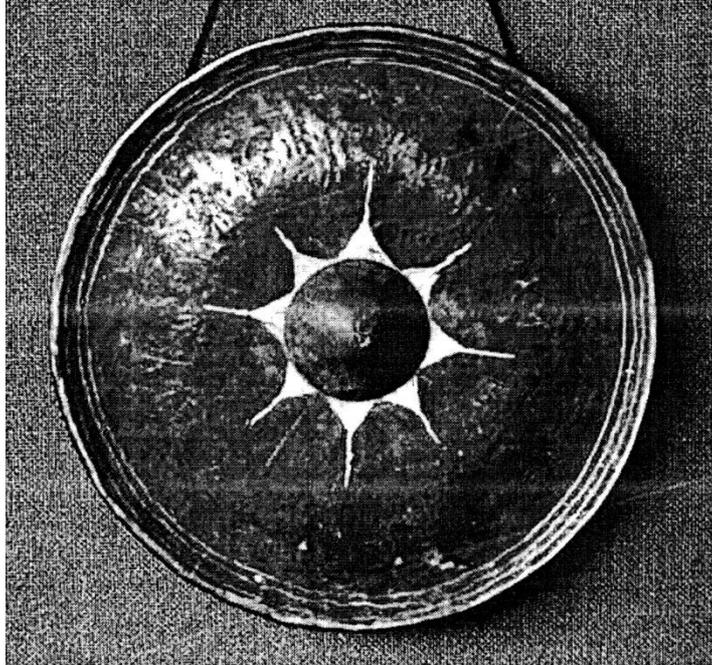


Fig. 2. Frontansicht des Gongs Nr. I.

In Fig. 3 ist derselbe Gong im Schnitt gezeigt. Es sind diejenigen vier Abmessungen eingetragen, durch die ein Gong im Weiteren gekennzeichnet werden soll. Die Maße in Tab. II sind ungefähre mittlere Angaben und wurden mit einem Metermaß ermittelt. Die Gesamtmasse beträgt etwa 1,3 kg.

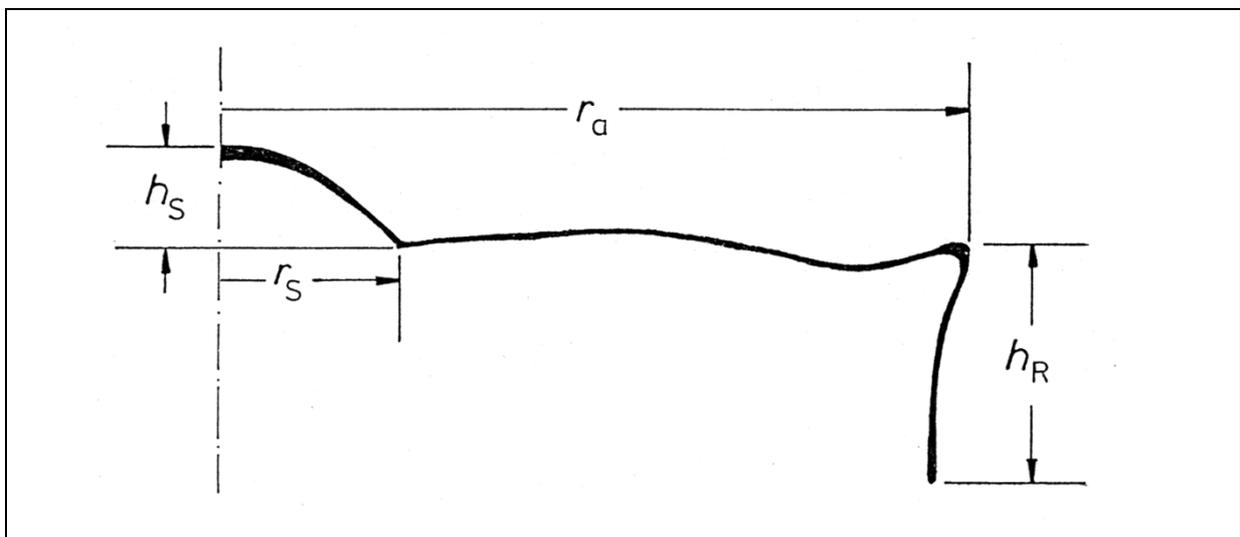


Fig. 3. Halber Schnitt durch den Gong Nr. I: Die charakteristischen Abmessungen sind bezeichnet.

Tab. II. Charakteristische Abmessungen des Gongs Nr. I

Außenradius r_a	16,5 cm
Höhe des Randes h_R	5,0 cm
Radius des Schlagbuckels r_S	4,0 cm
Höhe des Schlagbuckels h_S	2,5 cm

Genauere Angaben über die Geometrie erhält man mit Hilfe einer 3D-Messmaschine; vgl. auch Fleischer (2001). Fig. 4 zeigt den Gong. Nr. VI, eingespannt zur Abtastung der Innenkontur. Nachdem es sich als schwierig herausgestellt hatte, mit hinreichender Genauigkeit aus zwei Konturmessungen auf die Dicke zu schließen, wurde hierfür ein anderer Weg gewählt. Die Außenkontur wurde entweder – sinngemäß wie in Fig. 4 dargestellt - mit der 3D-Messmaschine erfasst oder mittels einer selbstgebauten Brückenkonstruktion vermessen. Die Dicke wurde direkt mit einer Messvorrichtung nach Hacklinger bestimmt, die in Fig. 5 abgebildet ist. Auf der Rückseite des Gongs wird ein kleiner Magnet angebracht, der in der Mitte links als dunkles Scheibchen zu erkennen ist. Die Haltekraft des Magneten auf der Vorderseite ist ein Maß für die Dicke an der betreffenden Stelle und wird über eine Federwaage gemessen.

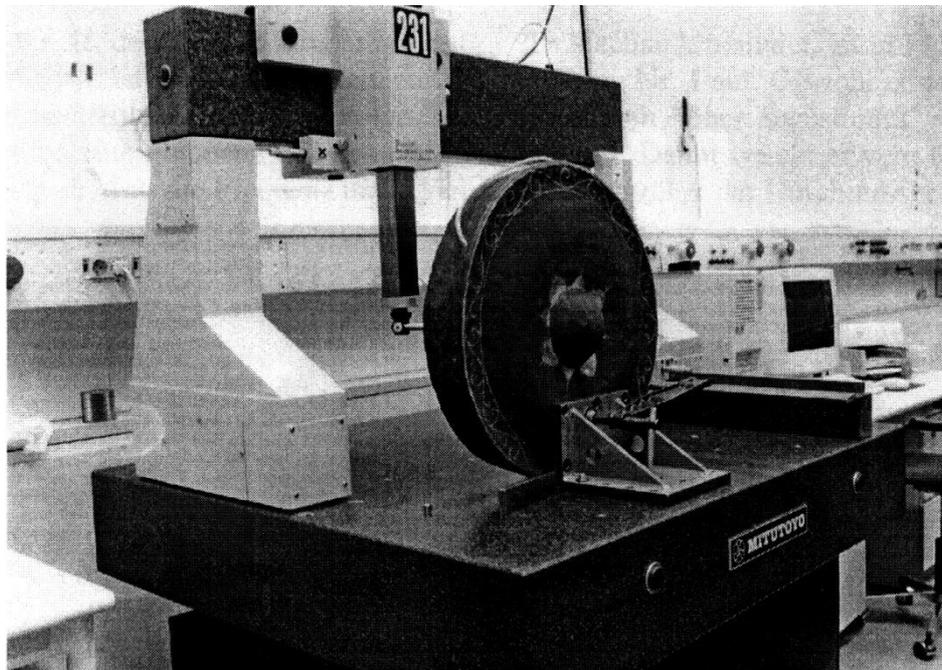
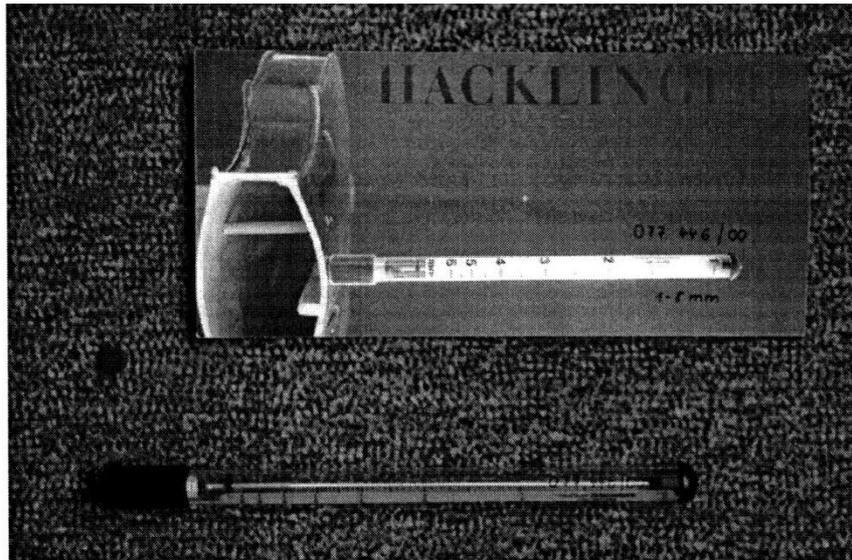


Fig. 4. Gongs Nr. VI, aufgespannt zur Messung der Innenkontur.

Insgesamt erweist es sich alles andere als einfach, die genaue Kontur eines Gongs zu erfassen. Die Rotationssymmetrie, die in Fig. 3 durch die Drehachse angedeutet ist, liegt nur in erster Näherung vor. Bei genauem Hinsehen erkennt man, dass jeder Gong in Folge der manuellen Bearbeitung mehr oder weniger von der Drehsymmetrie abweicht. Messungen und Berechnungen mit einem besonders asymmetrischen Gong sollen in einem nachfolgenden Bericht beschrieben werden.



*Fig. 5. Dickenmessgerät nach Hacklinger:
oben: Verpackung;
Mitte links (weißer Pfeil): Messmagnet;
unten: Federwaage zur Dickenbestimmung.*

2.3. Kleiner Gong Nr. II

Der Gong Nr. II, der sich inzwischen nicht mehr im Institut für Mechanik befindet, ist in Fig. 6 abgebildet. Äußerlich weist er große Ähnlichkeit mit dem Gong Nr. I auf. Obwohl er praktisch den gleichen Außenradius $r_a = 16,5$ cm hat, ist er wesentlich höher abgestimmt, so dass sein tiefster Teilton eine Frequenz von etwa 219 Hz aufweist. Damit weicht er vom üblichen Zusammenhang ab, dass die Frequenz umso kleiner wird, je größer der Durchmesser ist.

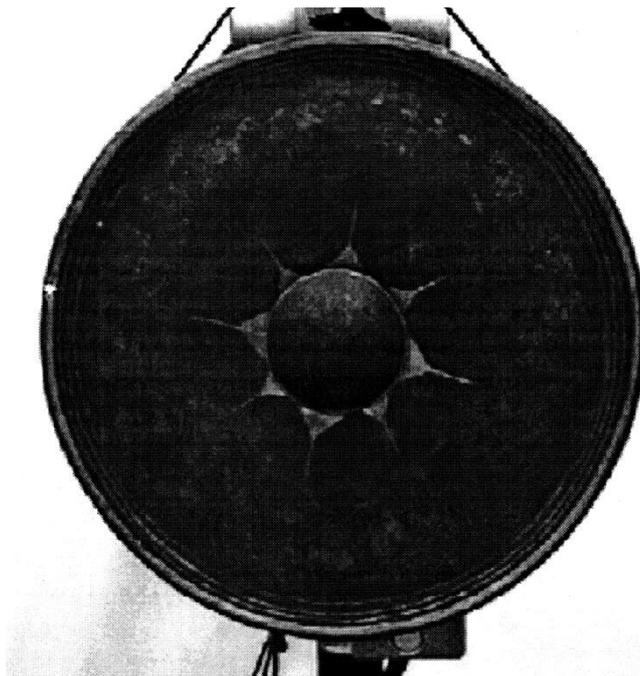


Fig. 6. Frontansicht des Gongs Nr. II.

2.4. Mittlerer Gong Nr. III

In Fig. 7 ist der Gong Nr. III abgebildet. Die zugehörige Tab. III enthält die vier Abmessungen, die ihn kennzeichnen. Die Maße wurden ohne hohen Anspruch auf Genauigkeit mit einem Metermaß ermittelt. Der Gong ist etwas größer als die beiden bisher betrachteten; seine Masse beträgt etwa 2,2 kg. Der tiefste Teilton hat etwa die Frequenz 154 Hz.

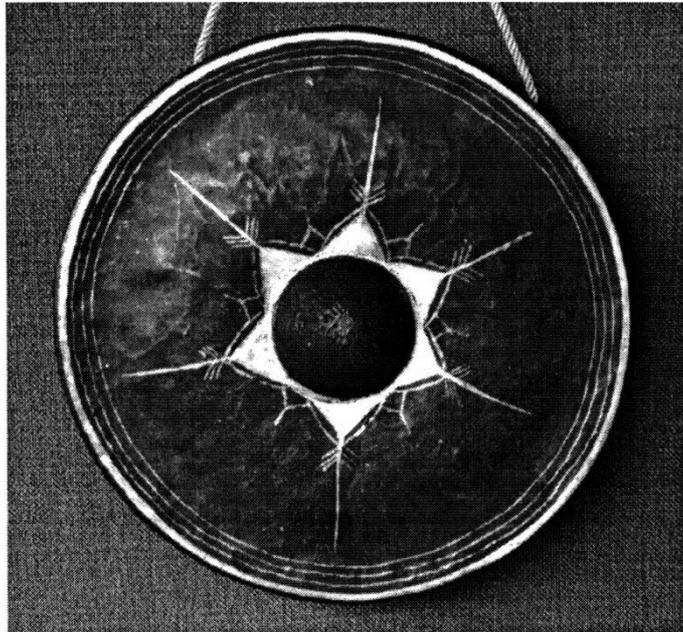


Fig. 7. Frontansicht des Gongs Nr. III.

Tab. III. Charakteristische Abmessungen des Gongs Nr. III

Außenradius r_a	18,5 cm
Höhe des Randes h_R	5,2 cm
Radius des Schlagbuckels r_S	4,5 cm
Höhe des Schlagbuckels h_S	2,5 cm

2.5. Mittlerer Gong Nr. IV

Die Fotografie in Fig. 8 gibt den Gong Nr. IV wieder. Ergänzend sind in Tab. IV vier Abmessungen eingetragen, die ihn näher charakterisieren. Der Gong ist wiederum etwas größer als die bisher betrachteten; seine Masse beträgt etwa 3,1 kg. Sein erster Teilton besitzt ungefähr die Frequenz 136 Hz.

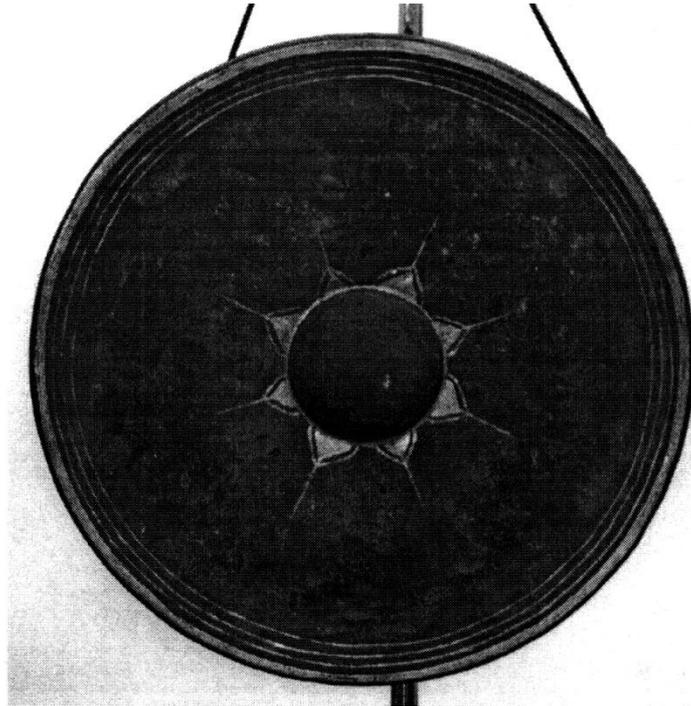


Fig. 8. Frontansicht des Gongs Nr. IV.

Tab. IV. Charakteristische Abmessungen des Gongs Nr. IV

Außenradius r_a	20,5 cm
Höhe des Randes h_R	5,8 cm
Radius des Schlagbuckels r_S	4,8 cm
Höhe des Schlagbuckels h_S	3,0 cm

2.6. Großer Gong Nr. V

In Fig. 9 ist der Gong Nr. V abgebildet. Die zugehörigen Abmessungen sind in Tab. V zusammengestellt. Der tiefste Teilton hat etwa die Frequenz 101 Hz.

Tab. V. Charakteristische Abmessungen des Gongs Nr. V

Außenradius r_a	26,5 cm
Höhe des Randes h_R	7,0 cm
Radius des Schlagbuckels r_S	6,0 cm
Höhe des Schlagbuckels h_S	4,5 cm

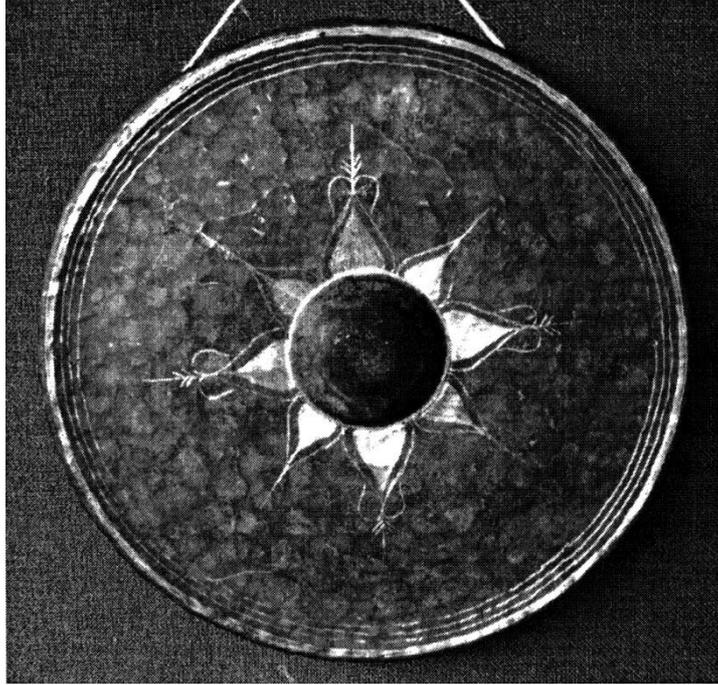


Fig. 9. Frontansicht des Gongs Nr. V.

2.7. Großer Gong Nr. VI

Die Fotografie in Fig. 10 zeigt den Gong Nr. VI. Zur näheren Kennzeichnung sind in Tab. VI vier charakteristische Abmessungen eingetragen. Die Masse ist 7,5 kg. Die Frequenz des erster Teiltones beträgt etwa 104 Hz.

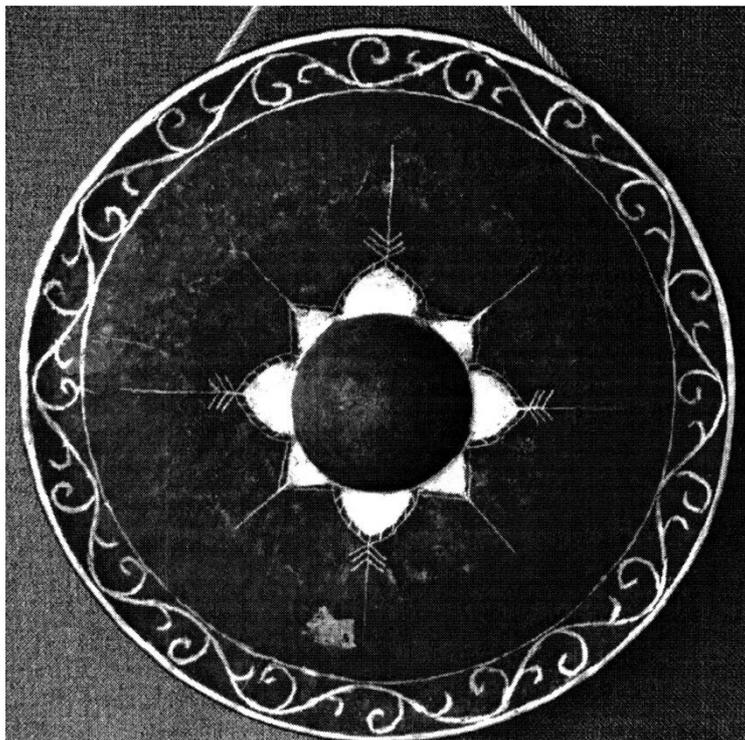


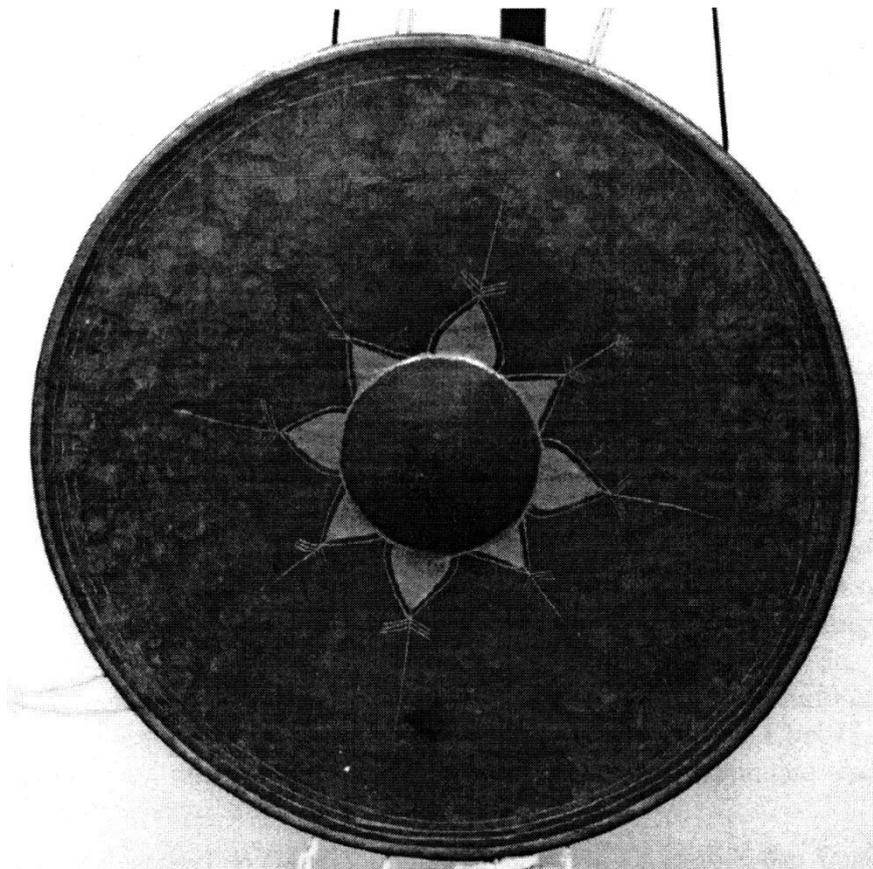
Fig. 10. Frontansicht des Gongs Nr. VI.

Tab. VI. Charakteristische Abmessungen des Gongs Nr. VI

Außenradius r_a	27,7 cm
Höhe des Randes h_R	9,0 cm
Radius des Schlagbuckels r_S	7,0 cm
Höhe des Schlagbuckels h_S	6,0 cm

2.8. Großer Gong Nr. VII

Der größte (Durchmesser 61 cm) und schwerste (Masse 9,5 kg) der untersuchten Burma-Gongs ist in Fig. 11 abgebildet. Seine Abmessungen sind in Tab. VII zusammen gestellt. Der tiefste Teilton hat etwa die Frequenz 93 Hz.

*Fig. 11. Frontansicht des Gongs Nr. VII.*

Tab. VII. Charakteristische Abmessungen des Gongs Nr. VII

Außenradius r_a	30,5 cm
Höhe des Randes h_R	8,0 cm
Radius des Schlagbuckels r_S	7,0 cm
Höhe des Schlagbuckels h_S	5,0 cm

2.9. Zusammenfassende Bemerkung

Das Ensemble der untersuchten Instrumente umfasst sieben Gongs, von denen sechs derzeit noch verfügbar sind. Jedes Exemplar stellt ein Unikat dar. Als Folge des langwierigen manuellen Bearbeitungsprozesses (Varsányi 2000 a) stellen sich die Gongs nur auf den ersten Blick axialsymmetrisch dar. Bei genauerem Hinsehen zeigen sich teilweise deutliche Abweichungen von der Drehsymmetrie. Die Längenangaben in diesem Kapitel sind demnach nur als Anhaltswerte zu verstehen. Messungen an anderen Stellen der Kontur und unter anderen Winkeln können abweichende Zahlenwerte ergeben; vgl. z.B. Hesse und Peiffer (2001).

Ebenso ist die Angabe der Frequenz mit einer prinzipiellen Unsicherheit behaftet. Diese hängt mit der Art der Messung zusammen. Wird das Schallsignal analysiert, dann begrenzt die mit der Fast Fourier Transformation (FFT) einhergehende Diskretisierung die Frequenzauflösung. Teiltonfrequenzen lassen sich lediglich mit einer Genauigkeit angeben, wie sie durch das jeweilige Frequenzraster vorgegeben ist.

Wird anstelle des Schalldrucks die mechanische Schwingung gemessen, ist darüber hinaus mit weiteren Abweichungen zu rechnen. Eine systematische Beeinflussung rührt daher, dass bei der experimentellen Bestimmung von Schwingungsformen mit dem Scanning Vibrometer ein elektrodynamischer Schwingerreger mit aufgeschraubtem Kraftaufnehmer verwendet wurde. Basis der Auswertung waren Transfer-Admittanzen, die aus der am aktuellen Messpunkt ermittelten Schwinggeschwindigkeit und der am Schlagbuckel auf den Gong aufgebrauchten Kraft errechnet wurden. Derjenige Teil der Masse des Kraftaufnehmers, der sich zwischen dem Piezoelement des Kraftaufnehmers und dem Gong befand, „belastete“ das Messobjekt. Diese Zusatzmasse bewirkte, dass die Schwingungsfrequenzen des Gongs abgesenkt wurden. Am deutlichsten prägte sich diese Absenkung bei rotationssymmetrischen Schwingungsformen und bei leichten Gongs aus. Die in diesem Kapitel aufgeführten Frequenzen orientieren sich dagegen an Messungen des Schalldrucks, den der „unbelastete“ Gong abstrahlt. Messungen mechanischer Schwingungen ergeben geringfügig tiefere Frequenzen, was bereits ein Vergleich der Tab. I dieses Berichts mit Tab. I bei Fleischer (2001) zeigt. Insgesamt gesehen dürften sich diese systematischen Abweichungen aber in so engen Grenzen halten, dass sie akzeptiert werden können.

Mit diesen sieben burmesischen Buckelgongs liegt nun ein Ensemble von Instrumenten verwandter Bauart vor, das eine Spanne

- hinsichtlich des Durchmessers von 1 : 1,85,
- hinsichtlich der Masse von 1 : 7,31 und
- hinsichtlich der tiefsten Frequenz von 1 : 2,32 (wenn Gong Nr. II mit einbezogen wird) bzw. von 1 : 1,73

umfasst. An diesen Gongs wurde eine Reihe von Messungen und Berechnungen durchgeführt.

3. AKUSTISCHE ANALYSE

Im ersten Schritt wurden die Schallsignale der sieben Burma-Gongs einer Teilton-Analyse unterzogen. Der Gong wurde im reflexionsarmen Raum des Instituts für Mechanik in eine Halterung gehängt und mit einem passenden Schlegel am Schlagbuckel angeschlagen. Das auf diese Weise hervorgerufene Schallsignal wurde im Abstand von drei Metern mittels eines $\frac{1}{2}$ "-Mikrofons Brüel & Kjaer 4165 aufgenommen, mit B & K-Standard-Ausrüstung verstärkt und auf DAT aufgezeichnet. Eine Aufnahmeposition war immer vor der Front des Gongs auf der Bezugsachse. Diese Situation wird im Folgenden als „frontal“ bezeichnet. Wenn nichts anders vermerkt ist, wurde der Gong anschließend um 90^0 gedreht, so dass das Mikrofon sich nun seitlich vom Gong befand. Anschlag und Aufnahme wurden wiederholt. Diese Mess-Situation wird mit „seitlich“ gekennzeichnet. Die DAT-Aufnahmen wurden anschließend einer FFT-Analyse mit Hilfe eines Analysators Ono Sokki CF-5210 unterzogen. Es wurde ein Hanning-Fenster verwendet und zunächst einheitlich im Bereich von 25 Hz bis 500 Hz analysiert. Die Ergebnisse werden in 3D-Form über eine Dauer von 10 s als Funktion der Zeit präsentiert. Zusätzlich sind die Teiltonfrequenzen tabellarisch zusammen gestellt.

3.1. Schallsignal des Gongs Nr. I

In Fig. 12 sind zwei so genannte Wasserfalldiagramme wiedergegeben. Schallpegel-Frequenz-Spektren sind über der Zeit dargestellt. Das obere Diagramm gilt für den Schall auf der Bezugsachse vor dem Gong, das untere bezieht sich auf einen weiteren Anschlag, bei dem der Schall seitlich vom Gong gemessen wurde.

Das Pegelniveau ist seitlich vom Gong geringer als davor. Dies ist in der Tatsache begründet, dass beim Schwingen vor dem Gong Druck und hinter dem Gong Sog (bzw. umgekehrt) herrschen. Seitlich kompensieren sich diese beiden Einflüsse teilweise. Bei tiefen Frequenzen, d.h. wenn die Wellenlänge groß im Vergleich zu den Abmessungen des Gongs ist, könnte dies im Extremfall dazu führen, dass zur Seite hin überhaupt kein Schall abgestrahlt wird. Der umgebördelte Rand selbst scheint keinen wesentlichen Schallbeitrag abzustrahlen.

In beiden Diagrammen ist eine Reihe von Teiltönen zu erkennen, die unterschiedlich rasch abklingen. Deren Frequenzen sind in Tab. VIII zusammen gestellt. In den meisten Fällen lassen sie sich Teilschwingungen des Gongs zuordnen. Dazu sind im linken Teil der Tabelle experimentelle Ergebnisse nach Fleischer (2001) angeführt, bei denen die Schwingungen der Platte des Gongs Nr. I mit dem Scanning Doppler Vibrometer abgetastet wurden. Die Schwingungsformen sind durch die Anzahl m der Knotendurchmesser und die Anzahl n der Knotenkreise gekennzeichnet. Schwingungsformen und –frequenzen stimmen weitgehend mit den Eigenformen und –frequenzen überein, wie sie eine nachgeschaltete Modalanalyse ergibt; vgl. Fleischer (2001 und 2002). Es ist daher gerechtfertigt, die mit dem Laser-Vibrometer ermittelten Betriebsschwingungsformen als Eigenformen und die zugehörigen Frequenzen als Eigenfrequenzen zu bezeichnen. Untersuchungen mit gehörbezogenen Analyseverfahren (Valenzuela 1999, Roida 2002), deren Ergebnisse an anderer Stelle ausführlich diskutiert werden sollen, bestätigen die Erwartung, dass für die Hörempfindung vor allem die tief-frequenten Teiltöne von Bedeutung sind. Die Aufzählung wird sich deshalb auf die ersten fünf Teilschwingungen beschränken.

In aller Regel sind die mit dem Vibrometer ermittelten Frequenzen etwas kleiner als die Frequenzen der Teiltöne. Der Grund wurde bereits in Abschnitt 2.9 genannt: Bei der Schwingungsmessung wurde die Eingangskraft mit einem piezoelektrischen Aufnehmer ermittelt,

dessen Masse zu einem Teil „jenseits“ des Kraftmesselements liegt und damit scheinbar zum Messobjekt gehört. Der Schlagbuckel des Gongs erscheint durch eine Zusatzmasse belastet. Das hat zur Folge, dass kleinere Frequenzen als im Schallsignal des unbelasteten Gongs gemessen werden. Tab. VIII bestätigt die Erwartung, dass sich dieser Effekt bei den rotations-symmetrischen Formen 0-1 und 0-2 stärker als bei den antimetrischen Formen ausgeprägt.

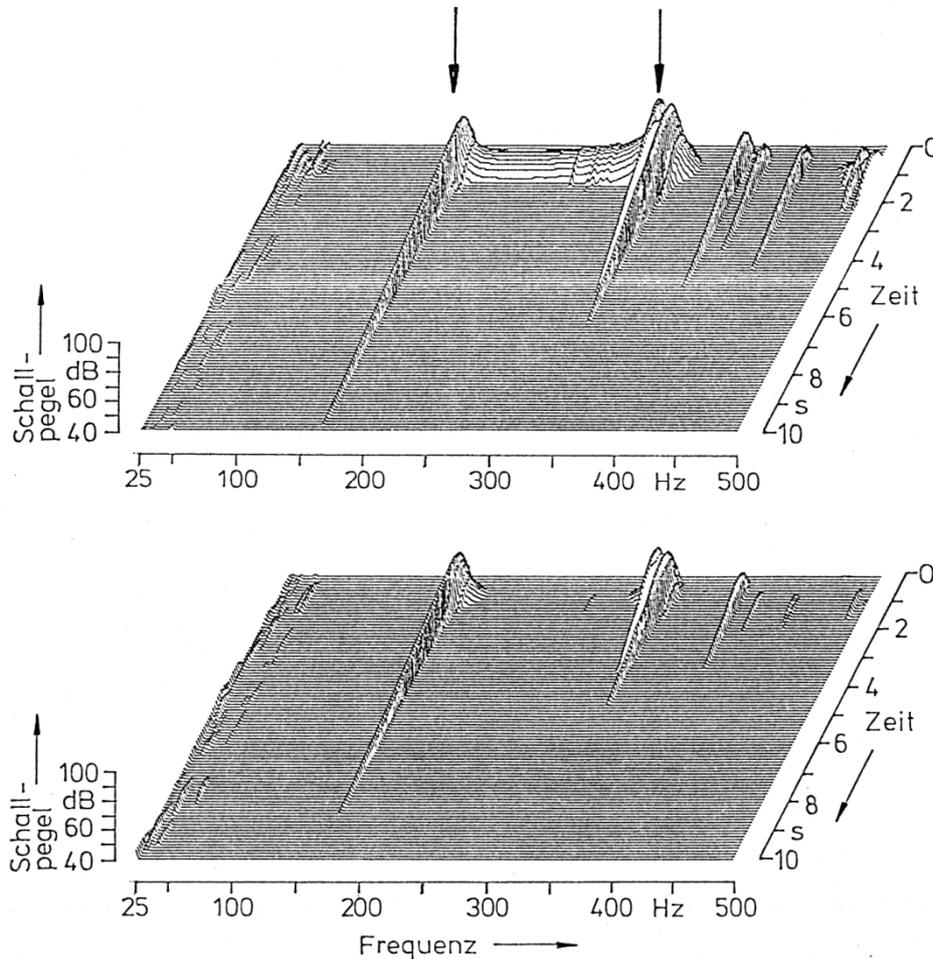


Fig. 12. Klangspektrum des kleinen Gongs Nr. I als Funktion der Zeit.
 Oben: frontal (Messung vor dem Gong auf der Bezugsachse);
 unten: seitlich (Messung neben dem Gong in der Ebene der Platte).
 Pfeile heben Schallkomponenten hervor, die nicht direkt einer
 Schwingungsform zuzuordnen sind.

Wenn ein und derselben Mode zwei Frequenzwerte zugeordnet sind, dann deutet dies auf das so genannte Moden-Splitting hin; vgl. Fleischer (1994), Fleischer und Rotter (1994). Bei nicht exakt axialsymmetrischen Schwingern spalten sich die antimetrischen Schwingungsformen in zwei Muster gleicher Gestalt auf, die im Winkel gegeneinander verdreht sind und bei leicht unterschiedlichen Frequenzen auftreten. Welche der beiden Formen/Frequenzen zum Tragen kommt, hängt vom Ort des Anschlages ab; häufig werden beide angeregt. Beispielsweise bei Glocken (Fleischer 1998, 2000 a) und Pauken (Fleischer 1991) ist dies die Ursache von Schwebungserscheinungen.

Einige Teilschwingungen strahlen offenbar so wenig Schall ab, dass sie nur schwer oder gar nicht als Teiltöne nachgewiesen werden können. Dies gilt für die antimetrische 1-1-Schwingung mit einem Knotendurchmesser und einem Knotenkreis. Seitlich vom Gong trifft dies auch auf die 2-1-Schwingung mit zwei Knotendurchmessern zu. Offenbar regt ein Anschlag

auf den zentralen Schlagbuckel diese Schwingungen nur schwach an. Darüber hinaus ist der Gong, wenn er in der entsprechenden Form schwingt, kein sehr effektiver Schallstrahler.

Tab. VIII. Ergebnisse von Messungen am kleinen Gong Nr. I.

Links: Schwingungen der Platte, gemessen mit dem Scanning Vibrometer (Fleischer 2001);
rechts: FFT-Analyse des Schallsignals vor dem Gong bzw. seitlich vom Gong

Mode <i>m-n</i>	Frequenz / Hz		
	Schwingung Fleischer (2001)	Schallsignal frontal	Schallsignal seitlich
→	÷	157,812	157,812
0-1	162,5	165,937	165,937
1-1	260,0 / 272,5	÷	÷
0-2	322,5	323,750	323,750
→	÷	331,562	331,562
1-2	392,5	392,812 / 408,437	392,812 / 408,437
2-1	440,0	441,250	÷

Die Frequenzen der Teiltöne hängen offenbar nicht davon ab, ob vor oder neben dem Gong gemessen wird. Die Vermutung, dass der Rand des Gongs mit Frequenzen schwingen könnte, die sich bei einer Schwingungsmessung auf der Platte nicht nachweisen lassen, bestätigt sich demzufolge nicht.

Sowohl seitlich wie auch frontal zeigt sich in den Diagrammen von Fig. 12 ein Effekt, der bei den Schwingungsmessungen bisher nicht beobachtet worden war: Der zweite starke Teilton erscheint doppelt. Die eine der beiden Schallkomponenten (225,75 Hz) lässt sich der rotations-symmetrischen 0-2-Schwingung zuordnen. Dagegen findet die andere, die durch einen Pfeil markiert ist, keine direkte Entsprechung in einer mechanischen Schwingung. Die zugehörigen Zahlenwerte in Tab. VIII sind durch Fettdruck hervor gehoben. Diese Schallkomponente hat eine Frequenz, die exakt das Doppelte der Frequenz des 0-1-Teiltones beträgt; sie wird im Folgenden als „Oberton“ bezeichnet. Es liegt nahe, als Ursache dieser Frequenzverdoppelung eine Nichtlinearität zu vermuten. Diese Annahme wird dadurch gestützt, dass die detaillierte Analyse mindestens noch einen weiteren Ton aufdeckt, dem keine mechanische Schwingung zuzuordnen ist. Dieser ist in der Wasserfalldarstellung von Fig. 12 durch den 0-1-Teilton verdeckt. Er hat die Frequenz 157,81 Hz und lässt sich als „Differenzton“ deuten, dessen Frequenz die Differenz zwischen den Frequenzen des 0-2- und des 0-1-Tones ist.

3.2. Schallsignal des Gongs Nr. II

Fig. 13 und Tab. IX beziehen sich auf den kleinen Gong Nr. II. Da sich dieses Instrument nicht mehr im Institut für Mechanik befindet, liegt nur eine Frontal-Messung des Schallsignals vor. Das zugehörige Wasserfalldiagramm des Schallsignals auf der Bezugsachse ist in Fig. 13 dargestellt.

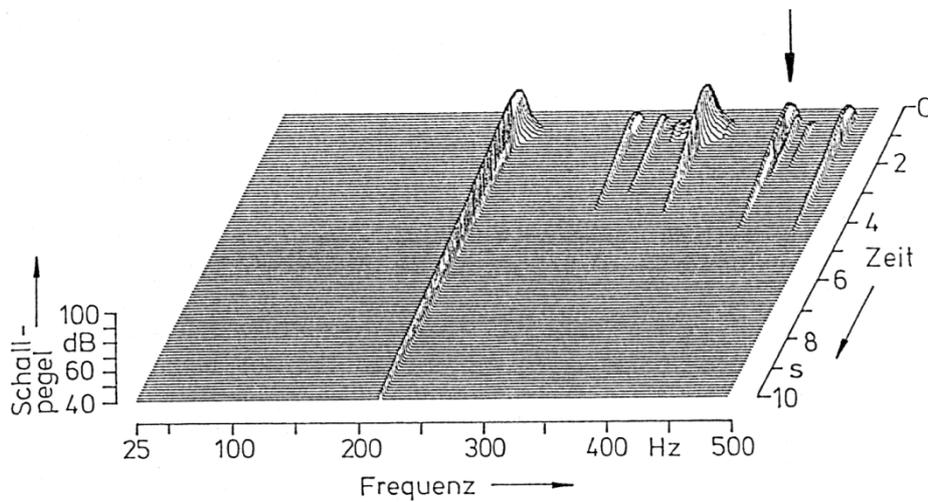


Fig. 13. Klangspektrum des kleinen Gongs Nr. **II** als Funktion der Zeit; frontale Messung vor dem Gong auf der Bezugsachse. Der Pfeil hebt eine Schallkomponenten hervor, die nicht direkt einer Schwingungsform zuzuordnen ist.

Tab. IX zeigt die Zusammenstellung der Frequenzen. Wiederum erweisen sich die Schwingungsfrequenzen im Vergleich zu den akustisch gemessenen Frequenzen als etwas kleiner. Offenbar wirkt sich die Zusatzmasse des Kraftaufnehmers nicht mehr in ganz so hohem Maße wie beim Gong Nr. I aus. Sie senkt die Frequenz höchstens um unwesentlich mehr als ein Prozent ab. Bei den antimetrischen Schwingungen wird regelmäßig Moden-Splitting beobachtet; zusammengehörigen Frequenzen unterscheiden sich um etwa 10 Hz ... 20 Hz voneinander.

Tab. IX. Ergebnisse von Messungen am kleinen Gong Nr. **II**.

Links: Schwingungen der Platte, gemessen mit dem Scanning Vibrometer (Fleischer 2001); rechts: FFT-Analyse des Schallsignals vor dem Gong

Mode	Frequenz / Hz	
	Schwingung Fleischer (2001)	Schallsignal frontal
0-1	216,3	219,062
1-1	313,9 / 335,0	315,000 / 335,000
0-2	368,8	371,875
→	÷	438,437
1-2	442,5 / 452,5	442,812 / 453,437
2-1	482,5 / 503,8	483,125 / 504,000

Auch bei diesem Gong ist – zumindest im Rahmen der systematischen Abweichungen – keine vollständige Kongruenz zwischen Schwingungs- und Tonfrequenzen zu beobachten. Vielmehr tritt wiederum eine Schallkomponente auf, der keine mechanische Schwingung derselben Frequenz zugeordnet werden kann. Mit 436,4375 Hz ist ihre Frequenz praktisch doppelt so groß wie die erste Teiltonfrequenz. Somit kann sie als Oberton des 0-1-Tones gedeutet werden. Anders als beim Gong Nr. I ist sie deutlich vom 0-2-Teilton zu trennen.

3.3. Schallsignal des Gongs Nr. III

Die Messergebnisse für den mittleren Gong Nr. III können Fig. 14 und Tab. X entnommen werden. Eine große Anzahl von Teiltönen ist im betrachteten Frequenzbereich zu erkennen, die unterschiedliche Amplituden haben und unterschiedlich schnell abklingen. Da die Pegel in Folge der Richtcharakteristik zur Seite hin weniger hoch sind als vor dem Gong, fallen einige Teiltöne im unteren Diagramm naturgemäß nicht mehr in den dargestellten Bereich. Die Frequenzen sind in Tab. X den Ergebnissen von Schwingungsmessungen gegenüber gestellt.

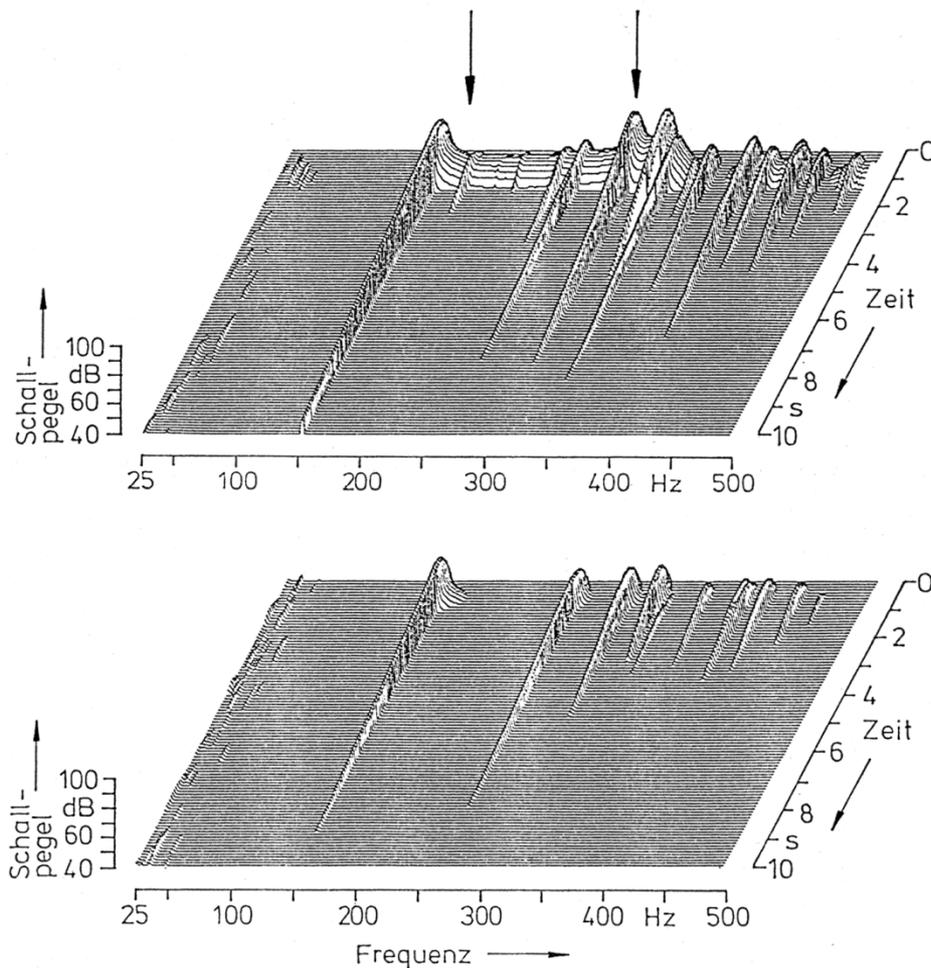


Fig. 14. Klangspektrum des mittleren Gongs Nr. III als Funktion der Zeit.
 Oben: frontal (Messung vor dem Gong auf der Bezugsachse);
 unten: seitlich (Messung neben dem Gong in der Ebene der Platte).
 Pfeile heben Schallkomponenten hervor, die nicht direkt einer Schwingungsform zuzuordnen sind.

Frequenzen von Schallsignal und mechanischer Schwingung lassen sich an Hand von Tab. X vergleichen. Erwartungsgemäß sind die Schwingungsfrequenzen in Folge der Masse des Kraftaufnehmers etwas kleiner als die akustisch gemessenen Frequenzen. Die Unterschiede betragen maximal etwa zwei Prozent und nehmen zu höheren Moden hin ab. Bei den anti-metrischen Schwingungen kann wiederum Moden-Splitting beobachtet werden. Zur Seite hin lassen sich keine Frequenzen nachweisen, die nicht auch vor dem Gong gemessen werden.

Tab. X. Ergebnisse von Messungen am mittleren Gong Nr. III.

Links: Schwingungen der Platte, gemessen mit dem Scanning Vibrometer (Fleischer 2001);
rechts: FFT-Analyse des Schallsignals vor dem Gong bzw. seitlich vom Gong

Mode <i>m-n</i>	Frequenz / Hz		
	Schwingung Fleischer (2001)	Schallsignal frontal	Schallsignal seitlich
0-1	151,0	154,375	154,375
→	÷	178,750	÷
1-1	250,0 / 265,0	250,250 / 266,250	266,250
→	÷	308,750	308,750
0-2	330,0	333,125	333,125
1-2	370,0	372,500 / 404,687	372,500 / 404,687
2-1	425,0 / 445,0	420,625 / 445,625	420,625 / 445,625

Die Frequenzen sämtlicher Schwingungen finden sich im Schallsignal wieder. Das Umgekehrte trifft dagegen nicht zu. Die fett gedruckten Zahlenwerte in Tab. X beziehen sich auf Schallkomponenten ohne Entsprechung in einer zugehörigen Schwingung. Deutlich unterhalb des Teiltones der Frequenz 333,125 Hz, der von der zweiten rotationssymmetrischen Schwingung 0-2 herrührt, ist in Fig. 14 durch einen Pfeil eine Schallkomponente der Frequenz 308,75 Hz hervor gehoben. Da deren Frequenz 308,75 Hz exakt das Zweifache der Frequenz des 0-1-Teiltones ist, handelt es sich dabei offensichtlich um dessen Oberton. Die Frequenz 178,75 Hz einer weiteren, allerdings relativ schwachen Schallkomponente (Pfeil) lässt sich als die Differenz zwischen den Frequenzen der 0-2- und der 0-1-Schwingung deuten.

3.4. Schallsignal des Gongs Nr. IV

Die Messergebnisse für einen weiteren mittleren Gong (Instrument Nr. IV) sind Fig. 15 und Tab. XI zu entnehmen. Dieser Gong erscheint weniger obertonreich als das vorher betrachtete Exemplar zu sein. Obwohl die Pegel zur Seite hin geringer sind als vor dem Gong, sind praktisch sämtliche Teiltöne auch im unteren Diagramm erkennbar. Die entsprechenden Frequenzen sind in Tab. XI zusammen gestellt und können mit den Ergebnissen der Schwingungsmessungen verglichen werden.

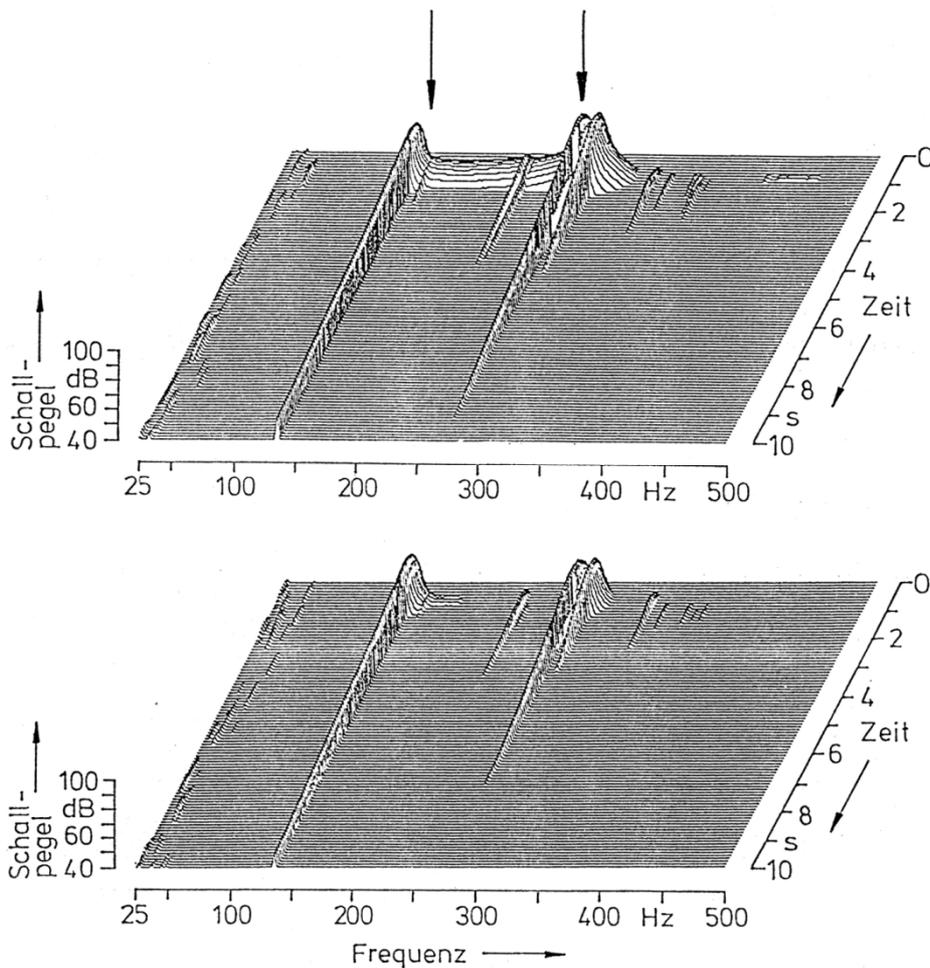


Fig. 15. Klangspektrum des mittleren Gongs Nr. IV als Funktion der Zeit.
 Oben: frontal (Messung vor dem Gong auf der Bezugsachse);
 unten: seitlich (Messung neben dem Gong in der Ebene der Platte).
 Pfeile heben Schallkomponenten hervor, die nicht direkt einer Schwingungsform zuzuordnen sind.

Ein Vergleich der Frequenzen in Tab. XI zeigt, dass auch bei diesem Gong die Schwingungsfrequenzen geringfügig kleiner als die Teiltonfrequenzen sind. Die Differenzen betragen maximal etwas mehr als zwei Prozent und werden zu den höheren Moden hin kleiner. Bei den antimetrischen Schwingungen tritt wiederum Moden-Splitting auf. Mit Ausnahme einer minimalen Differenz beim ersten Teilton stimmen die Frequenzen, die im seitlich abgestrahlten Schall gemessen werden, mit denen überein, die frontal vor dem Gong nachzuweisen sind. Auch bei diesem Gong gibt es keine Hinweise darauf, dass der Rand mit anderen Frequenzen schwingen würde, als dies die Platte tut.

Im Rahmen der systematischen Mess- Ungenauigkeit, die von der Masse des Kraftaufnehmers herrührt, finden sich sämtliche Schwingungsfrequenzen im Schallsignal wieder. Darüber hinaus lässt sich noch eine weitere, sehr starke Schallkomponente nachweisen, die keine direkte Entsprechung in Form einer Teilschwingung hat. Die entsprechende Frequenz 271,562 Hz ist in Tab. XI fett gedruckt. Die zugehörige Schallkomponente ist in Fig. 14 durch einen Pfeil gekennzeichnet und besonders deutlich unterhalb des Teiltone zu erkennen, der von der rotationssymmetrischen 0-2-Schwingung (Frequenz 281,875 Hz) herrührt. An Hand ihrer Fre-

quenz, die das Doppelte der Frequenz des 0-1-Teiltone ist, kann sie als deren Oberton identifiziert werden. Ein weiterer Pfeil markiert eine ganz schwache Komponente bei 145,937 Hz, die sich als Differenzton deuten lässt.

Tab. XI. Ergebnisse von Messungen am mittleren Gong Nr. IV.

Links: Schwingungen der Platte, gemessen mit dem Scanning Vibrometer (Fleischer 2001);

rechts: FFT-Analyse des Schallsignals vor dem Gong bzw. seitlich vom Gong

Mode <i>m-n</i>	Frequenz/ Hz		
	Schwingung Fleischer (2001)	Schallsignal frontal	Schallsignal seitlich
0-1	132,5	135,937	135,625
→	÷	145,937	
1-1	222,2 / 230,0	225,312 / 230,312	225,312
→	÷	271,562	271,562
0-2	280,2	281,875	281,875
1-2	330,0 / 342,2	330,937 / 342,500	330,937
2-1	367,5 / 375,0	369,062	369,062

3.5. Schallsignal des Gongs Nr. V

Fig. 16 und Tab. XII beziehen sich auf den großen Gong Nr. V. Wiederum erkennt man in beiden Diagrammen von Fig. 16 eine Reihe von Teiltönen, die sich unterschiedlich stark ausprägen und unterschiedlich rasch abklingen. Die Frequenzen dieser Schallmessung sind in Tab. XII den Ergebnissen von Schwingungsmessungen mit dem Laser-Vibrometer gegenüber gestellt.

Gemäß Tab. XII sind auch hier die Schwingungsfrequenzen geringfügig kleiner als die Frequenzen der Teiltöne. Die Unterschiede betragen maximal etwa ein Prozent. Bei den antimetrischen Schwingungen tritt das übliche Moden-Splitting auf. Die Frequenzen der Teiltöne, die zur Seite hin abgestrahlt werden, sind dieselben wie diejenigen, die vor dem Gong gemessen werden.

Neben Schallkomponenten mit Frequenzen, bei denen mechanische Schwingungen nachweisbar sind, treten im Schallsignal weitere Teiltöne auf. Die fett gedruckten Zahlenwerte in Tab. XII beziehen sich auf zwei solcher Komponenten. In Fig. 16 (Pfeil) prägt sich besonders deutlich eine Schallkomponente der Frequenz 202,812 Hz aus, die etwa 8 Hz oberhalb der Frequenz 195,0 Hz desjenigen Teiltone liegt, der von der rotationssymmetrischen 0-2-Schwingung herrührt. Die Frequenz dieser Komponente ist nahezu exakt das Zweifache der Frequenz des 0-1-Teiltone, so dass es sich um dessen Oberton handeln dürfte. Der zweite Pfeil hebt eine weitere, schwächere Schallkomponente bei 98,75 Hz hervor. Diese stellt offenbar einen Differenzton dar; ihre Frequenz entspricht dem Unterschied zwischen den Frequenzen der 0-2- und der 0-1-Schwingung.

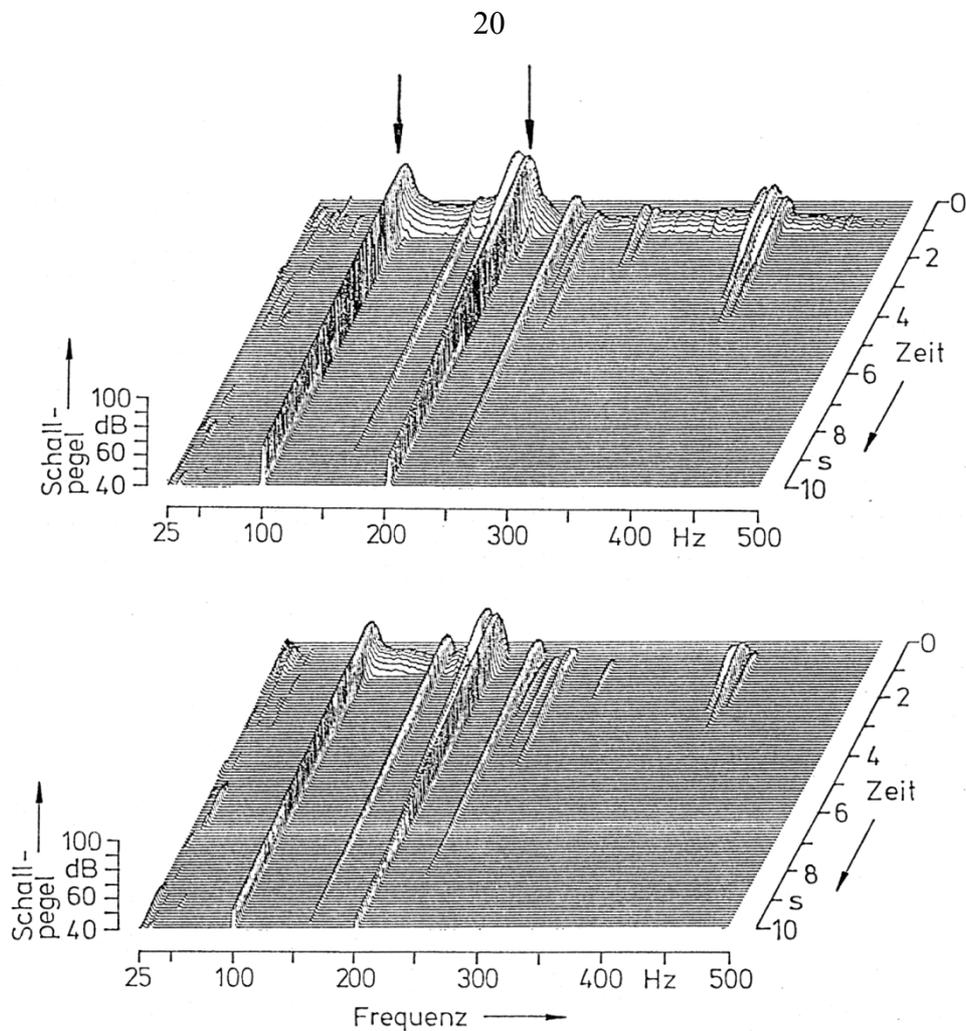


Fig. 16. Klangspektrum des großen Gongs Nr. V als Funktion der Zeit.
 Oben: frontal (Messung vor dem Gong auf der Bezugsachse);
 unten: seitlich (Messung neben dem Gong in der Ebene der Platte).
 Pfeile heben Schallkomponenten hervor, die nicht direkt einer Schwingungsform entsprechen.

Tab. XII. Ergebnisse von Messungen am großen Gong Nr. V.
 Links: Schwingungen der Platte, gemessen mit dem Scanning Vibrometer (Fleischer 2001);
 rechts: FFT-Analyse des Schallsignals vor dem Gong bzw. seitlich vom Gong

Mode <i>m-n</i>	Frequenz/ Hz		
	Schwingung Fleischer (2001)	Schallsignal frontal	Schallsignal seitlich
→	÷	93,750	93,750
0-1	100,0	101,250	101,250
1-1	160,0/162,5	160,937	160,625
0-2	195,0	195,000	195,000
→	÷	202,812	202,812
1-2	242,5	236,875 / 242,500	236,875 / 242,500
2-1	247,5	250,937	250,937

3.6. Schallsignal des Gongs Nr. VI

Die Messergebnisse für den großen Gong Nr. VI können Fig. 17 und Tab. XIII entnommen werden. In Folge der Richtcharakteristik sind die Pegel zur Seite hin weniger hoch als vor dem Gong. Das obere Diagramm zeigt im dargestellten Bereich insgesamt neun Teiltöne. Die Frequenzen von Schall und Schwingung sind in Tab. XIII einander gegenüber gestellt.

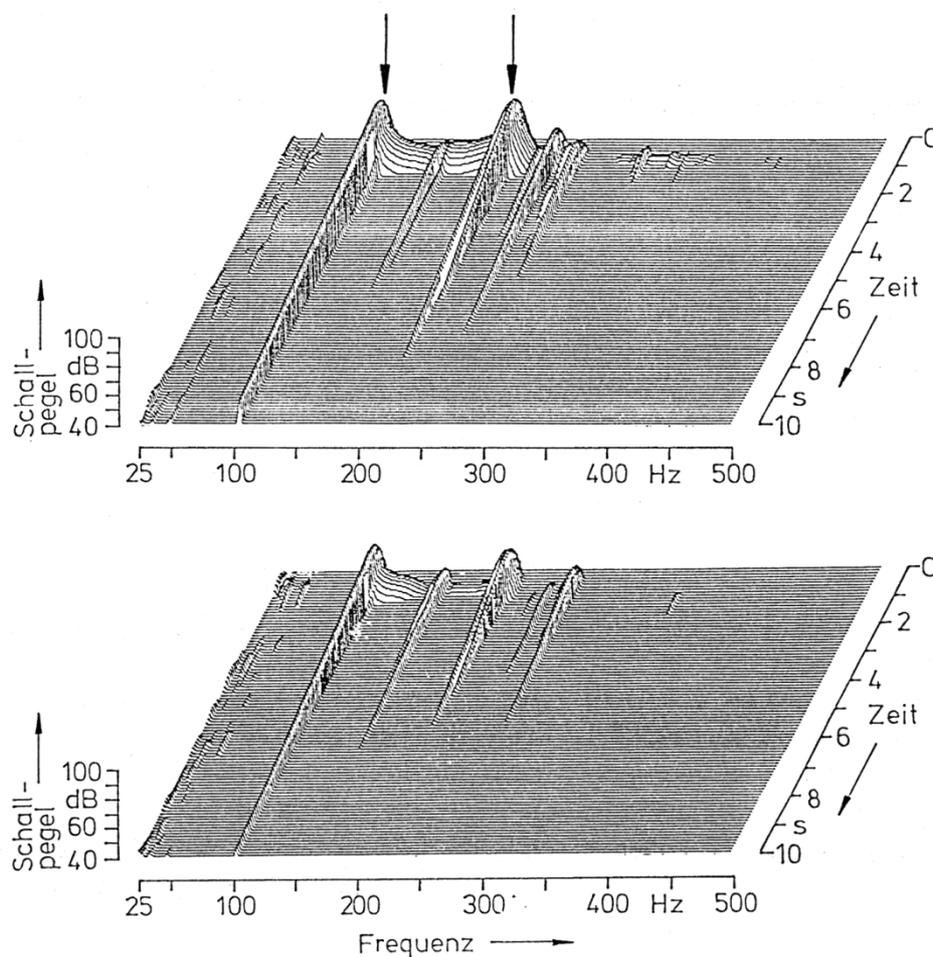


Fig. 17. Klangspektrum des großen Gongs Nr. VI als Funktion der Zeit.
 Oben: frontal (Messung vor dem Gong auf der Bezugsachse);
 unten: seitlich (Messung neben dem Gong in der Ebene der Platte).
 Pfeile heben Schallkomponenten hervor, die nicht direkt einer Schwingungsform zuzuordnen sind.

Tab. XIII bestätigt die bisherige Erfahrung, dass die Schwingungsfrequenzen in aller Regel etwas kleiner als die akustisch gemessenen Frequenzen sind. Die Unterschiede betragen maximal etwa anderthalb Prozent und werden zu den höheren Moden hin kleiner. Bei den antimetrischen Schwingungen ist wiederum Moden-Splitting zu beobachten. Zur Seite hin lassen sich keine Frequenzen nachweisen, die nicht auch vor dem Gong gemessen werden. Im Gegensatz zu den bisher betrachteten Gongs liegt die Frequenz der 2-1-Schwingung tiefer als die der 1-2-Schwingung.

Tab. XIII. Ergebnisse von Messungen am großen Gong Nr. VI.

Links: Schwingungen der Platte, gemessen mit dem Scanning Vibrometer (Fleischer 2001);
rechts: FFT-Analyse des Schallsignals vor dem Gong bzw. seitlich vom Gong

Mode <i>m-n</i>	Frequenz/ Hz		
	Schwingung Fleischer (2001)	frontal	Schallsignal seitlich
0-1	102,5	104,062	104,062
→	÷	107,812	
1-1	152,5 / 158,1	152,812 / 159,062	152,812 / 159,062
→	÷	207,812	207,812
0-2	210,0	211,875	211,875
2-1	232,5 / 257,6	233,750 / 256,875	256,875
1-2	245,0 / 264,9	245,312 / 265,000	245,312 / 265,000

Während sich die Frequenzen sämtlicher Schwingungen im Schallsignal wiederfinden, gilt das Umgekehrte nicht. Die fett gedruckten Zahlenwerte in Tab. XIII beziehen sich auf Teiltöne ohne direkte mechanische Entsprechung. In Fig. 17 (Pfeil) ist sehr deutlich eine Schallkomponente der Frequenz 207,8 Hz unterhalb des 0-2-Teiltönes der Frequenz 211,8 Hz zu erkennen. Dabei handelt es sich um den Oberton, dessen Frequenz das Zweifache der Frequenz des 0-1-Teiltönes ist. Der zweite Pfeil deutet auf eine relativ schwache Komponente in unmittelbarer Nähe des ersten Teiltönes, die an Hand ihrer Frequenz 107,8 Hz als Differenzton gedeutet werden kann, der auf die 0-2- und 0-1-Schwingungen zurück geht.

3.7. Schallsignal des Gongs Nr. VII

Die Messresultate für den größten Gong Nr. VII sind Fig. 18 sowie Tab. XIV zu entnehmen. Die zwei Diagramme von Fig. 18 zeigen Analysen der Schallsignale, die der Gong beim Anschlagen mit einem Filzschlegel nach vorne (oben) bzw. nach der Seite (unten) abstrahlt. Die Frequenzen der wichtigsten Teiltöne sind in Tab. XIV zusammen gestellt, um sie dort mit den Ergebnissen der Schwingungsmessungen vergleichen zu können.

Tab. XIV lässt erkennen, dass bei diesem Gong die Schwingungsfrequenzen mit den Teiltönfrequenzen praktisch überein stimmen. Offenbar ist die Masse des Gongs mit nahezu 10 kg so groß im Vergleich zur bewegten Masse des Kraftaufnehmers, dass die bisher beobachtete Absenkung der Schwingungsfrequenzen nicht mehr erkennbar ist. Bei den antimetrischen Schwingungen ist auch hier Moden-Splitting zu beobachten. Mit Ausnahme einiger unerheblicher Differenzen stimmen die Frequenzen, die im seitlich abgestrahlten Schall gemessen werden, mit denen überein, die im Schallsignal vor dem Gong enthalten sind.

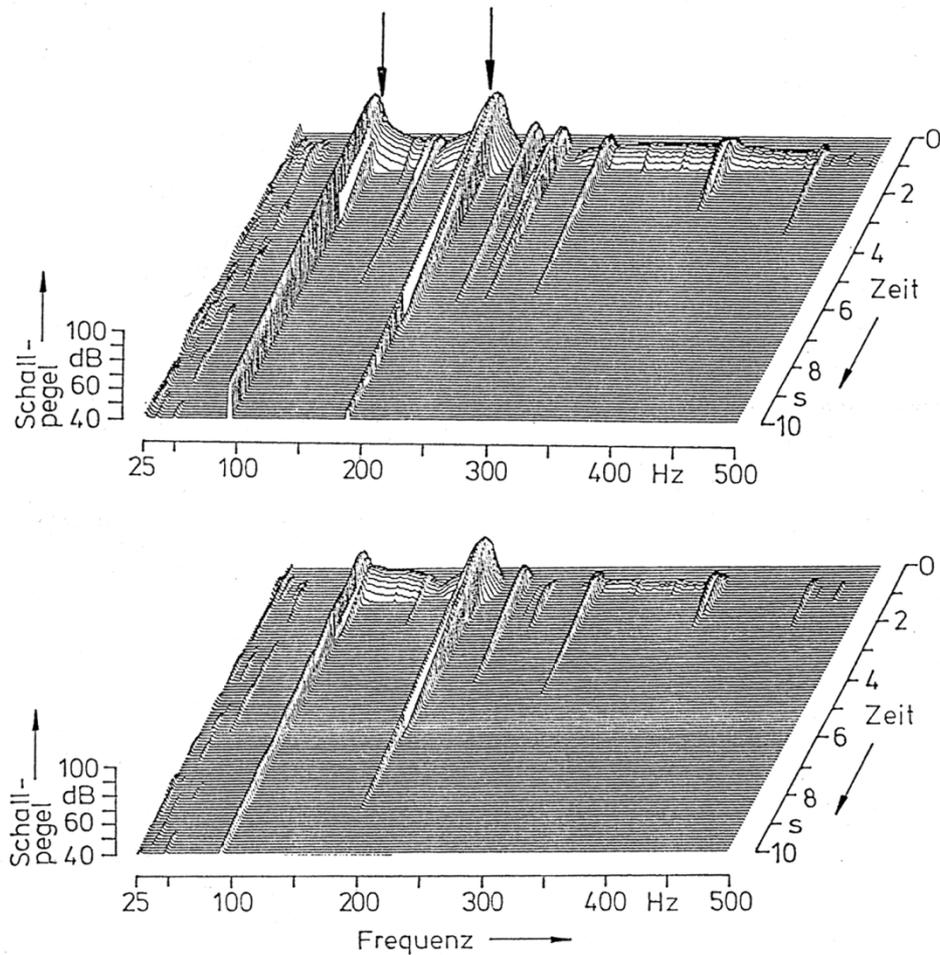


Fig. 18. Klangspektrum des großen Gongs Nr. VII als Funktion der Zeit.
 Oben: frontal (Messung vor dem Gong auf der Bezugsachse);
 unten: seitlich (Messung neben dem Gong in der Ebene der Platte).
 Pfeile heben Schallkomponenten hervor, die nicht direkt einer
 Schwingungsform zuzuordnen sind.

Sämtliche Frequenzen der Schwingung finden sich im Schallsignal wieder. Darüber hinaus lassen sich noch weitere Schallkomponenten nachweisen, denen eine Teilschwingung nicht direkt zuzuordnen ist. Dies trifft auf zwei Frequenzen zu, die in Tab. XI durch Fettdruck hervorgehoben sind. Die zugehörigen Schallkomponenten sind in Fig. 18 durch Pfeile markiert. Die Komponente der Frequenz 97,2 Hz liegt unmittelbar oberhalb des 0-1-Teiltones und ist von relativ geringem Pegel. Sie dürfte den Differenzton darstellen, der von den Primärtönen 0-1 und 0-2 herrührt. Wesentlich deutlicher prägt sich eine weitere Schallkomponente unterhalb des 0-2-Teiltones aus. Da ihre Frequenz mit etwa 186 Hz das Doppelte der Frequenz des 0-1-Teiltones ist, handelt es sich dabei offenbar um dessen Oberton.

Tab. XIV. Ergebnisse von Messungen am großen Gong Nr. VII.

Links: Schwingungen der Platte, gemessen mit dem Scanning Vibrometer (Fleischer 2001);

rechts: FFT-Analyse des Schallsignals vor dem Gong bzw. seitlich vom Gong

Mode <i>m-n</i>	Frequenz/ Hz		
	Schwingung Fleischer (2001)	frontal	Schallsignal seitlich
0-1	93,0	93,125	93,125
→	÷	97,187	97,187
1-1	137,5	137,812 / 144,062	143,750
→	÷	186,250	185,937
0-2	190,0	190,000	190,000
2-1	216,7 / 222,5	216,875 / 222,187	222,187
1-2	234,0 / 243,8	234,687 / 244,375	234,687 / 244,375

3.8. Zusammenfassende Bemerkung

Im Schallsignal finden sich die Frequenzen, die von der Schwingungsmessung her bekannt sind, in aller Regel wieder. Die genauere Betrachtung der Ergebnisse der sieben Gongs zeigt jedoch systematische Abweichungen:

- In der Tendenz liefert die Schwingungsmessung mit dem Scanning Vibrometer etwas zu kleine Frequenzwerte. Dies ist in der Tatsache begründet, dass der Aufnehmer, der die vom Schwingerreger in den Gong eingeleitete Kraft misst, nicht masselos ist. Der vordere Teil des Kraftaufnehmers – und ggf. auch ein zusätzlicher Stift, der bei Gongs mit hohem Buckel vorgesetzt werden musste – stellt eine Masse der Größenordnung Gramm dar. Diese verändert das Messobjekt, dessen Masse in der Größenordnung Kilogramm liegt. Je mehr die Zusatzmasse bewegt wird, desto deutlicher verringert sie die Schwingungsfrequenz. Folglich wirkt sie sich auf die rotationssymmetrischen Moden 0-1 und 0-2 mehr aus als auf antimetrische Schwingungsformen. Naturgemäß prägt sich die dadurch hervorgerufene Absenkung der Frequenzen umso weniger aus, je schwerer der Gong ist.

Hinsichtlich der Schallpegel, mit denen sich die Teiltöne ausprägen, lässt sich folgende Aussage machen:

- Manche Teilschwingungen spiegeln sich relativ schwach im Schallsignal wider. Die trifft insbesondere auf antimetrische Moden zu. Diese werden zum einen durch den mittigen Anschlag auf den Schlagbuckel nur in geringem Maße angeregt; zum anderen sind die zugehörigen Schwingungsformen „schlechte“ Schallstrahler. Dagegen prägen sich die Teiltöne, die von den axialsymmetrischen Schwingungen 0-1 und 0-2 herrühren, stets sehr deutlich aus. Die zugehörigen Schwingungen werden stark angeregt und strahlen den Schall gut ab.

In Bezug auf die Quelle des Schalls haben die Experimente gezeigt:

- Bei den Vibrometermessungen, die von Fleischer (2001 und 2002) beschrieben sind, wurden ausschließlich die Schwingungen der Platte, nicht jedoch des Randes untersucht. Die Vermutung, dass zusätzliche Teiltöne von Schwingungen des Randes herrühren könnten, haben sich nicht bestätigt.

Der detaillierte Vergleich der Schall- mit den Schwingungsspektren hat Folgendes ergeben:

- Im Schallsignal können Spektralanteile nachgewiesen werden, die keine direkte Entsprechung in einer mechanischen Schwingung haben. Deren Frequenzen hängen mit den Frequenzen f_{0-1} des 0-1-Tones und f_{0-2} des 0-2-Tones beim

Differenzton (abgekürzt DT) gemäß $f_{DT} = f_{0-2} - f_{0-1}$

und beim

Oberton (abgekürzt OT) gemäß $f_{OT} = 2f_{0-1}$.

zusammen.

Die Existenz von Differenz- und Obertönen ist damit eindeutig und mehrfach nachgewiesen. Sie legt den Schluss nahe, dass die Analyse des mechanischen „Kleinsignal“-Verhaltens (Fleischer 2001 und 2002) allein nicht ausreicht, den Klang eines Gongs zu erklären. Vielmehr müssen zusätzlich nichtlineare Zusammenhänge in Betracht gezogen und untersucht werden, die erst bei größeren Auslenkungen auftreten. Dies soll in den folgenden Kapiteln geschehen.

4. OBERTÖNE UND DIFFERENZTÖNE

In den Schallsignalen der untersuchten Gongs treten zunächst primäre Komponenten auf, die einer mechanischen Schwingung entsprechen; diese werden im Folgenden als „Fundamentaltöne“ bezeichnet. Daneben lassen sich weitere, sekundäre Komponenten nachweisen, die nicht unmittelbar einer Schwingung zugeordnet werden können. Ihre Frequenzen identifizieren sie als Obertöne (OT) bzw. Differenztöne (DT), die in Folge einer Nichtlinearität aus den jeweiligen Fundamentaltönen entstehen. In der Elektrotechnik werden solche Komponenten als „Verzerrungsprodukte“ bezeichnet. Sie leiten sich insbesondere vom 0-1-Ton (Frequenz f_{0-1}) und vom 0-2-Ton (Frequenz f_{0-2}) ab. Ihre Existenz im Schallsignal soll im vorliegenden Kapitel gezielt belegt werden. Dazu wird der Frequenzbereich der Schallanalyse immer so gewählt, dass möglichst nur die interessierenden primären und sekundären Teiltöne erfasst werden. Die Ansicht der 3D-Darstellung ist gegenüber den Fig. 12 bis 18 mit Blick darauf geändert, dass die beiden Fundamentaltöne sowie der Differenzton (Frequenz $f_{DT} = f_{0-2} - f_{0-1}$) und der Oberton (Frequenz $f_{OT} = 2 f_{0-1}$) gut sichtbar hervor treten. Nachdem die Analyse des nach der Seite abgestrahlten Schalls keinen Zuwachs an Erkenntnis gebracht hat, wird im Weiteren ausschließlich das Schallsignal untersucht, das auf der Bezugsachse vor dem Gong gemessen wurde.

4.1. Sekundäre Komponenten im Klang des Gongs Nr. I

In Fig. 19 ist der tieffrequente Teil des Schallsignals des kleinen Gongs Nr. I „mit der Lupe“ im Bereich zwischen 50 Hz und 400 Hz betrachtet. Neben den primären 0-1- und 0-2-Fundamentaltönen sind auch sekundäre Schallkomponenten zu erkennen. Relativ schwach prägt sich ein Differenzton, sehr deutlich dagegen der Oberton des 0-1-Tones aus.

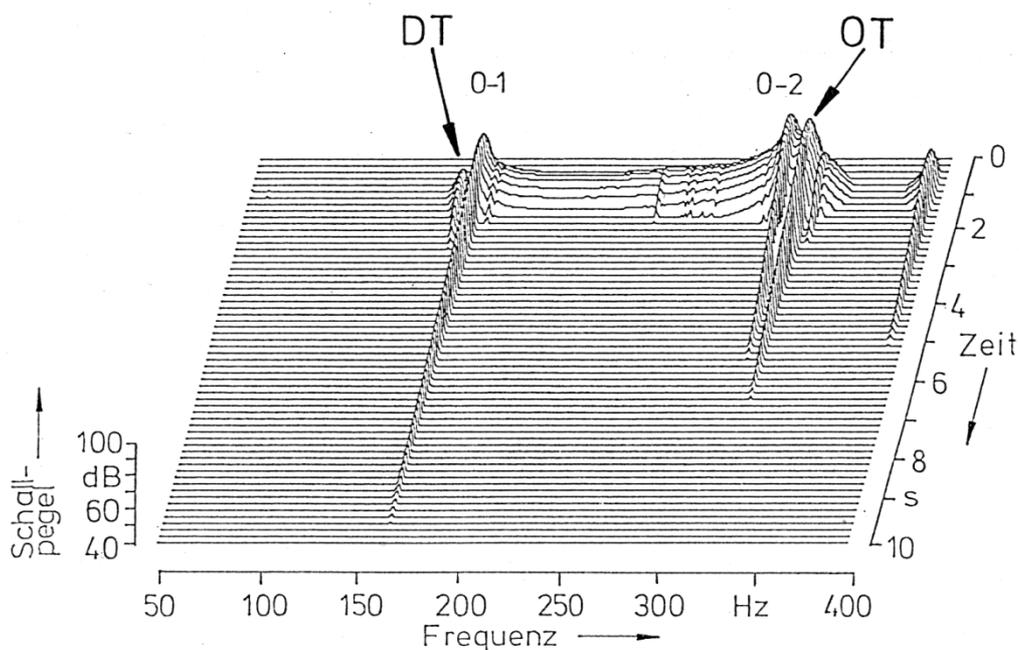


Fig. 19. Klangspektrum des kleinen Gongs Nr. I als Funktion der Zeit.
Es sind die primären Komponenten (0-1-Ton und 0-2-Ton) sowie die sekundären Komponenten Differenzton (DT) und Oberton des 0-1-Tones (OT) bezeichnet.

Die entsprechenden Formeln und Zahlenwerte sind in Tab. XV zusammen gestellt. Sowohl der 0-1-Ton wie auch der 0-2-Ton sind linear mit den entsprechenden Schwingungen verknüpft. Wie die angegebene Formel lehrt, entspricht die Frequenz eines Differenztones dem Unterschied zwischen den Frequenzen der beiden Primärtöne. Exakt dieser Zahlenwert wird tatsächlich gemessen. Ein Oberton hat die doppelte Frequenz des 0-1-Tones. Im Rahmen der Auflösungsgenauigkeit der Diskreten Fourier-Transformation bestätigt dies die Messung.

Tab. XV. Primäre und sekundäre Komponenten im Schallspektrum des kleinen Gongs Nr. I

Schallkomponente	Frequenz/ Hz	
	theoretisch	gemessen
0-1-Ton	f_{0-1}	165,937
0-2-Ton	f_{0-2}	323,750
Differenzton	$f_{DT} = f_{0-2} - f_{0-1}$	157,812
Oberton	$f_{OT} = 2 f_{0-1}$	331,562

4.2. Sekundäre Komponenten im Klang des Gongs Nr. II

Fig. 20 zeigt in 3D-Darstellung das Schallsignal des Gongs Nr. II von 50 Hz bis 500 Hz. Neben den primären 0-1- und 0-2-Fundamentaltönen ist hier eine sekundäre Schallkomponente, nämlich der Oberton des 0-1-Tones, nachzuweisen.

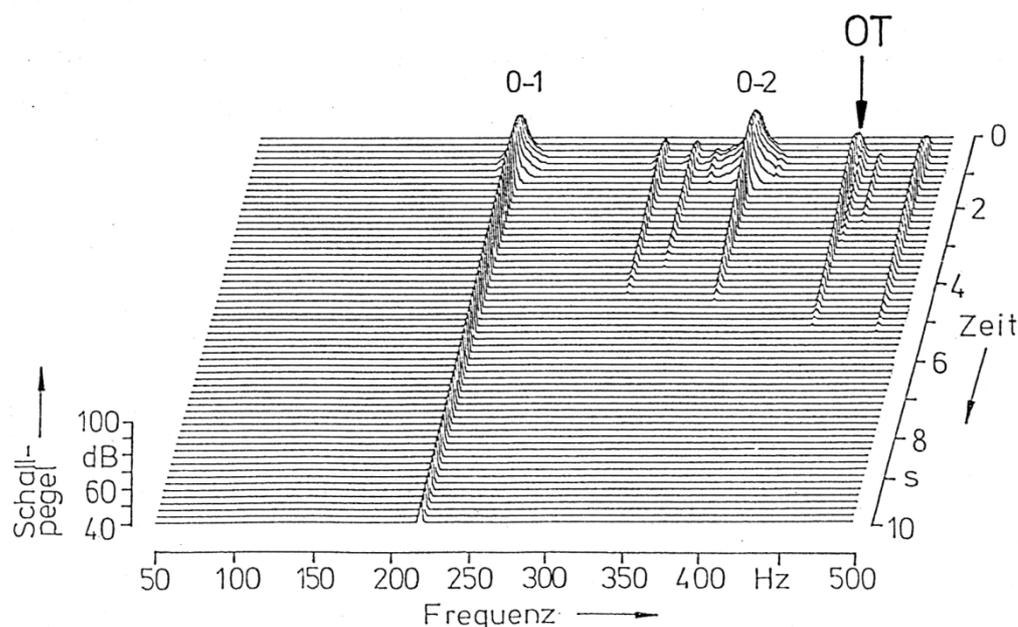


Fig. 20. Klangspektrum des kleinen Gongs Nr. II als Funktion der Zeit. Es sind die primären Komponenten (0-1-Ton und 0-2-Ton) sowie die sekundäre Komponente Oberton des 0-1-Tones (OT) bezeichnet.

Die Zahlenwerte und die mathematische Beziehung, welche die Frequenz des Obertones mit derjenigen des entsprechenden Fundamentals verknüpft, sind in Tab. XVI zusammen gestellt. Sowohl der 0-1-Ton wie auch der 0-2-Ton hängen direkt mit den entsprechenden Schwingungen zusammen. Im Rahmen der Genauigkeit, die von der Auflösung der Diskreten Fourier-Transformation bestimmt wird, hat der Oberton die doppelte Frequenz des 0-1-Tones.

Tab. XVI. Primäre und sekundäre Komponenten im Schallspektrum des kleinen Gongs Nr. II

Schallkomponente	Frequenz/ Hz	
	theoretisch	gemessen
0-1-Ton	f_{0-1}	219,062
0-2-Ton	f_{0-2}	371,875
Oberton	$f_{OT} = 2 f_{0-1}$	438,437

4.3. Sekundäre Komponenten im Klang des Gongs Nr. III

Fig. 21 gibt den Teil des Schallsignals des kleinen Gongs Nr. III im Bereich zwischen 50 Hz und 400 Hz gespreizt wieder. Die primären 0-1- und 0-2-Fundamentaltöne sind hervorgehoben. Daneben sind mehrere sekundäre Schallkomponenten zu erkennen. Ein Differenzton prägt sich nur schwach aus. Sehr deutlich ist dagegen der Oberton des 0-1-Tones zu erkennen. Über die Herkunft der lang anhaltenden Komponente unmittelbar oberhalb des 0-2-Tones, deren Frequenz 341,25 Hz beträgt, können bisher noch keine Aussagen gemacht werden. Sie könnte möglicherweise von einer Schwingung des Randes herrühren, eventuell aber auch das Produkt einer Nichtlinearität darstellen.

Tab. XVII. Primäre und sekundäre Komponenten im Schallspektrum des mittleren Gongs Nr. III

Schallkomponente	Frequenz/ Hz	
	theoretisch	gemessen
0-1-Ton	f_{0-1}	154,375
0-2-Ton	f_{0-2}	333,125
Differenzton	$f_{DT} = f_{0-2} - f_{0-1}$	178,750
Oberton	$f_{OT} = 2 f_{0-1}$	308,750

Angaben über die gemessenen Frequenzen samt den mathematischen Beziehungen finden sich in Tab. XVII. Der 0-1-Ton hat – ebenso wie der 0-2-Ton - seine direkte Entsprechung in einer mechanischen Schwingung. Der angegebenen Formel zufolge ist die Frequenz des Differenztones gleich dem Unterschied zwischen den Frequenzen der beiden Primärtöne. Dieser Zahlenwert wird genau gemessen. Die Frequenz des Obertones ist das Doppelte der Frequenz des 0-1-Tones. Auch dieser Zahlenwert findet sich exakt in der Messung wieder.

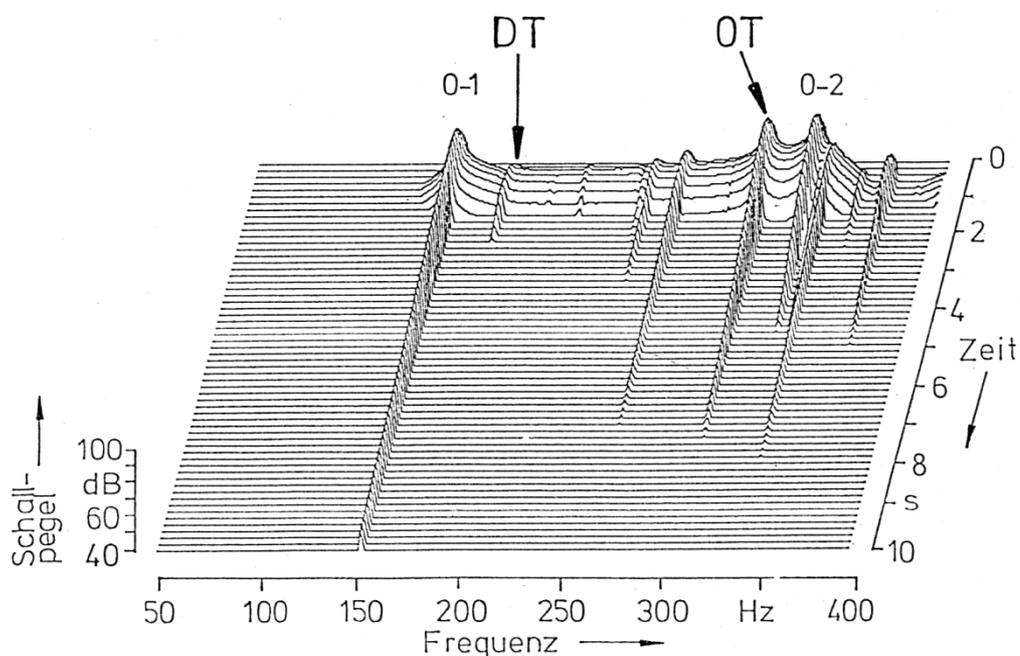


Fig. 21. Klangspektrum des mittleren Gongs Nr. III als Funktion der Zeit.
Es sind die primären Komponenten (0-1-Ton und 0-2-Ton) sowie die sekundären Komponenten Differenzton (DT) und Oberton des 0-1-Tones (OT) bezeichnet.

4.4. Sekundäre Komponenten im Klang des Gongs Nr. IV

In Fig. 22 ist das Schallspektrum des mittleren Gongs Nr. IV im Bereich zwischen 40 Hz und 320 Hz dargestellt. Außer dem starken und lang anhaltenden primären 0-1-Ton und dem anfänglich starken 0-2-Ton sind zwei sekundäre Schallkomponenten zu erkennen. Ganz schwach ist ein Differenzton, sehr deutlich dagegen der Oberton des 0-1-Tones ausgeprägt.

Tab. XVIII gibt die entsprechenden Berechnungsformeln und Zahlenwerte wieder. Sowohl der 0-1-Ton wie auch der 0-2-Ton rühren von mechanischen Schwingungen her. Der Differenzton hat eine Frequenz, die genau dem Unterschied zwischen den Frequenzen der beiden Primärtöne entspricht. Der Oberton hat theoretisch exakt und praktisch weitgehend die doppelte Frequenz des 0-1-Tones.

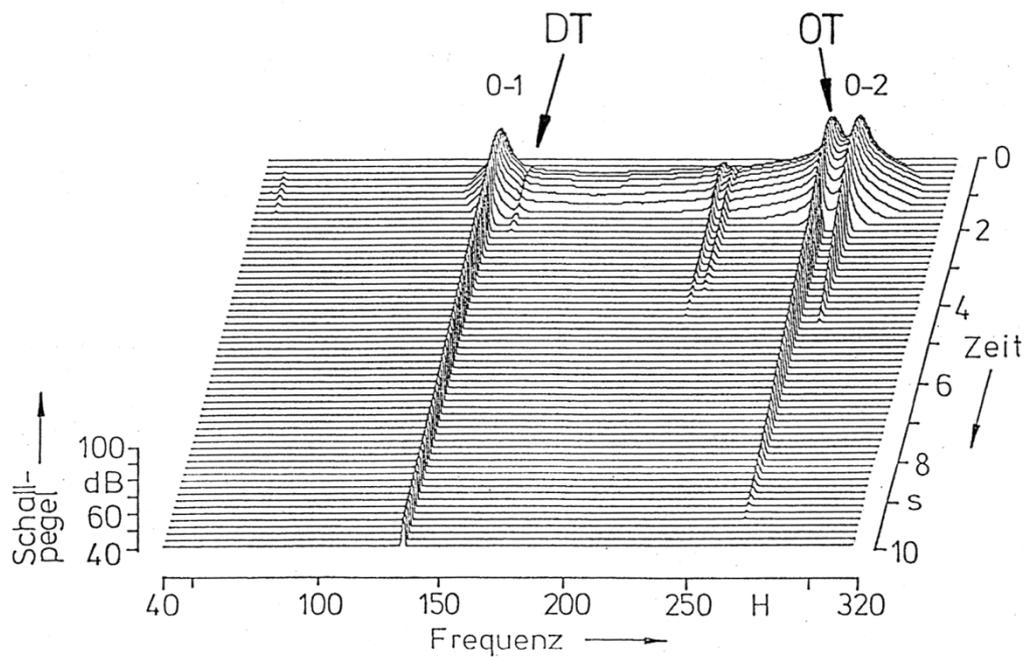


Fig. 22. Klangspektrum des mittleren Gongs Nr. **IV** als Funktion der Zeit.
Es sind die primären Komponenten (0-1-Ton und 0-2-Ton) sowie die sekundäre Komponenten Differenzton (DT) und Oberton des 0-1-Tones (OT) bezeichnet.

Tab. XVIII. Primäre und sekundäre Komponenten im Schallspektrum des mittleren Gongs Nr. **IV**

Schallkomponente	Frequenz / Hz	
	theoretisch	gemessen
0-1-Ton	f_{0-1}	135,937
0-2-Ton	f_{0-2}	281,875
Differenzton	$f_{DT} = f_{0-2} - f_{0-1}$	145,937
Oberton	$f_{OT} = 2 f_{0-1}$	271,562

4.5. Sekundäre Komponenten im Klang des Gongs Nr. V

Fig. 23 gibt für den großen Gong Nr. **V** gespreizt den Bereich des Schallspektrums zwischen 25 Hz und 250 Hz wieder. Die Fundamentaltöne 0-1 und 0-2 halten lange an und sind deutlich zu erkennen. Daneben sind auch sekundäre Schallkomponenten zu ersehen. Ganz klar tritt der Oberton des 0-1-Tones hervor, der etwas oberhalb des 0-2-Tones liegt. Etwas schwächer, aber noch eindeutig zu identifizieren, ist der Differenzton.

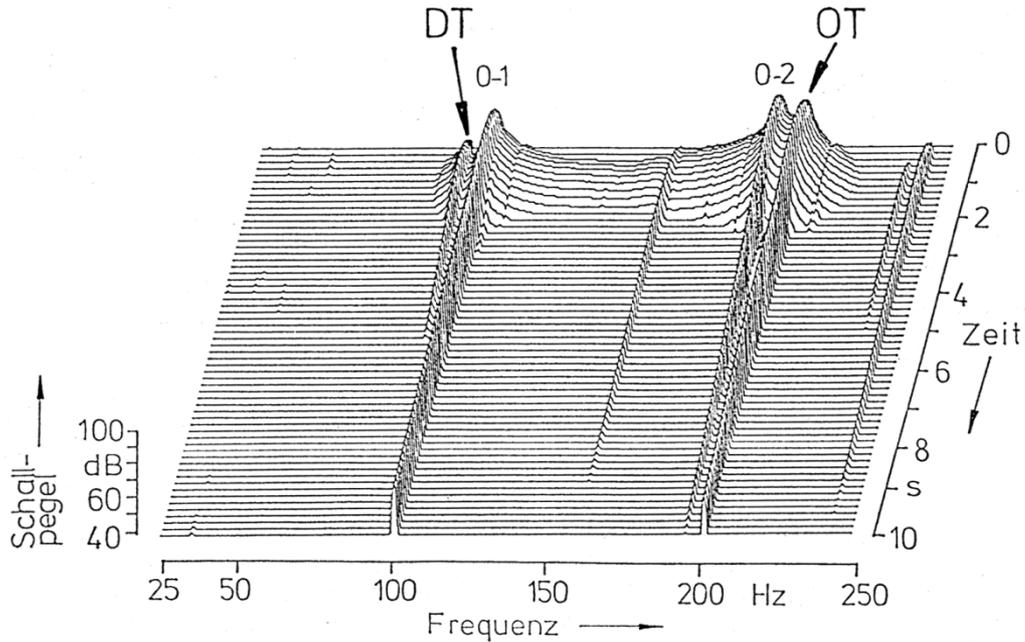


Fig. 23. Klangspektrum des großen Gongs Nr. V als Funktion der Zeit.
Es sind die primären Komponenten (0-1-Ton und 0-2-Ton) sowie die sekundären Komponenten Differenzton (DT) und Oberton des 0-1-Tones (OT) bezeichnet.

Tab. XIX. Primäre und sekundäre Komponenten im Schallspektrum des großen Gongs Nr. V

Schallkomponente	Frequenz / Hz	
	theoretisch	gemessen
0-1-Ton	f_{0-1}	101,250
0-2-Ton	f_{0-2}	195,000
Differenzton	$f_{DT} = f_{0-2} - f_{0-1}$	93,750
Oberton	$f_{OT} = 2 f_{0-1}$	202,812

Die gemessenen Frequenzen samt den Formeln zu ihrer Berechnung sind in Tab. XIX zusammen gestellt. Der 0-1-Ton wie auch der 0-2-Ton sind linear mit mechanischen Schwingungen verknüpft. Die sekundären Komponenten leiten sich aus diesen beiden Primärtönen ab. So entspricht die experimentell ermittelte Frequenz des Differenztones exakt dem Unterschied zwischen den Frequenzen der beiden Primärtöne. Theoretisch muss der Oberton die doppelte Frequenz des 0-1-Tones haben. Im Rahmen der vorgegebenen Auflösung trifft dies in guter Näherung zu.

4.6. Sekundäre Komponenten im Klang des Gongs Nr. VI

In Fig. 24 ist der tieffrequente Teil des Schallspektrums des großen Gongs Nr. VI von 25 Hz bis 250 Hz herausgearbeitet. Die primären 0-1- und 0-2-Töne sind gut zu erkennen. Von den sekundären Schallkomponenten prägt sich der Differenzton in unmittelbarer Nähe des 0-1-Fundamentaltones nur ganz schwach aus. Von deutlich höherer Amplitude ist dagegen der Oberton des 0-1-Tones, der knapp unterhalb des 0-2-Tones liegt.

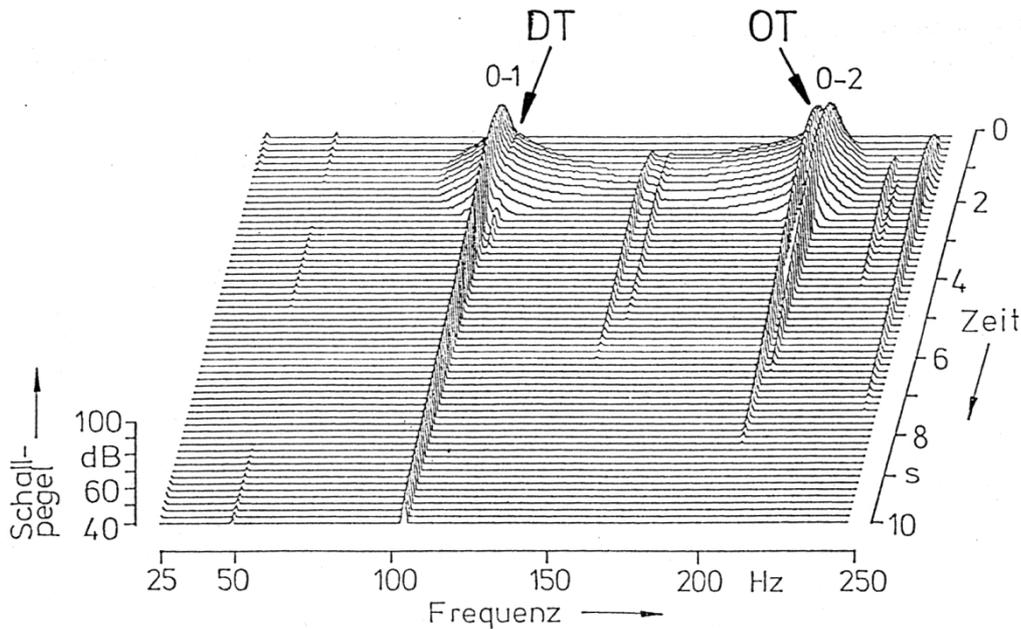


Fig. 24. Klangspektrum des großen Gongs Nr. VI als Funktion der Zeit.
Es sind die primären Komponenten (0-1-Ton und 0-2-Ton) sowie die sekundären Komponenten Differenzton (DT) und Oberton des 0-1-Tones (OT) bezeichnet.

Tab. XX. Primäre und sekundäre Komponenten im Schallspektrum des großen Gongs Nr. VI

Schallkomponente	Frequenz / Hz	
	theoretisch	gemessen
0-1-Ton	f_{0-1}	104,062
0-2-Ton	f_{0-2}	211,875
Differenzton	$f_{DT} = f_{0-2} - f_{0-1}$	107,812
Oberton	$f_{OT} = 2 f_{0-1}$	207,812

Die mathematischen Beziehungen und Zahlenwerte sind in Tab. XX zusammen gestellt. Die Fundamentaltöne 0-1 und 0-2 rühren von mechanischen Schwingungen her. Die Frequenz des Differenztones ist genau so groß wie der Unterschied zwischen den Frequenzen der beiden Fundamentaltöne. Der Oberton, der theoretisch die doppelte Frequenz des 0-1-Tones haben

müsste, weist eine nur geringfügig höhere Frequenz auf. Die Diskrepanz ist so gering, dass sie mit der Diskretisierung der Frequenzachse erklärt werden kann.

4.7. Sekundäre Komponenten im Klang des Gongs Nr. VII

Fig. 25 veranschaulicht das Spektrum des Schallsignals des kleinen Gongs Nr. VII im Bereich tiefer Frequenzen zwischen 25 Hz und 250 Hz. Neben primären Komponenten, wie z.B. den 0-1- und 0-2-Fundamentaltönen, sind auch sekundäre Schallkomponenten zu erkennen. Während der Differenzton nur schwer nachzuweisen ist, zeichnet sich der Oberton des 0-1-Tones sehr deutlich ab.

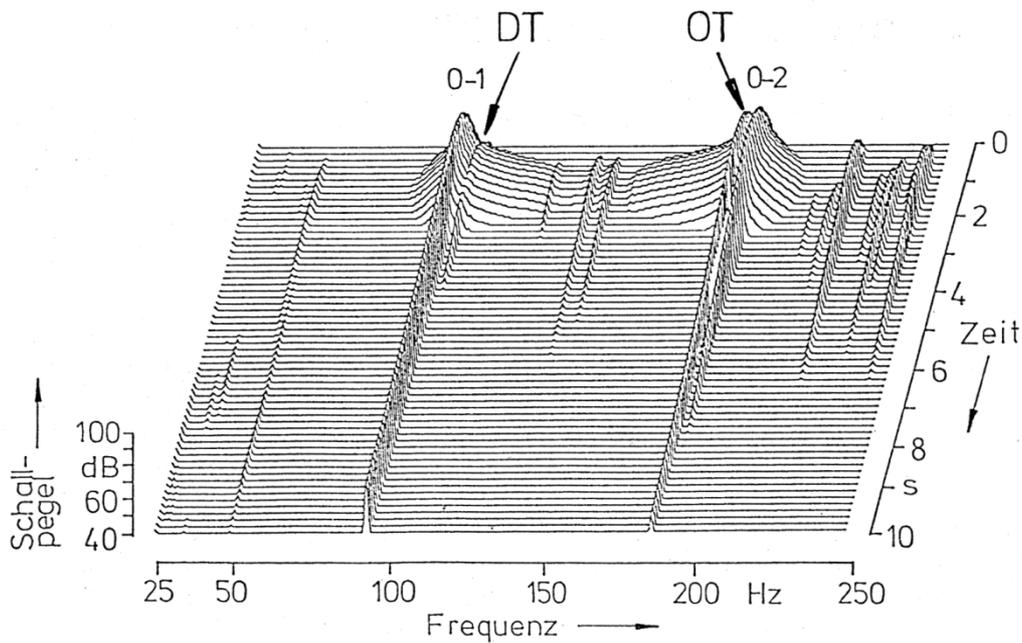


Fig. 25. Klangspektrum des großen Gongs Nr. VII als Funktion der Zeit. Es sind die primären Komponenten (0-1-Ton und 0-2-Ton) sowie die sekundären Komponenten Differenzton (DT) und Oberton des 0-1-Tones (OT) bezeichnet.

Tab. XXI. Primäre und sekundäre Komponenten im Schallspektrum des großen Gongs Nr. VII

Schallkomponente	Frequenz / Hz	
	theoretisch	gemessen
0-1-Ton	f_{0-1}	93,125
0-2-Ton	f_{0-2}	190,000
Differenzton	$f_{DT} = f_{0-2} - f_{0-1}$	97,187
Oberton	$f_{OT} = 2 f_{0-1}$	186,250

Eine Zusammenstellung entsprechender Formeln und Zahlenwerte findet sich in Tab. XXI. Im Gegensatz zum 0-1- und 0-2-Ton, die ihre direkten Entsprechungen in mechanischen Schwingungen finden, stellen der Differenz- und der Oberton die Produkte nichtlinearer Beziehungen dar. Gemäß der angegebenen Formel ist die Frequenz des Differenztones gleich dem Unterschied zwischen den Frequenzen der beiden Primärtöne. Die gemessene Spektralkomponente weist genau diese Frequenz auf. Exakt der Erwartung entspricht auch der Oberton, der die doppelte Frequenz des 0-1-Tones hat.

4.8. Zusammenfassende Bemerkung

In diesem wie im vorherigen Kapitel wurde nachgewiesen, dass das Schallsignal eines angeschlagenen Gongs zunächst erwartungsgemäß primäre Komponenten enthält, die von mechanischen Schwingungen herrühren. Die Frequenzen der Schwingungen finden sich im Schallspektrum wieder. Mit besonders hohen Amplituden prägen sich die so genannten Fundamentaltöne aus, die von den rotationssymmetrischen Teilschwingungen 0-1 und 0-2 mit einem bzw. zwei Knotenkreisen (Fleischer 2001) herrühren.

Darüber hinaus existieren weitere, sekundäre Schallanteile. Diese haben keine Entsprechung in einer unmittelbar zugeordneten Schwingung des Gongs. Vielmehr leiten sich ihre Frequenzen indirekt aus den Frequenzen der Fundamentaltöne ab. Ganz deutlich prägt sich stets der Oberton (OT) aus, dessen Frequenz doppelt so groß wie diejenige des 0-1-Fundamentaltones ist. Er liegt meist nahe beim 0-2-Fundamentalton und besitzt eine Amplitude, die mit derjenigen dieses Fundamentaltones vergleichbar ist. Von wesentlich geringerer Amplitude - und deshalb nur schwer nachzuweisen - ist der Differenzton (DT). Er hat eine Frequenz, die der Differenz zwischen den Frequenzen des 0-2- und 0-1-Fundamentaltones entspricht, und liegt in der Nähe des 0-1-Fundamentaltones. Die Frequenzwerte und -verhältnisse lassen vermuten, dass beim Gong eine Nichtlinearität mit quadratischer Kennlinie vorliegt. Darauf deuten die Frequenzen sowohl des „quadratischen“ Differenztones ($f_{DT} = f_{0-2} - f_{0-1}$) wie auch des „quadratischen“ Obertones ($f_{OT} = 2f_{0-1}$) hin.

Tab. XXII. Frequenzen der beiden primären Komponenten 0-1 und 0-2, Frequenz des sekundären Obertones und Unterschied zwischen den Frequenzen des 0-2-Tones und des Obertones im Schallspektrum der untersuchten Burma-Gongs

Gong Nr.	0-1-Ton	0-2-Ton	Oberton	Frequenzabstand
	f_{0-1}/Hz	f_{0-2}/Hz	$2 f_{0-1}/\text{Hz}$	$(2 f_{0-1} - f_{0-2})/\text{Hz}$
I	165,937	323,750	331,562	+7,812
II	219,062	371,875	438,437	+66,562
III	154,375	333,125	308,750	-24,375
IV	135,937	281,875	271,562	-10,312
V	101,250	195,000	202,812	+7,812
VI	104,062	211,875	207,812	-4,062
VII	93,125	190,000	186,250	-3,750

Während der Differenzton höchstwahrscheinlich keine Auswirkung auf die Hörempfindung hat, dürfte der Oberton mit der Frequenz $2f_{0-1}$ auf Grund seiner großen Amplitude für den Klang eines Gongs durchaus von Bedeutung sein. In aller Regel liegt er gemäß Tab. XXII – mit Ausnahme der Gongs Nr. **II** und **III** – nahe beim zweiten Fundamentaltone mit der Frequenz f_{0-2} . Der Unterschied zwischen den Frequenzen der beiden Teiltöne kann der letzten Spalte von Tab. XXII entnommen werden. Positives Vorzeichen besagt, dass die Obertonfrequenz größer als die 0-2-Frequenz ist. Bei negativem Vorzeichen liegt der sekundäre Oberton auf der Frequenzachse unterhalb des primären 0-2-Tones. Wenn der Frequenzabstand klein und die Amplituden etwa gleich sind, ist mit einer Schwebung zwischen dem primären 0-2-Ton und dem sekundären Oberton zu rechnen. Die Frequenz dieser Schwebung entspricht dem Frequenzabstand, der in der letzten Spalte von Tab. XXII vermerkt ist. Außer bei den Gongs Nr. **II** und **III** ist die Schwebungsfrequenz 10 Hz oder kleiner.

Die Beobachtungen an den sieben untersuchten Burma-Gongs sind in Einklang mit denjenigen, die an zwei javanischen Buckelgongs aus dem Besitz von Dr. András Varsányi (Varsányi 2000 a, b) gemacht wurden. Fig. 26 bezieht sich auf den Gong Suwukan (Nr. **VIII** bei Fleischer 2001; Abb. 280 bei Varsányi 2000 a). Der Oberton liegt um $-2,2$ Hz unterhalb des 0-2-Teiltones. Demzufolge ist mit einer entsprechend langsamen Schwebung zu rechnen.

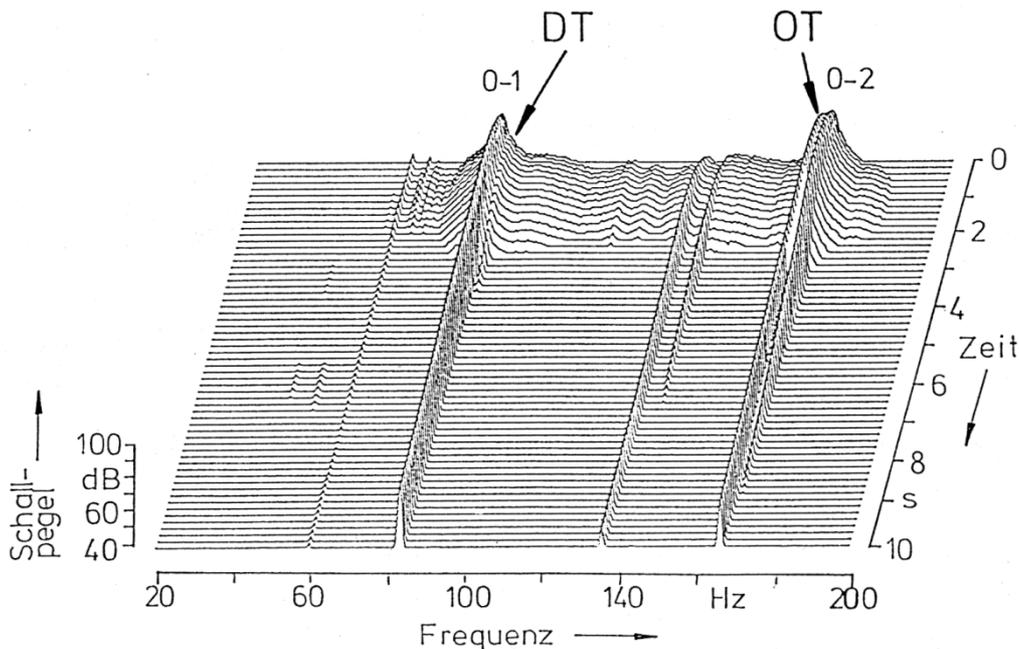


Fig. 26. Klangspektrum des großen Java-Gongs Suwukan als Funktion der Zeit.
Es sind die primären Komponenten (0-1-Ton und 0-2-Ton) sowie die sekundären Komponenten Differenzton (DT) und Oberton des 0-1-Tones (OT) bezeichnet.

Als weiterer Beleg kann das Schallsignal des javanischen Gongs Ageng (Nr. **IX** bei Fleischer 2001; Abb. 279 bei Varsányi 2000 a) dienen. Es ist in Fig. 27 wiedergegeben. Auch bei diesem Instrument liegen der primäre 0-2-Ton und der sekundäre Oberton mit der Frequenz $f_{OT} = 2f_{0-1}$ so dicht beisammen, dass sie nur schwer zu trennen sind. Die Differenz der Frequenzen – und damit die Schwebungsfrequenz – beträgt etwa 1 Hz. Der Klang dieses Gongs wird demnach von einer außergewöhnlich langsamen Schwebung geprägt sein.

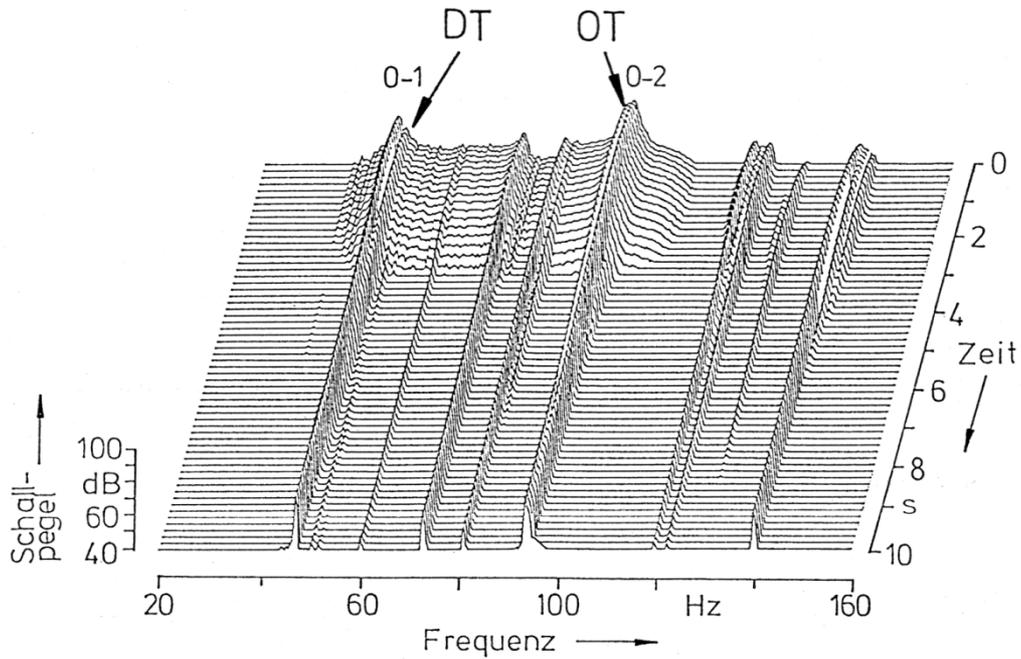


Fig. 27. Klangspektrum des großen Java-Gongs Ageng als Funktion der Zeit.
 Es sind die primären Komponenten (0-1-Ton und 0-2-Ton) sowie
 die sekundären Komponenten Differenzton (DT) und Oberton des 0-1-Tones (OT) bezeichnet.

Das wesentlichste Merkmal der Teiltöne, die wegen entsprechend großer Amplituden für die Hörwahrnehmung relevant sein können, ist ihre Frequenz. Die 3D-Analyse der Schallsignale zeigt darüber hinaus auch deutliche Unterschiede darin, wie lange ein Teilton braucht, bis er abgeklungen ist. Im nächsten Kapitel soll das experimentelle Material hinsichtlich des Ausschlingens der einzelnen Teiltöne ausgewertet werden. Die Abnahme der Amplituden soll untersucht werden, um Zusammenhänge sichtbar zu machen und Gesetzmäßigkeiten aufzuspüren.

5. ABKLINGEN EINZELNER TEILTÖNE

Die Messungen, die in den beiden vorangehenden Kapiteln präsentiert worden sind, haben ergeben, dass die Teiltöne im Gongklang unterschiedlich lange „stehen“. Diese Beobachtung soll nun weiter verfolgt werden. Dazu werden in die 3D-Diagramme Schnitte so gelegt, dass das Abklingen der wesentlichen Schallkomponenten getrennt visualisiert werden kann. Dazu werden die auf der Bezugsachse vor dem Gong aufgenommenen Klänge analysiert.

5.1. Abklingen von Teiltönen beim Gong Nr. I

Im unteren Diagramm von Fig. 28 ist der tieffrequente Teil des Schallsignals des kleinen Gongs Nr. I bis 400 Hz durch 40 Einzelspektren so dargestellt, dass die Zeit nach unten bzw. aus der Zeichenebene heraus läuft. Neben den primären 0-1- und 0-2-Fundamentaltönen ist als sekundäre Schallkomponente deutlich der Oberton (OT) des 0-1-Tones zu erkennen.

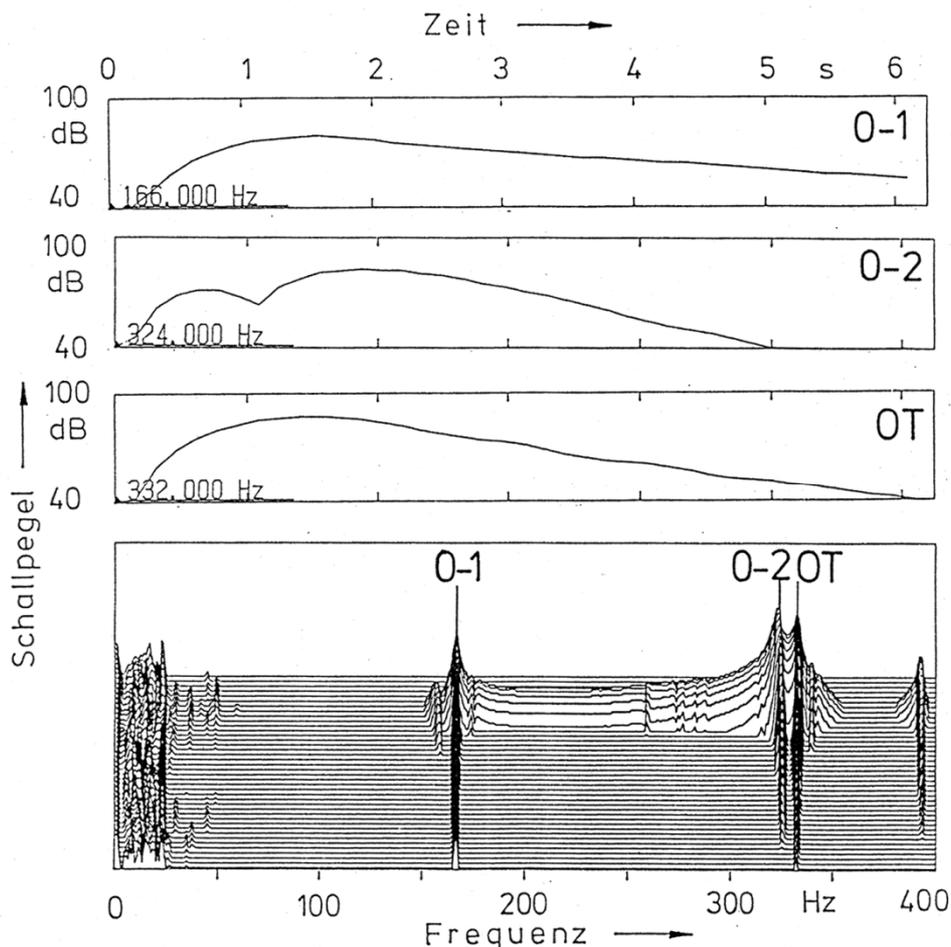


Fig. 28. Klang des kleinen Gongs Nr. I als Funktion der Zeit.

Unten: Gesamtspektrum; oben: Einzeltöne.

Die primären Komponenten (0-1-Ton und 0-2-Ton) sowie der Oberton des 0-1-Tones (OT) sind bezeichnet.

Die drei oberen Diagramme von Fig. 28 zeigen Schnitte längs der Zeitachse durch das unten dargestellte Teilton-„Gebirge“. Es ist ein Pegelbereich von 60 dB über eine Zeitspanne von

6,25 s wiedergegeben. Links ist die jeweilige Frequenz vermerkt. Der Oberton erreicht einen um 6 dB höheren Maximalpegel als sein 0-1-Primärton.

Die einzelnen Teiltöne klingen unterschiedlich rasch ab. Um das Abklingen zu quantifizieren, wurde den Diagrammen durch Anlegen eines Lineals im geradlinigen Teil der Pegel-Zeit-Kurve diejenige Pegeldifferenz entnommen, um die der Teilton innerhalb von 6,25 s abfällt. Daraus wurde die Nachhallzeit T_{60} errechnet, innerhalb derer der Pegel um 60 dB abnimmt.

Tab. XXIII. Nachhallzeiten von Teiltönen des kleinen Gongs Nr. I

Schallkomponente	Nachhallzeit T_{60} /s
0-1-Ton	11,5
0-2-Ton	3,7
Oberton	5,7

Die entsprechenden Zahlenwerte sind in Tab. XXIII zusammen gestellt. Am längsten hält der 0-1-Primärton an; seine Nachhallzeit beträgt $T_{60} \approx 11,5$ s. Der 0-2-Primärton klingt mit $T_{60} \approx 3,7$ s etwas mehr als dreimal so schnell ab. Für den Oberton mit der zweifachen Frequenz des 0-1-Tones ist die Nachhallzeit $T_{60} \approx 5,7$ s.

5.2. Abklingen von Teiltönen beim Gong Nr. II

Im unteren Diagramm von Fig. 29 ist das Schallsignal des kleinen Gongs Nr. II zwischen 0 Hz und 500 Hz durch 40 Einzelspektren visualisiert. Die Zeit läuft so nach unten, dass eine Zeitspanne von 6,25 s dargestellt wird. Neben den primären 0-1- und 0-2-Tönen ist insbesondere der Oberton (OT) des 0-1-Tones zu erkennen.

Die zugehörigen Schnitte in den oberen Diagramme von Fig. 29 veranschaulichen das Abklingen der einzelnen Teiltöne. Der Maximalpegel des Obertones ist um etwa 14 dB geringer als derjenige des 0-1-Primärtones. Wiederum wurde dem geradlinigen Teil einer jeden Pegel-Zeit-Kurve durch Anlegen eines Lineals diejenige Pegeldifferenz entnommen, um die der Teilton innerhalb der betrachteten 6,25 s abfällt. Daraus wurde die Nachhallzeit T_{60} ermittelt.

Tab. XXIV. Nachhallzeiten von Teiltönen des kleinen Gongs Nr. II

Schallkomponente	Nachhallzeit T_{60} /s
0-1-Ton	15,6
0-2-Ton	4,4
Oberton	8,2

Die entsprechenden Zahlenwerte finden sich in Tab. XXIV. Am längsten hält der 0-1-Primärton an, dessen Nachhallzeit $T_{60} \approx 15,6$ s beträgt. Der 0-2-Primärton klingt etwa drei- bis viermal so schnell ab; seine Nachhallzeit ist $T_{60} \approx 4,4$ s. Für den Oberton des 0-1-Tones beträgt die Nachhallzeit $T_{60} \approx 8,2$ s und damit – wie auch beim vorher betrachteten Gong – etwa die Hälfte der Nachhallzeit des zugehörigen Fundamentaltones.

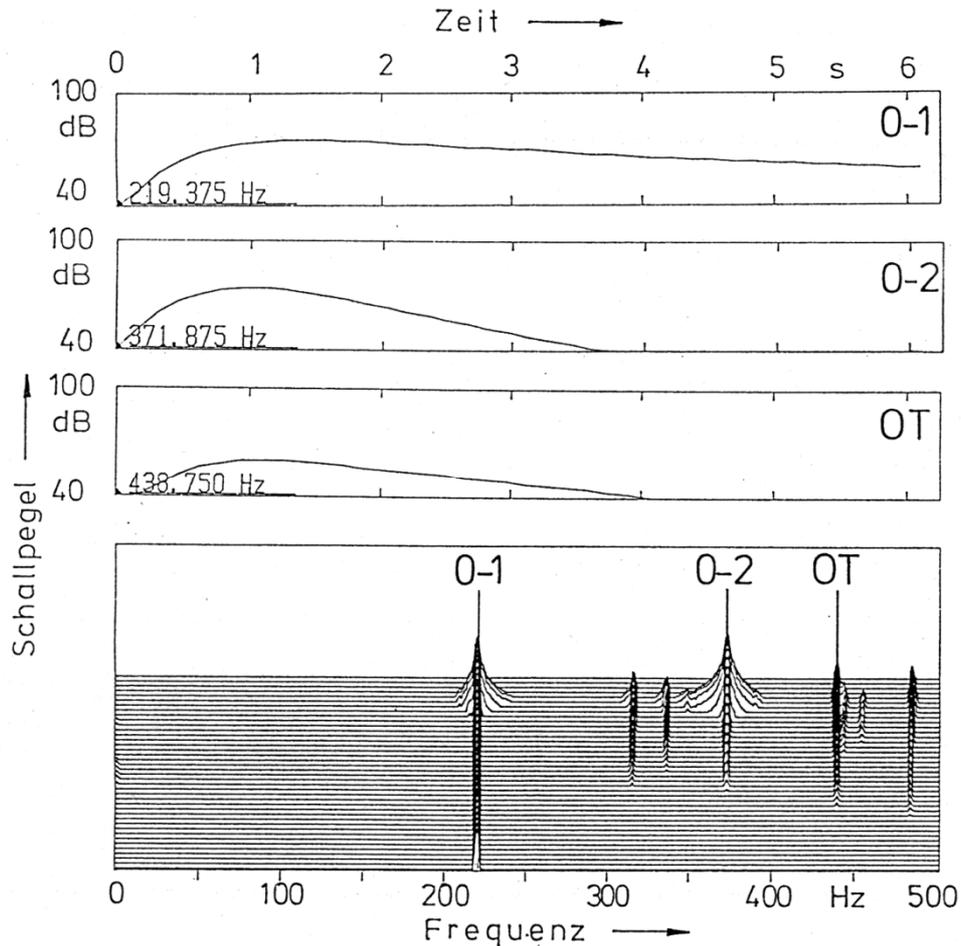


Fig. 29. Klang des kleinen Gongs Nr. II als Funktion der Zeit.

Unten: Gesamtspektrum; oben: Einzeltöne.

Die primären Komponenten (0-1-Ton und 0-2-Ton) sowie der Oberton des 0-1-Tones (OT) sind bezeichnet.

5.3. Abklingen von Teiltönen beim Gong Nr. III

Fig. 30 zeigt im unteren Diagramm die tieffrequenten Anteile des Schallsignals des mittleren Gongs Nr. III bis 400 Hz. Neben mehreren primären Komponenten, insbesondere den 0-1- und 0-2-Fundamentaltönen, ist als sekundäre Schallkomponente ganz deutlich der Oberton (OT) des 0-1-Tones zu ersehen.

Die oberen Diagramme von Fig. 30 verdeutlichen, wie diese Teiltöne über der Zeit verlaufen. Alle drei erreichen etwa den gleichen Maximalpegel. Greift man aus dem gradlinigen Abfall der Kurven die Nachhallzeit T_{60} ab, innerhalb derer der Pegel um 60 dB abnimmt, so erhält man die in Tab. XXV aufgeführten Zahlenwerte. Am längsten hält der 0-1-Primärton mit der Nachhallzeit $T_{60} \approx 14,4$ s an. Mit $T_{60} \approx 4$ s klingt der 0-2-Primärton etwa drei- bis viermal so

schnell ab. Der Oberton mit der doppelten Frequenz des 0-1-Tones hat die Nachhallzeit $T_{60} \approx 7,2$ s, die damit halb so lang wie diejenige des Primärtones ist.

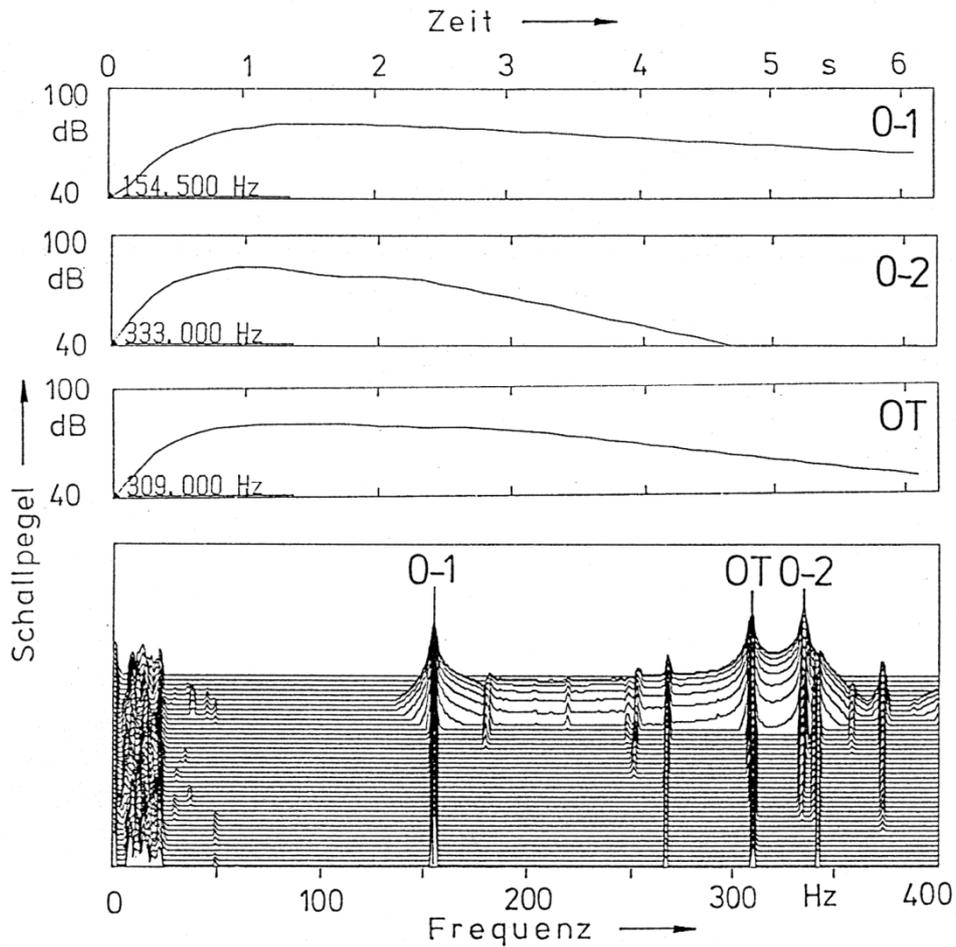


Fig. 30. Klang des mittleren Gongs Nr. III als Funktion der Zeit.

Unten: Gesamtspektrum; oben: Einzeltöne.

Die primären Komponenten (0-1-Ton und 0-2-Ton) sowie der Oberton des 0-1-Tones (OT) sind bezeichnet.

Tab. XXV. Nachhallzeiten von Teiltönen des mittleren Gongs Nr. III

Schallkomponente	Nachhallzeit T_{60}/s
0-1-Ton	14,4
0-2-Ton	4,0
Oberton	7,2

5.4. Abklingen von Teiltönen beim Gong Nr. IV

Unten in Fig. 31 ist das Schallsignal des mittleren Gongs Nr. IV zwischen 0 Hz und 400 Hz dargestellt. Die Zeit läuft nach unten, wobei eine Spanne von 6,25 s betrachtet wird. Neben einigen schwächeren Komponenten sind vor allem die primären 0-1- und 0-2-Töne sowie der Oberton (OT) des 0-1-Tones deutlich zu erkennen.

Die oberen Diagramme von Fig. 31 zeigen das Abklingen der einzelnen Teiltöne. Der Maximalpegel des Obertones ist um etwa 5 dB höher als derjenige des 0-1-Primärtones. Wiederum wurde aus dem geradlinigen Teil einer jeden Pegel-Zeit-Kurve die Nachhallzeit T_{60} ermittelt.

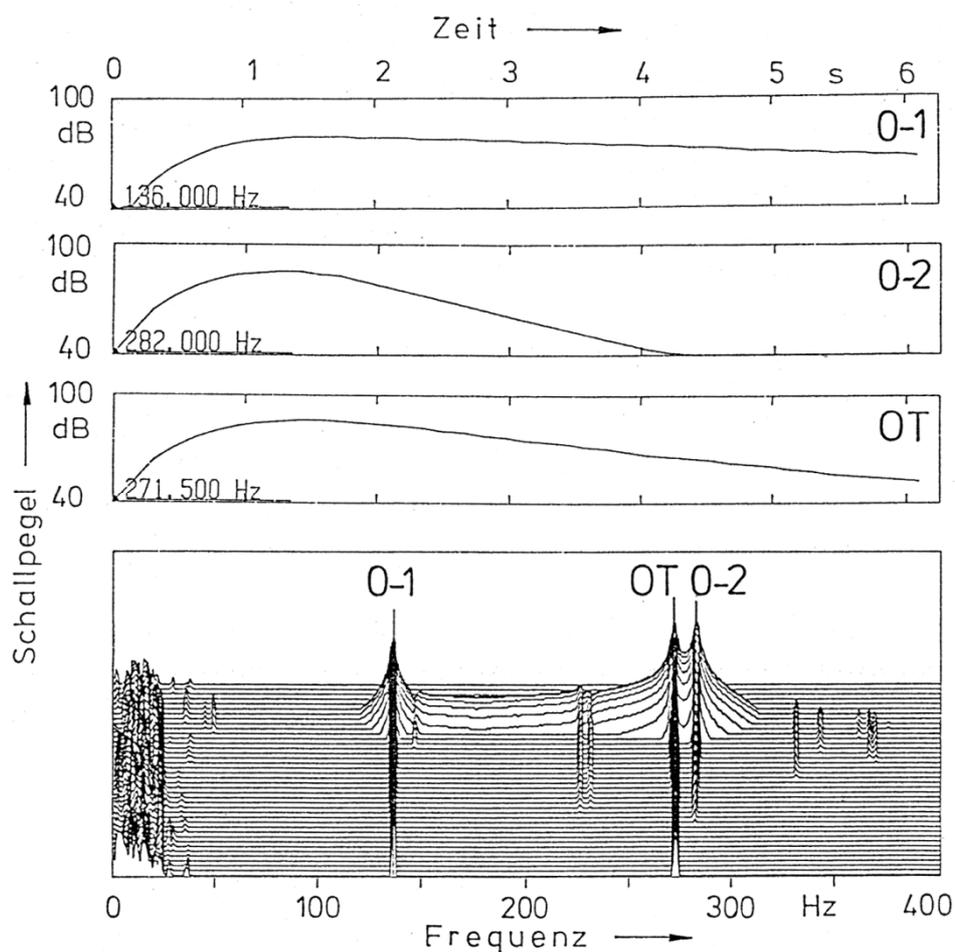


Fig. 31. Klang des mittleren Gongs Nr. IV als Funktion der Zeit.

Unten: Gesamtspektrum; oben: Einzeltöne.

Die primären Komponenten (0-1-Ton und 0-2-Ton) sowie der Oberton des 0-1-Tones (OT) sind bezeichnet.

Tab. XXVI zeigt die entsprechenden Zahlenwerte. Am längsten hält der 0-1-Primärton an; seine Nachhallzeit beträgt $T_{60} \approx 18$ s. Der 0-2-Primärton (Nachhallzeit $T_{60} \approx 3,6$ s) klingt mehr als viermal so schnell ab. Für den Oberton des 0-1-Tones lässt sich der Kurve die Nachhallzeit $T_{60} \approx 8$ s entnehmen. Damit klingt auch bei diesem Gong der Oberton ungefähr doppelt so schnell ab wie der zugehörige Fundamentaltone.

Tab. XXVI. Nachhallzeiten von Teiltönen des mittleren Gongs Nr. IV

Schallkomponente	Nachhallzeit T_{60} /s
0-1-Ton	18,0
0-2-Ton	3,6
Oberton	8,0

5.5. Abklingen von Teiltönen beim Gong Nr. V

Im unteren Diagramm von Fig. 32 ist das Schallsignal des großen Gongs Nr. V zwischen 0 Hz und 250 Hz durch 40 Einzelspektren visualisiert. Wie auch bei den beiden weiteren großen Gongs ist eine Zeitspanne von 10 s dargestellt. Abgesehen von einigen schwächeren Schallkomponenten sind die primären 0-1- und 0-2-Töne und der Oberton (OT) des 0-1-Tones zu erkennen.

Das Abklingen der einzelnen Teiltöne spiegelt sich in den oberen Diagramme von Fig. 32 wider. Der Oberton erreicht einen Maximalpegel, der um etwa 3 dB höher ist als derjenige seines 0-1-Primärtones. Zum Teil verlaufen die Kurven unstetig. Möglicherweise ist die Frequenz eines Teiltones bei großen Auslenkungen etwas anders als bei kleinen Auslenkungen. Die Bestimmung der Nachhallzeit T_{60} aus einem Schnitt durch das Teilton-, „Gebirge“ bei einer konstanten Frequenz gestaltet sich deshalb bei den beiden höherfrequenten Teiltönen unsicher. Ungefähre Zahlenwerte sind in Tab. XXVII zusammen gestellt.

Tab. XXVII. Nachhallzeiten von Teiltönen des großen Gongs Nr. V

Schallkomponente	Nachhallzeit T_{60} /s
0-1-Ton	24
0-2-Ton	≈ 5
Oberton	≈10

Gemäß Tab. XXVII hält der 0-1-Primärton am längsten an; seine Nachhallzeit beträgt $T_{60} \approx 24$ s. Der 0-2-Primärton klingt mit einer ungefähren Nachhallzeit $T_{60} \approx 5$ s nahezu fünfmal so schnell ab. Aus der Abklingkurve des Obertones des 0-1-Tones lässt sich die Nachhallzeit $T_{60} \approx 10$ s abschätzen. Bei diesem Gong klingt somit der Oberton etwas mehr als doppelt so schnell ab wie der zugehörige Fundamentaltone.

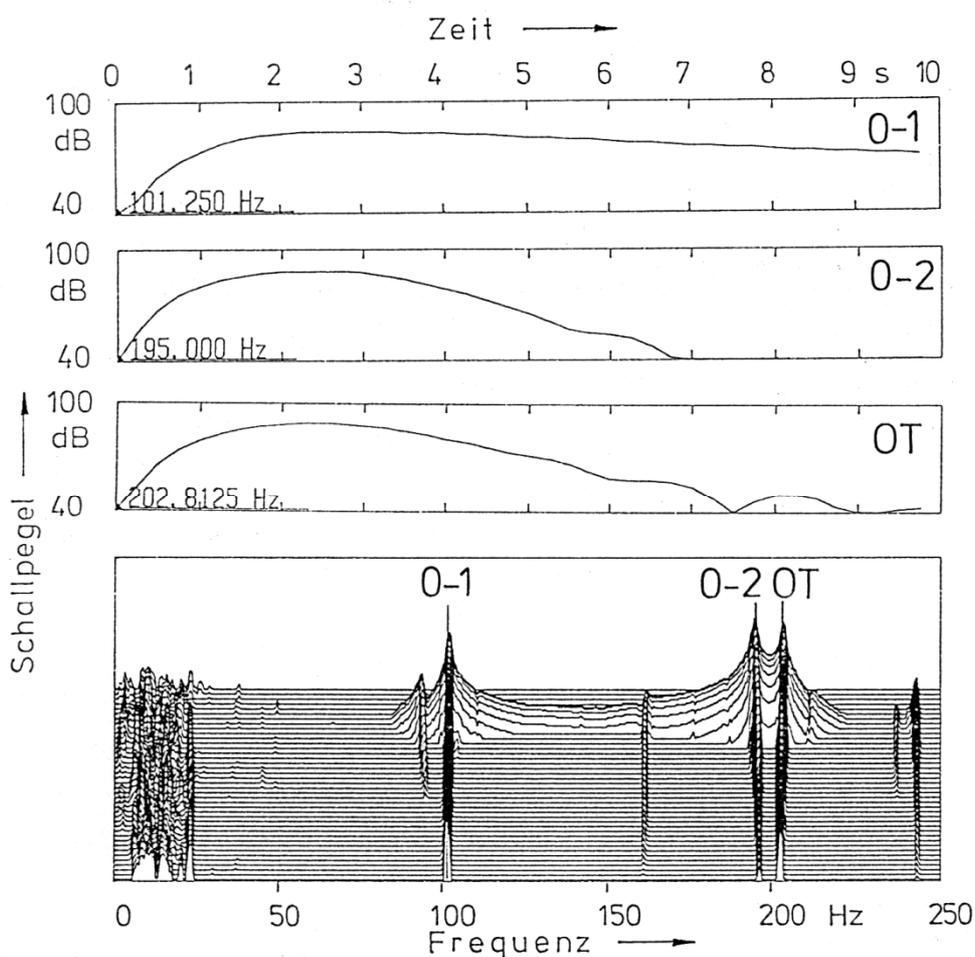


Fig. 32. Klang des großen Gongs Nr. V als Funktion der Zeit.

Unten: Gesamtspektrum; oben: Einzeltöne.

Die primären Komponenten (0-1-Ton und 0-2-Ton) sowie der Oberton des 0-1-Tones (OT) sind bezeichnet.

5.6. Abklingen von Teiltönen beim Gong Nr. VI

Unten in Fig. 33 ist das Schallsignal des großen Gongs Nr. VI für Frequenzen bis 250 Hz innerhalb einer Zeitspanne von 10 s dargestellt. Deutlich sind die 0-1- und 0-2-Fundamental-töne sowie der Oberton (OT) des 0-1-Tones zu erkennen.

Darüber ist in Fig. 33 das Abklingen dieser Teiltöne visualisiert. Der Maximalpegel des Obertones ist um etwa 5 dB kleiner als derjenige des 0-1-Primärtones. Im Gegensatz zum vorher betrachteten Instrument verlaufen bei diesem Gong die Kurven glatt und stetig. Es bereitet deshalb keine Schwierigkeiten, den Abklingkurven die jeweiligen Nachhallzeiten T_{60} zu entnehmen.

Tab. XXVIII lässt erkennen, dass wiederum der 0-1-Primärton am längsten anhält; seine Nachhallzeit beträgt $T_{60} \approx 18$ s. Mit einer ungefähren Nachhallzeit $T_{60} \approx 6,1$ s klingt der 0-2-

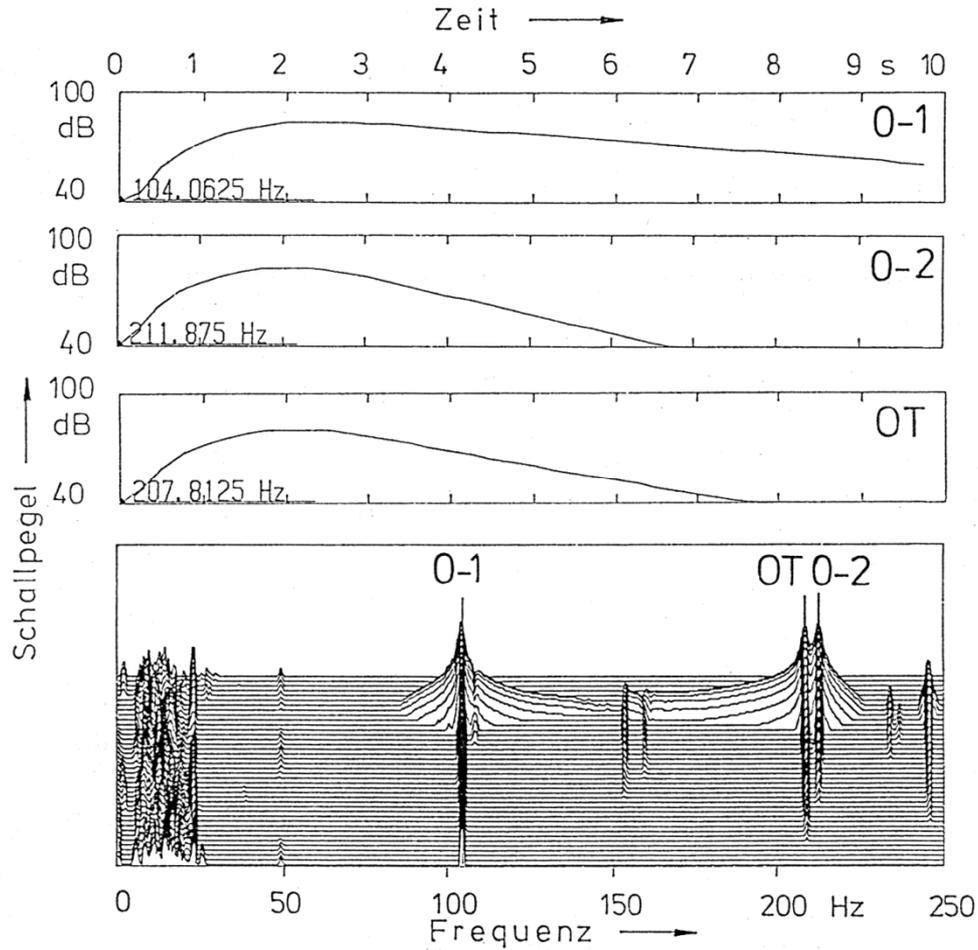


Fig. 33. Klang des großen Gongs Nr. VI als Funktion der Zeit.

Unten: Gesamtspektrum; oben: Einzeltöne.

Die primären Komponenten (0-1-Ton und 0-2-Ton) sowie der Oberton des 0-1-Tones (OT) sind bezeichnet.

Primärton dreimal so schnell ab. Der Oberton hat die Nachhallzeit $T_{60} \approx 7,4$ s; sein Pegel nimmt etwas mehr als doppelt so schnell ab wie derjenige des zugehörigen Primärtones.

Tab. XXVIII. Nachhallzeiten von Teiltönen des großen Gongs Nr. VI

Schallkomponente	Nachhallzeit T_{60}/s
0-1-Ton	18,0
0-2-Ton	6,1
Oberton	7,4

5.7. Abklingen von Teiltönen beim Gong Nr. VII

Im unteren Teil von Fig. 34 ist das Schallsignal des größten Gongs Nr. VII zwischen 0 Hz und 250 Hz dargestellt, wobei eine Zeitspanne von 10 s betrachtet wird. Neben mehreren schwachen Komponenten erkennt man ganz deutlich die primären 0-1- und 0-2-Töne sowie den Oberton (OT) des 0-1-Primärtones.

Den oberen Diagramme von Fig. 34 kann das Abklingen der einzelnen Teiltöne entnommen werden. Der Maximalpegel des Obertones ist um etwa 5 dB geringer als derjenige des 0-1-Primärtones. Da die Abklingkurven einen langen geradlinigen Teil aufweisen, bereitet es keine Schwierigkeiten, die Nachhallzeiten T_{60} abzugreifen.

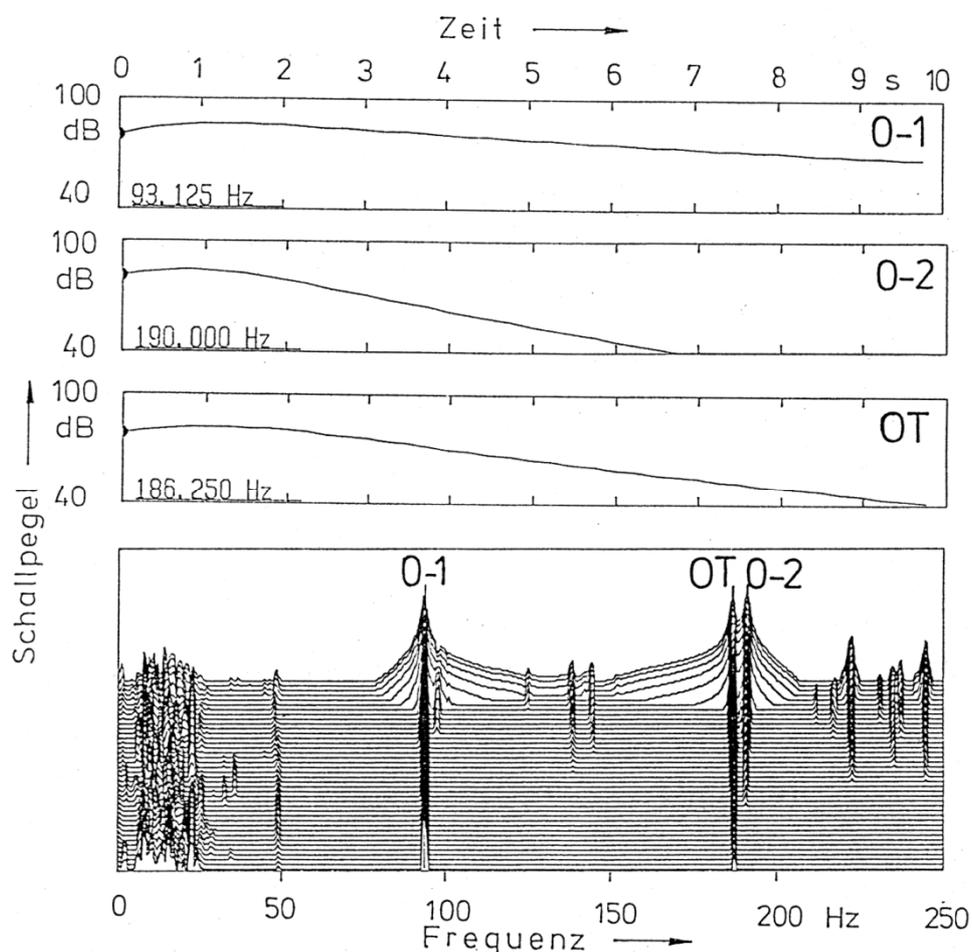


Fig. 34. Klang des großen Gongs Nr. VII als Funktion der Zeit.

Unten: Gesamtspektrum; oben: Einzeltöne.

Die primären Komponenten (0-1-Ton und 0-2-Ton) sowie der Oberton des 0-1-Tones (OT) sind bezeichnet.

Tab. XXIX zeigt die entsprechenden Zahlenwerte. Erwartungsgemäß „stehen“ die Teiltöne des größten der untersuchten Gongs sehr lang. Mit der Nachhallzeit $T_{60} \approx 24$ s hält der 0-1-Primärton am längsten an. Der 0-2-Primärton mit der Nachhallzeit $T_{60} \approx 7,5$ s klingt etwa dreimal so schnell ab. Für den Oberton des 0-1-Tones liest man die Nachhallzeit $T_{60} \approx 11,5$ s ab. Damit klingt auch bei diesem Gong der Oberton etwa doppelt so schnell wie der zugehörige Fundamentaltone, jedoch langsamer als der 0-2-Ton ab.

Tab. XXIX. Nachhallzeiten von Teiltönen des großen Gongs Nr. VII

Schallkomponente	Nachhallzeit T_{60}/s
0-1-Ton	24,0
0-2-Ton	7,5
Oberton	11,5

5.8. Zusammenfassende Bemerkung

Die Teiltöne des angeschlagenen Gongs lassen sich in erster Linie an Hand ihrer Frequenz identifizieren. Die Analyse des Schallsignals ergibt zunächst die erwarteten primären Komponenten, die sich über ihre Frequenzen direkt mechanischen Teilschwingungen zuordnen lassen. Am stärksten prägen sich die Fundamentaltöne aus, die auf die rotationssymmetrischen Schwingungen 0-1 (mit einem Knotenkreis) und 0-2 (mit zwei Knotenkreisen) zurückgehen. Des Weiteren können sekundäre Schallanteile nachgewiesen werden. Von unerwartet großer Amplitude ist hierbei der Oberton (OT), dessen Frequenz stets das Doppelte der Frequenz des 0-1-Fundamentaltones ist.

Um weiteren Aufschluss über den Entstehungsmechanismus des Obertones zu erhalten, wurde im vorliegenden Kapitel ein zeitliches Kriterium studiert. Es wurde das Ausschwingen der Teiltöne, d.h. die Abnahme der Pegel über der Zeit, untersucht. Dazu wurden die individuellen Nachhallzeiten bestimmt. Wie Tab. XXX in der Zusammenfassung erkennen lässt, erweist sich dabei die Nachhallzeit des Obertones im Mittel stets als halb so groß wie die des zugehörigen Primärtones.

Tab. XXX. Nachhallzeit des 0-1-Primärtones und seines Obertones sowie Verhältnis der Nachhallzeiten des Obertones und des 0-1-Primärtones

Gong Nr.	0-1-Ton T_{60}/s	Oberton T_{60}/s	Quotient der Nachhallzeiten
I	11,5	5,7	0,50
II	15,6	8,2	0,53
III	14,4	7,2	0,50
IV	18,0	8,0	0,44
V	24	10	0,42
VI	18,0	7,4	0,41
VII	24,0	11,5	0,48

Diese Ergebnisse für die Burma-Gongs werden durch Beobachtungen an den beiden Java-Gongs gestützt, deren Schallsignale bereits in den Fig. 24 und 25 präsentiert worden sind. Beim Gong Suwukan ist die Nachhallzeit des Obertones das 0,51-Fache, beim Gong Ageng das 0,52-Fache der Nachhallzeit des 0-1-Primärtones. Damit kann festgehalten werden, dass bei sämtlichen untersuchten Buckelgongs der Pegel des Obertones im Mittel doppelt so rasch abnimmt wie der des zugehörigen Primärtones. Bezogen auf die Amplituden bedeutet dies einen quadratischen Zusammenhang.

Dies kann so gedeutet werden, dass zu jedem Zeitpunkt die Amplitude des Obertones mit dem Quadrat der Amplitude des 0-1-Primärtones verknüpft ist. Damit liegt ein weiterer Hinweis auf den Charakter der Nichtlinearität vor. Offenbar gehorcht beim Gong die Nichtlinearität einer quadratischen Kennlinie, worauf auch schon die Frequenzverdoppelung $f_{OT} = 2f_{0-1}$ beim Oberton hingedeutet hat. Die Existenz einer nichtlinearen Verknüpfung steht nun zweifelsfrei fest und es wird immer wahrscheinlicher, dass diese einem Quadratgesetz gehorcht. Nun sollen im folgenden Kapitel die theoretischen Zusammenhänge ausgearbeitet und mit den experimentellen Befunden verglichen werden.

6. QUADRATISCHE NICHTLINEARITÄT

Ohne Zweifel enthält das Schallsignal eines Gongs Komponenten, die auf einer Nichtlinearität basieren. Um das Wesen dieser Nichtlinearität zu modellieren, wird im folgenden Kapitel der einfache Fall einer stationären Anregung betrachtet. Die anregende Kraft sei mit der Auslenkung bzw. dem Schalldruck über eine gekrümmte Kennlinie verknüpft. Diese soll neben dem linearen Anteil auch einen quadratischen Anteil aufweisen. In Anlehnung an den Sprachgebrauch der Elektrotechnik werden diejenigen Anteile der Auslenkung, die auf den quadratischen Anteil der Kennlinie zurückzuführen sind, als nichtlineare „Verzerrungsprodukte“ bezeichnet.

6.1. Monofrequente Anregung

Die Kennlinie

$$p = a_1 F + a_2 F^2 \quad (1)$$

beschreibt über den Anteil a_1 eine lineare Beziehung und über den Anteil a_2 eine quadratische Verknüpfung der Erregerkraft F mit dem Schalldruck p .

Im vorliegenden Abschnitt wird der einfache Fall einer harmonisch wirkenden Erregerkraft mit einer Frequenz f_{0-1} angenommen. Die Erregerkraft kann dann durch

$$F = \hat{F}_{0-1} \cos 2\pi f_{0-1} t \quad (2)$$

beschrieben werden, wobei \hat{F}_{0-1} der Spitzenwert der Kraft und f_{0-1} ihre Frequenz sind. Eingesetzt in Gl. (1) gilt damit für den Schalldruck

$$p = a_1 \hat{F}_{0-1} \cos 2\pi f_{0-1} t + a_2 (\hat{F}_{0-1} \cos 2\pi f_{0-1} t)^2$$

bzw. wenn die Klammer ausquadriert wird

$$p = a_1 \hat{F}_{0-1} \cos 2\pi f_{0-1} t + a_2 \hat{F}_{0-1}^2 \frac{1}{2} (1 + \cos 4\pi f_{0-1} t) \quad (3)$$

Es entstehen drei Anteile

$$p = \frac{a_2}{2} \hat{F}_{0-1}^2 \quad (4a)$$

$$+ a_1 \hat{F}_{0-1} \cos 2\pi f_{0-1} t \quad (4b)$$

$$+ \frac{a_2}{2} \hat{F}_{0-1}^2 \cos 4\pi f_{0-1} t \quad (4c)$$

Somit liegen nun drei Schalldruckbeiträge unterschiedlicher Frequenz und Amplitude vor, die in Tab. XXXI zusammengestellt sind. Der Anteil (4a) entspricht einem Gleichdruck und hat für das Hören keine Bedeutung. Der Anteil (4b) kennzeichnet den primären Fundamentaltone, dessen Frequenz gleich der Anregungsfrequenz f_{0-1} ist. Der sekundäre Anteil (4c) hat mit $2f_{0-1}$ die doppelte Frequenz der Anregung und wird als Oberton bezeichnet. Er ist das bedeutendste der nichtlinearen Verzerrungsprodukte, die sich im Schallsignal nachweisen lassen.

Tab. XXXI. Amplituden und Frequenzen von Spektralkomponenten bei monofrequenter Anregung und einer quadratischen Kennlinie

Frequenz	Amplitude	Bezeichnung
0	$\frac{a_2}{2} \hat{F}_{0-1}^2$	Gleichdruck (4a)
f_{0-1}	$\hat{p}_{0-1} = a_1 \hat{F}_{0-1}$	Fundamentalton (4b)
$2f_{0-1}$	$\hat{p}_{OT} = \frac{a_2}{2} \hat{F}_{0-1}^2$	Oberton (4c)

Tab. XXXI fasst die Verhältnisse zusammen, die vorliegen, wenn der Gong ausschließlich mit der Frequenz der 0-1-Schwingung angeregt wird. Diese monofrequente Anregung ruft nicht nur den 0-1-Fundamentalton gleicher Frequenz, sondern auch den Oberton (OT) mit der zweifachen Frequenz hervor. Während die Amplitude des 0-1-Fundamentaltones der Anregung direkt proportional ist, hängt diejenige des Obertones vom Quadrat der Anregung ab. Für das Verhältnis der beiden Schalldruckamplituden gilt mit den Gln. (4b) und (4c)

$$\frac{\hat{p}(2f_{0-1})}{\hat{p}(f_{0-1})} = \frac{\hat{p}_{OT}}{\hat{p}_{0-1}} = \frac{a_2}{2 a_1} \hat{F}_{0-1} \quad (5)$$

Aus Gl. (5) wird ersichtlich, dass die Amplitude des Obertones nicht nur proportional zur Amplitude des Fundamentaltones ist, sondern auch von der Anregung abhängt. Die Verknüpfung zwischen den Amplituden der beiden Töne ist durch

$$\hat{p}_{OT} = \frac{a_2}{2 a_1^2} \hat{p}_{0-1}^2 \quad (6a)$$

gegeben. Daraus ist nun zu ersehen, dass die Amplitude des Obertones mit dem Quadrat der Amplitude ihres Fundamentaltones anwächst. Führt man die Effektivwerte, z.B. über

$$\hat{p}_{OT} = \sqrt{2} \tilde{p}_{OT}$$

ein, so wird aus Gl. (6a)

$$\tilde{p}_{OT} = \frac{a_2}{\sqrt{2} a_1^2} \tilde{p}_{0-1}^2 \quad (6b)$$

Gl. (6b) zeigt neben dem funktionalen Zusammenhang der Teil-Schalldrücke

$$\tilde{p}_{OT} \sim \tilde{p}_{0-1}^2$$

auch die quantitative Verknüpfung auf. Geht man auf die Schallpegel

$$L = 20 \lg \frac{\tilde{p}}{p_{\text{ref}}} \text{ dB} \quad (7)$$

mit dem Referenz-Schalldruck

$$p_{\text{ref}} = 20 \mu\text{Pa}$$

über, so wird aus Gl. (6b)

$$L_{\text{OT}} = 2 L_{0-1} + 20 \lg \frac{a_2 p_{\text{ref}}}{\sqrt{2} a_1^2} \text{ dB} \quad . \quad (8)$$

Gl. (8) besagt, dass der Pegel L_{OT} des Obertones sich zunächst aus einem konstanten Anteil errechnet; darüber hinaus ist er mit dem Doppelten des Pegels L_{0-1} des Fundamentals tones verknüpft. Wenn der konstante Anteil in Gl. (8) klein ist, bedeutet dies, dass der Pegel des Obertones im Wesentlichen doppelt so stark ansteigt wie derjenige seines Fundamentals tones. Umgekehrt fällt der Pegel des Obertones auch doppelt so rasch ab wie derjenige seines Fundamentals tones. Eine Verknüpfung dieser Art hat sich schon bei den Nachhallzeiten gezeigt; vgl. das vorangehende Kapitel. Die Pegel des Fundamentals tones und des Obertones haben unmittelbar nach dem Anschlag etwa dieselbe Größe. Wie beispielsweise der Zusammenfassung in Tab. XXX entnommen werden kann, klingt der Oberton in guter Näherung doppelt so rasch ab wie der 0-1-Fundamentals ton. Die vereinfachte Betrachtung dieses Abschnittes, bei der das Vorhandensein weiterer Komponenten noch gar nicht berücksichtigt ist, gibt demnach schon wesentliche Grundzüge des nichtlinearen Verhaltens eines Gongs zutreffend wieder.

6.2. Anregung mit zwei Signalen unterschiedlicher Frequenz

Nachdem im vorherigen Abschnitt der Oberton betrachtet worden ist, soll nun auch der Differenzton theoretisch untersucht werden. Dazu muss die Anregung von einem monofrequenten Signal auf zwei Signale mit unterschiedlichen Frequenzen erweitert werden.

Den Betrachtungen im vorliegenden Abschnitt liegt eine Erregerkraft zugrunde, die aus den beiden Anteilen

$$F = \hat{F}_{0-1} \cos 2\pi f_{0-1} t + \hat{F}_{0-2} \cos 2\pi f_{0-2} t \quad (9)$$

mit den Frequenzen f_{0-1} (entsprechend dem 0-1-Fundamentals ton) und f_{0-2} (entsprechend dem 0-2-Fundamentals ton) besteht. Diese Anregung wird an der linear-quadratischen Kennlinie von Gl. (1) „gespiegelt“, was

$$p = a_1 (\hat{F}_{0-1} \cos 2\pi f_{0-1} t + \hat{F}_{0-2} \cos 2\pi f_{0-2} t) + a_2 (\hat{F}_{0-1} \cos 2\pi f_{0-1} t + \hat{F}_{0-2} \cos 2\pi f_{0-2} t)^2 \quad (10)$$

ergibt. Somit entstehen mehrere verschiedenfrequente Anteile

$$p = \frac{a_2}{2} \hat{F}_{0-1}^2 + \frac{a_2}{2} \hat{F}_{0-2}^2 \quad (11a)$$

$$+ a_1 \hat{F}_{0-1} \cos 2\pi f_{0-1} t \quad (11b)$$

$$+ a_1 \hat{F}_{0-2} \cos 2\pi f_{0-2} t \quad (11c)$$

$$+ \frac{a_2}{2} \hat{F}_{0-1}^2 \cos 4\pi f_{0-1} t \quad (11d)$$

$$+ \frac{a_2}{2} \hat{F}_{0-2}^2 \cos 4\pi f_{0-2} t \quad (11e)$$

$$+ a_2 \hat{F}_{0-1} \hat{F}_{0-2} \cos 2\pi (f_{02} - f_{01}) t \quad (11f)$$

$$+ a_2 \hat{F}_{0-1} \hat{F}_{0-2} \cos 2\pi (f_{02} + f_{01}) t \quad (11g)$$

Es liegen nun sieben Schalldruckbeiträge unterschiedlicher Frequenz und Amplitude vor, die in Tab. XXXII zusammen gestellt sind. Der Anteil (11a) entspricht einem Gleichdruck und hat für das hörbare Schallsignal keine Bedeutung. Der Anteil (11b) kennzeichnet den ersten primären 0-1-Fundamentalton, dessen Frequenz gleich der Anregungsfrequenz f_{0-1} ist. Das Analoge gilt für den Anteil (11c), der den zweiten primären 0-2-Fundamentalton mit der Frequenz f_{0-2} charakterisiert. Darüber hinaus treten mehrere sekundäre Anteil auf. Die Obertöne (11d) und (11e) haben mit $2f_{0-1}$ bzw. $2f_{0-2}$ die doppelten Frequenzen der jeweiligen Fundamentaltöne. Sie stellen nichtlineare Verzerrungsprodukte dar, die im Schallsignal nachgewiesen werden können.

Tab. XXXII. Amplituden und Frequenzen von Spektralkomponenten bei Anregung mit zwei Signalen unterschiedlicher Frequenzen und einer quadratischen Kennlinie

Frequenz	Amplitude	Bezeichnung
0	$\frac{a_2}{2} (\hat{F}_{0-1}^2 + \hat{F}_{0-2}^2)$	Gleichdruck (11a)
f_{0-1}	$\hat{p}_{0-1} = a_1 \hat{F}_{0-1}$	1. Fundamentalton (11b)
f_{0-2}	$\hat{p}_{0-2} = a_1 \hat{F}_{0-2}$	2. Fundamentalton (11c)
$2f_{0-1}$	$\hat{p}_{1.OT} = \frac{a_2}{2} \hat{F}_{0-1}^2$	1. Oberton (11d)
$2f_{0-2}$	$\hat{p}_{2.OT} = \frac{a_2}{2} \hat{F}_{0-2}^2$	2. Oberton (11e)
$f_{0-2} - f_{0-1}$	$\hat{p}_{DT} = a_2 \hat{F}_{0-1} \hat{F}_{0-2}$	Differenzton (11f)
$f_{0-2} + f_{0-1}$	$\hat{p}_{ST} = a_2 \hat{F}_{0-1} \hat{F}_{0-2}$	Summenton (11g)

Während die bisher beschriebenen Komponenten mit den Erkenntnissen des vorherigen Abschnitts konform gehen, sind die übrigen beiden Anteile bisher noch nicht in Erscheinung getreten. Die Frequenz des Differenztones (11f) entspricht dem Unterschied $f_{02} - f_{01}$ der Primärtonfrequenzen. Dagegen hat der Summenton (11g) eine Frequenz, die aus der Addition der Primärtonfrequenzen $f_{02} + f_{01}$ folgt. Solche Resultate einer nichtlinearen Beziehung werden in der Elektrotechnik als „Intermodulationsprodukte“ bezeichnet.

Tab. XXXII gibt noch einmal in geraffter Form die Verhältnisse wieder, wie sie beim Wirken zweier Anregungssignale – hier entsprechend den mechanischen 0-1- und 0-2-Schwingungen - vorliegen. Sie lässt neben den Obertönen einen Differenzton und einen Summenton erwarten. Diese haben die Eigenschaft, nicht harmonisch mit den Fundamentaltönen verknüpft zu sein. Insbesondere dem Differenzton wird häufig eine ausgeprägte Störwirkung zugeschrieben (Zollner und Zwicker 1993). In vielen Fällen stellt er die Komponente mit der kleinsten Frequenz dar und unterliegt damit nicht der spektralen Verdeckung (Zwicker und Fastl 1999). Da er beim Gong in aller Regel nur mit geringer Amplitude abgestrahlt wird, soll er im vorliegenden Zusammenhang fortan nicht mehr untersucht werden. Den Ergebnissen von Kapitel 4 zufolge steht seine Existenz hingegen außer Frage. Dies bleibt festzuhalten und ist als weiterer deutlicher Hinweis darauf zu werten, dass beim Gong tatsächlich eine quadratische Nichtlinearität vorliegt.

Der Summenton und in noch ausgeprägterem Maße der zweite Oberton haben hohe Frequenzen. Diese liegen im Bereich der weiteren Primärtöne, die unmittelbar von mechanischen Schwingungen des Gongs herrühren. Bei entsprechender Sorgfalt können sie messtechnisch nachgewiesen werden. Für die Hörwahrnehmung, die ein Gongschlag hervorruft, scheinen sie keine große Rolle zu spielen. Von ganz grundlegender Bedeutung ist dagegen der erste Oberton, der im Folgenden weiter analysiert werden soll.

6.3. Abschätzung der Kennlinie aus statischen Berechnungen

Die Vermutung, dass die Nichtlinearität eines Gongs geometrischer Natur ist, erscheint gerechtfertigt. Die Form dieses Instruments erinnert an ein technisches Bauteil, das als Tellerfeder bezeichnet wird. Eine Tellerfeder ist wie ein Kegelstumpf geformt. Sie reagiert auf das Hineindrücken mit einer anderen Rückstellkraft als auf das Herausziehen; ihre Federkennlinie ist unsymmetrisch.

Entsprechende numerische Untersuchungen hat Thölke (2000) mit Hilfe des FE-Programmes MSC.Nastaran durchgeführt. Thölke hat Gongs vermessen, FE-Modelle erstellt und jeweils die Verschiebung des Zentrums in Folge einer statischen Last errechnet. Im Gegensatz zu der freien Aufhängung, die der Gong normalerweise vorfindet, wurde für diese Berechnung angenommen, dass der Rand in axialer Richtung unverschieblich gelagert sei, in radialer Richtung jedoch ausweichen kann.

Die Ergebnisse von Thölke (2000) S. 35 für den Gong Nr. V lassen sich wie folgt zusammenfassen: Wird linear gerechnet, so verschiebt sich bei einer statischen Last von $F = 3250$ N die Mitte des Schlagbuckels um $x = 13,0$ mm. Die nichtlineare Berechnung ergibt dagegen die Verschiebung $x = 15,2$ mm. Wenn die aufgebrachte Belastung groß genug ist, unterscheidet sich somit das Ergebnis der nichtlinearen Analyse deutlich von dem der linearen Berechnung. Je nach Richtung der Belastung ergibt die nichtlineare Behandlung zwei unterschiedliche Kraft-Verschiebungskurven. Wenn auf den Schlagbuckel gedrückt wird, ist die Verschiebung größer, als wenn daran gezogen wird. So ergibt sich für die maximal zugrunde gelegte Zugkraft $F = -5000$ N lediglich die Verschiebung $x = -12,2$ mm.

Die Ergebnisse lassen sich grob durch die eine Weg-Kraft-Kennlinie analog Gl. (1)

$$x = b_1 F + b_2 F^2 \quad (12a)$$

mit

$$b_1 = 4,0 \cdot 10^{-6} \text{ m/N} \quad (12b)$$

und

$$b_2 = 2,1 \cdot 10^{-10} \text{ m/N}^2 \quad (12c)$$

beschreiben. Die zugehörige Funktion ist in den Fig. 35 und 36 auf zwei Arten dargestellt. Positive Werte bedeuten, dass Verschiebung bzw. Kraft („Druck“) - wie beim Anschlag mit dem Schlegel - von vorne in Richtung auf den Schlagbuckel wirken. Negatives Vorzeichen besagt, dass Verschiebung bzw. Kraft („Zug“) vom Gong weg gerichtet sind.

Fig. 35 zeigt die linear-quadratische Kennlinie nach Gl. (12a) mit den Koeffizienten gemäß den Gln. (12b) und (12c). Die Verschiebung x der Mitte des Schlagbuckels, die Thölke mittels seiner FE-Rechnung erhalten hat, ist als Funktion der Kraft F aufgetragen. Zum Vergleich ist gestrichelt die Gerade eingezeichnet, die den linearen Anteil kennzeichnet. Wirkt eine starke Kraft von vorne auf den Schlagbuckel („Druck“), wird dessen Mitte weiter ausgeleuchtet, als wenn eine gleich große Kraft von hinten auf den Gong wirken würde („Zug“).

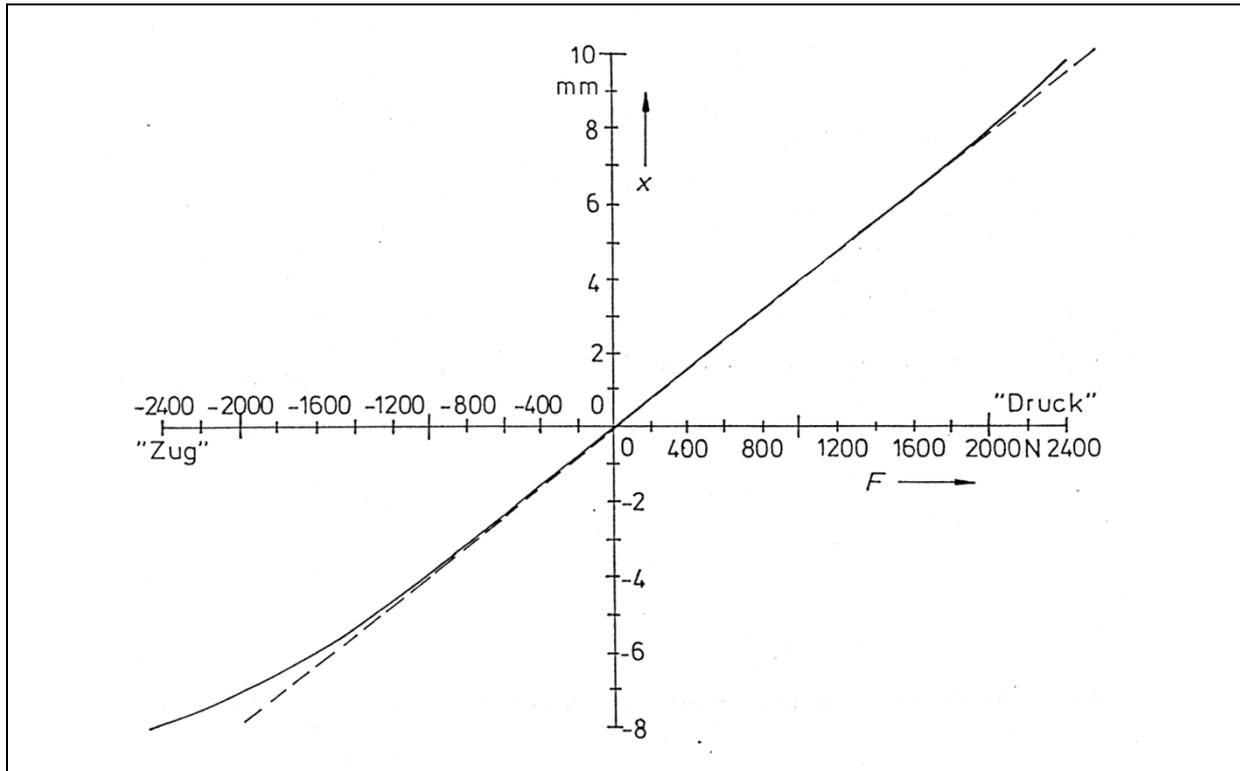


Fig. 35. Zusammenhang zwischen einer statischen Kraft F auf die Mitte des Schlagbuckels und der zugehörigen Verschiebung x . Der Gong Nr. V ist am Rand aufgelagert; nach Thölke (2000).

Die Kennlinie des Gongs in Fig. 35 verläuft zwar zunächst linear, es ist ihr aber ein quadratischer Anteil überlagert. Sind die Kräfte bzw. Auslenkungen groß genug, wirkt sich die Nichtlinearität aus. Bei der impulsartigen Anregung mit dem Schlegel und beim Schwingen könnten noch größere Werte als im statischen Fall auftreten, in dem die Verschiebung ausschließlich durch die Steifigkeit bestimmt ist. Schwingt der Gong, so kann die Auslenkung deutlich größer sein. Im Resonanzfall ($f = f_{0.1}$) kompensieren sich Steifigkeit und Masse gegenseitig. Die „Resonanzüberhöhung“, die angibt, um wie viel größer die Auslenkung im Resonanzfall im Vergleich zur statischen Auslenkung ist, wird im Wesentlichen durch die Güte der Resonanz bestimmt. Diese ist bei einem Metallidiophon erfahrungsgemäß sehr groß.

In Fig. 36 ist derselbe Sachverhalt in Form einer Federkennlinie dargestellt. Nun ist die Rückstellkraft in Abhängigkeit von der Verschiebung des Schlagbuckels aufgetragen. Die Kurve entspricht der Kennlinie einer Tellerfeder: Bei „Druck“ verläuft sie unterproportional, d.h. beim Hineindrücken des Schlagbuckels steigt die rückstellende Kraft des Gongs in geringerem Maße als die Verschiebung an. Drückt man von hinten auf den Schlagbuckel bzw. zieht

man den Schlagbuckel nach außen („Zug“), so steigt die Rückstellkraft in höherem Maß an als die Verschiebung. Dieser Effekt ist einzig und allein in der Form des Gongs begründet (g e o m e t r i s c h e Nichtlinearität). Nichtlineares Verhalten des Materials (p h y s i k a l i s c h e Nichtlinearität) spielt dabei keine Rolle.

Insgesamt stellt der an seinem Rand aufgelagerte Gong eine relativ harte Feder dar. So ist gemäß Gl. (12) die Kraft $F = 250 \text{ N}$ notwendig, um eine statische Auslenkung des Buckels von $x = 1 \text{ mm}$ hervorzurufen. Ab Auslenkungen von $\pm 5 \text{ mm}$ hängt die Rückstellkraft des Gongs erkennbar von der Bewegungsrichtung in dem Sinne ab, dass der Gong bei einer Auslenkung des Buckels aus dem Gong heraus steifer reagiert, als wenn der Buckel um einen gleich großen Betrag in den Gong hinein gedrückt wird.

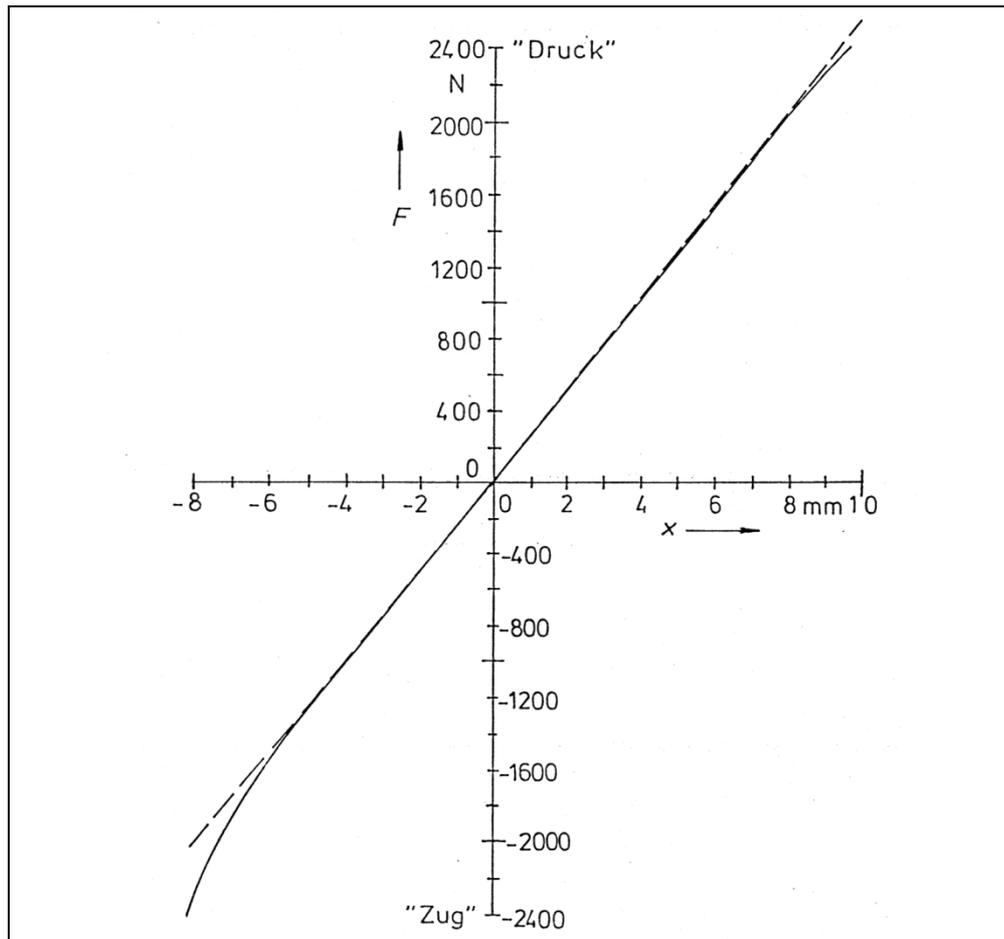


Fig. 36. Zusammenhang zwischen einer axialen Verschiebung x der Mitte des Schlagbuckels und der zugehörigen Rückstellkraft F . Der Gong Nr. V ist am Rand aufgelagert; nach Thölke (2000).

Die oben angegebenen Resultate von Thölke (2000) stellen ein erster Versuch dar, eine nicht-lineare Federkennlinie mittels einer statischen Berechnung zu quantifizieren. Dabei sollte in Erinnerung bleiben, dass gezwungenermaßen eine Randbedingung zugrunde gelegt werden musste, die von derjenigen im Spielbetrieb abweicht. Möglicherweise reagiert der Gong beim Schwingen weicher. Es wäre auch denkbar, dass die Federkennlinie bei Druck nicht durchgängig – wie in Fig. 36 – unterlinear verläuft. Wenn andere Teile des Gongs in stärkerem Maße verformt werden, könnte dies vielmehr unter Umständen auch zu einem überproportionalen Verlauf führen, der sich in einem negativen Vorzeichen des Koeffizienten a_2 äußern würde. Auf jeden Fall bleibt festzuhalten, dass die errechnete Kennlinie gemäß den Fig. 35 bzw. 36 neben dem linearen einen quadratischen Anteil aufweist. Dies ist in erfreulicher Übereinstimmung mit der beobachteten Frequenzverdoppelung.

6.4. Abschätzung der Kennlinie aus Schalldruckmessungen

Die Nichtlinearität hat ihre Ursache in der Gestalt des Gongs und in den mechanischen „Großsignal“-Vorgängen. Die Untersuchungen mechanischer Schwingungen (Fleischer 2001, 2002) waren bisher jedoch stets auf den „Kleinsignal“-Bereich beschränkt, so dass die Nichtlinearität nicht zum Tragen kam. Derzeit sind die nichtlinearen Effekte nur im Schallsignal des angeschlagenen Gongs direkt beobachtbar. Ausgehend von der Formel (8)

$$L_{OT} = 2 L_{0-1} + 20 \lg \frac{a_2 p_{\text{ref}}}{\sqrt{2} a_1^2} \text{ dB}$$

soll im Folgenden versucht werden, an einem Beispiel Hinweise über die quantitativen Zusammenhänge und insbesondere über die Größe des zweiten Anteils zu gewinnen. Dazu werden die Schallpegel L_{0-1} des 0-1-Primärtones und L_{OT} seines Obertones erfasst und ausgewertet. Die Messergebnisse beziehen sich auf den Gong Nr. V.

6.4.1. Zeitliches Ausschwingen

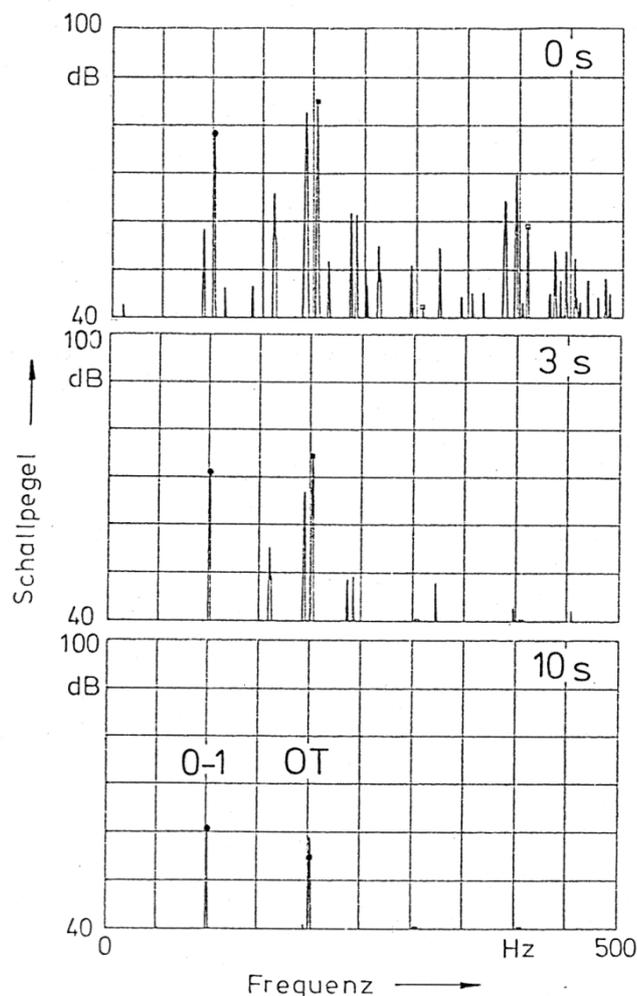


Fig. 37. Schallpegel-Frequenz-Spektren des Gongs Nr. V zu unterschiedlichen Zeitpunkten nach dem Anschlag.

Unterschiedliche Pegel treten beispielsweise auf, nachdem der Gong angeschlagen wird und seine Teiltöne abklingen. In Hinsicht auf die zugehörigen Abklingzeiten wurden bereits Experimente durchgeführt und in Kapitel 5 beschrieben. Dabei wurde jeder Teilton für sich und ohne Bezug zu den anderen Teiltönen betrachtet. Im vorliegenden Abschnitt werden Schallpegelspektren zu verschiedenen Zeitpunkten nach dem Anschlag aufgenommen und die Pegel des Fundamentals sowie seines ersten Obertones mittels Cursor ausgelesen.

Fig. 37 zeigt exemplarisch einige Beispiele für den Gong Nr. V. Man erkennt, wie sich das Spektrum im Laufe der Zeit ändert und wie die einzelnen Teiltöne unterschiedlich schnell abklingen. Entnimmt man die Pegel L_{0-1} des 0-1-Fundamentals (linker Punkt) und L_{OT} des ersten Obertones (rechter Punkt) zum jeweils selben Zeitpunkt und trägt sie in ein entsprechendes Diagramm ein, so entsteht Fig. 38.

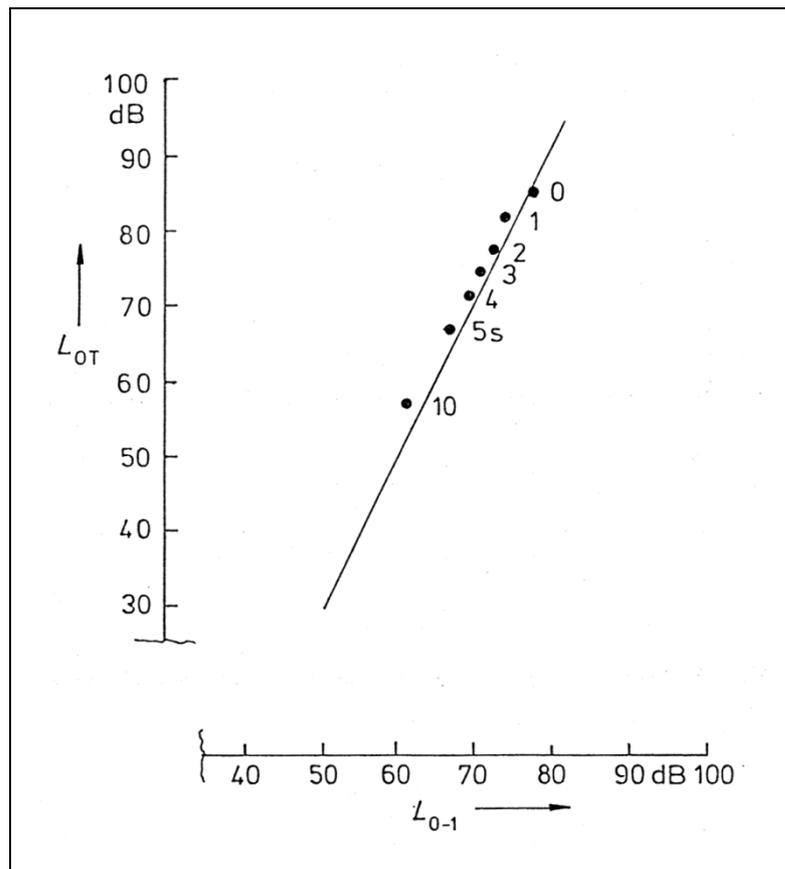


Fig. 38. Pegel L_{OT} des ersten Obertones als Funktion des Pegels L_{0-1} des 0-1-Fundamentals zu unterschiedlichen Zeitpunkten nach dem Anschlag des Gongs Nr. V.

In Fig. 38 ist der Pegel des Obertones als Funktion des Pegels seines Fundamentals dargestellt. Der Nullpunkt ist unterdrückt. Die Zahlenwerte neben den Messpunkten beziehen sich auf die Zeit, die seit dem Anschlag vergangen ist. Es ist eine Gerade der Steigung 2, wie sie gemäß Gl. (8) die beiden Pegel funktional verknüpft, eingezeichnet. Als zugehöriger Achsenabschnitt ergibt sich -70 dB.

6.4.2. Unterschiedlich starke Anschläge

In Fig. 39 sind Ergebnisse anderer Experimente am selben Gong Nr. V zusammengestellt, mit denen dieser Befund überprüft werden kann. Es wurde versucht, den Schlegel mit unterschiedlicher Wucht zu führen und dadurch den Gong unterschiedlich stark anzuschlagen.

Ebenso wie auch in Fig. 38 ist der Pegel des Obertones in Abhängigkeit vom Pegel seines Fundamentaltones aufgetragen. Die Symbole beziehen sich auf mehrere Messungen unmittelbar nach dem Anschlag. Der schwarze Punkt in Fig. 39 stimmt mit demjenigen aus Fig. 38 für die Zeitverzögerung 0 s überein.

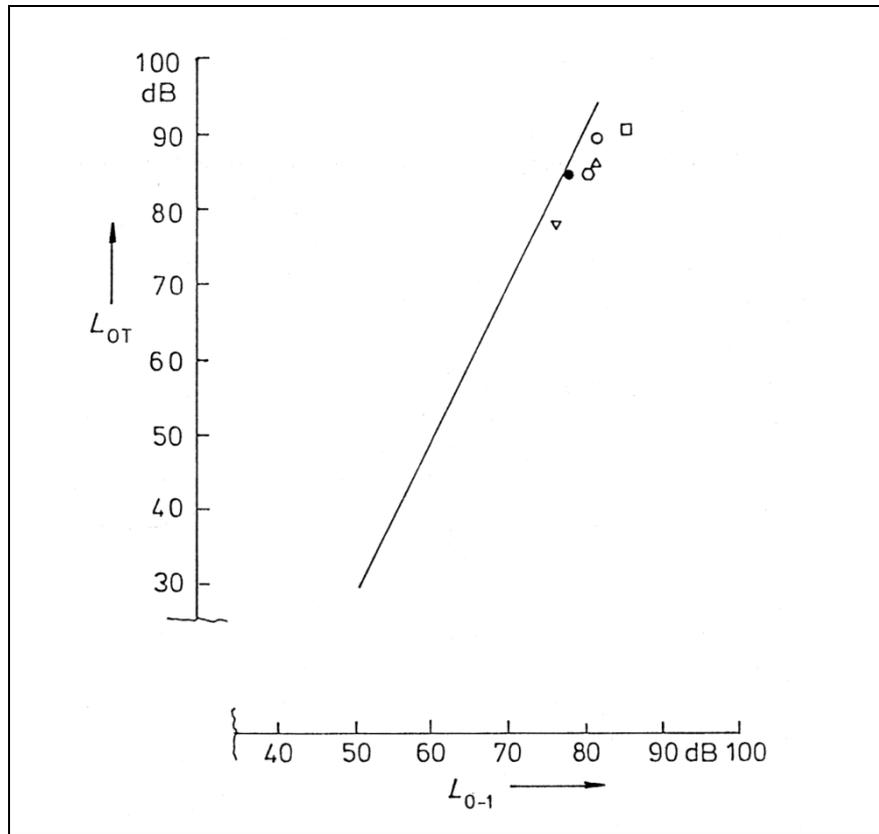


Fig. 39. Pegel L_{OT} des ersten Obertones als Funktion des Pegels L_{0-1} des 0-1-Fundamentaltones, wie er sich bei unterschiedlich starkem Anschlagen des Gongs Nr. V ergibt.

Es ist die Gerade aus Fig. 38 übernommen. Hinsichtlich der Steigung 2 „fittet“ sie die Ergebnisse gut. Der Achsenabschnitt -70 dB stellt dagegen nur einen ungefähren Anhaltswert dar. Dies könnte seinen Grund darin haben, dass im Verlauf des Ausschwingens (Fig. 38) die übrigen Spektralkomponenten unterschiedlich rasch abklingen. In der Folge finden die betrachteten Komponenten ständig ein anderes „Umfeld“ vor, was bei nichtlinearen Vorgängen von Bedeutung sein kann. Die Ergebnisse von Fig. 39 beziehen sich im Unterschied dazu auf den Anschlag, bei dem alle Schallkomponenten in vollem Umfang vorhanden sind und das Abklingen eben erst beginnt. Mit dem Anhaltswert -70 dB lässt sich mittels Gl. (8) der Achsenabschnitt

$$20 \lg \frac{a_2 p_{\text{ref}}}{\sqrt{2} a_1^2} \text{ dB} = -70 \text{ dB} \quad (13a)$$

abschätzen, woraus für das Verhältnis

$$\frac{a_2}{a_1^2} \approx 20 \text{ Pa}^{-1} \quad (13b)$$

resultiert. Damit liegt für den Gong Nr. V ein erster Hinweis auf Zahlenwerte vor, welche die nichtlineare Schalldruck-Kraft-Kennlinie von Gl. (1) mit Leben erfüllen können. Der Koeffi-

zient a_1 könnte durch eine einfache Messung der Amplituden einer harmonischen Kraft der Frequenz f_{0-1} und des zugehörigen Schalldrucks bestimmt werden.

Ein direkter Vergleich mit den Ergebnissen des vorherigen Abschnitts, der auf einer punktuellen Betrachtung basiert, ist nicht möglich. Der Schalldruck, der hier behandelt wird, kann als das Integral über die Schalldruckbeiträge sämtlicher schwingender Punkte des Gongs aufgefasst werden. Darüber hinaus ist beim Abstrahlen von Schall weniger der Schwingweg x , als vielmehr die Schwinggeschwindigkeit

$$v = 2\pi f x \quad (14a)$$

bzw. die Schwingbeschleunigung

$$a = 2\pi f v = 4\pi^2 f^2 x \quad (14b)$$

von Belang. Für eine Oberschwingung der doppelten Frequenz ist danach bei gleichem Schwingweg die Schwinggeschwindigkeit doppelt und die Schwingbeschleunigung viermal so groß. Letzteres bedeutet beispielsweise für einen starren Kolben in der Schallwand („baffled“), dass der Oberton nur ein Viertel der Auslenkung haben muss, die der 0-1-Ton aufweist, um denselben Schallpegel wie der Grundton hervorzurufen.

6.5. Zusammenfassende Bemerkung

Bei den Experimenten, die in den vorangegangenen Kapiteln dieses Berichts beschrieben sind, wurden Schallsignale von angeschlagenen Gongs analysiert. Dabei wurden regelmäßig Obertöne mit der doppelten Frequenz von Primärtönen sowie Differenzöne festgestellt, deren Frequenz gleich dem Unterschied der Frequenzen zweier Primärtöne ist. Diese „Verzerrungsprodukte“ lassen sich nur mit einer Nichtlinearität erklären. Im vorliegenden Kapitel wurden zunächst theoretische Überlegungen zu dieser Nichtlinearität angestellt. Als geeignete Beschreibung erweist sich eine Kennlinie, die eine Eingangsgröße (z.B. die Anschlagkraft) mit einer Ausgangsgröße (Auslenkung bzw. Schalldruck) verknüpft. Neben dem linearen Anteil muss diese Kennlinie auch einen quadratischen Zusammenhang zwischen Ausgangs- und Eingangsgröße enthalten.

Statische Berechnungen mit der Methode der Finiten Elemente belegen in der Tat, dass die Rückstellkraft, die der Gong einer Verschiebung seiner Mitte entgegen setzt, vom Vorzeichen, d.h. von der Richtung, abhängt und nichtlinear mit der Auslenkung verknüpft ist. Hinsichtlich der absoluten Werte erscheint derzeit der Zusammenhang eher qualitativ als quantitativ richtig erfasst zu sein. Vermutlich macht die künstlich eingeführte Randbedingung den Gong steifer, als er es bei einer Aufhängung an einer Schnur und beim Schwingen in der ersten Eigenform mit einem Knotenkreis nahe am Rand tatsächlich ist. Ungeachtet gewisser zahlenmäßiger Diskrepanzen geben die Berechnungen jedoch die wesentlichen Grundzüge richtig wieder. Dies stützt die Hypothese, dass die Entstehung der beobachteten Verzerrungsprodukte auf einer nichtlinearen Rückstellkraft beruht, die ihrerseits in der geometrischen Gestalt des Gongs begründet liegt.

Untersuchungen zum Zusammenhang zwischen dem Schallpegel des Obertones und dem des 0-1-Fundamentaltones bestätigen die Erwartungen, die auf diesen theoretischen Überlegungen basieren. So deuten nun sämtliche Befunde darauf hin, dass die Ober- und Differenzöne, die im Schallspektrum eines angeschlagenen Gongs beobachtet werden, das Ergebnis einer Nichtlinearität sind. Diese ist in einer richtungs- und amplitudenabhängigen Rückstellkraft begründet, die der Gong der Verformung durch den Schlag des Schlegels und beim anschließenden Schwingen entgegen setzt.

7. ABSCHLIESSENDE DISKUSSION UND AUSBLICK

In diesem Bericht sind Ergebnisse von Experimenten zusammen gestellt, in denen das Schallsignal asiatischer Buckelgongs sorgfältig analysiert wurde. Im Gegensatz zu den Untersuchungen der mechanischen Schwingung (Fleischer 2001, 2002) spielen hierbei nichtlineare Effekte eine große Rolle. Ein Versuch, mit dem sich ein nichtlinearer Zusammenhang anschaulich belegen lässt, führt auf die Diagramme in Fig. 40. Der Gong wurde nicht mit einem

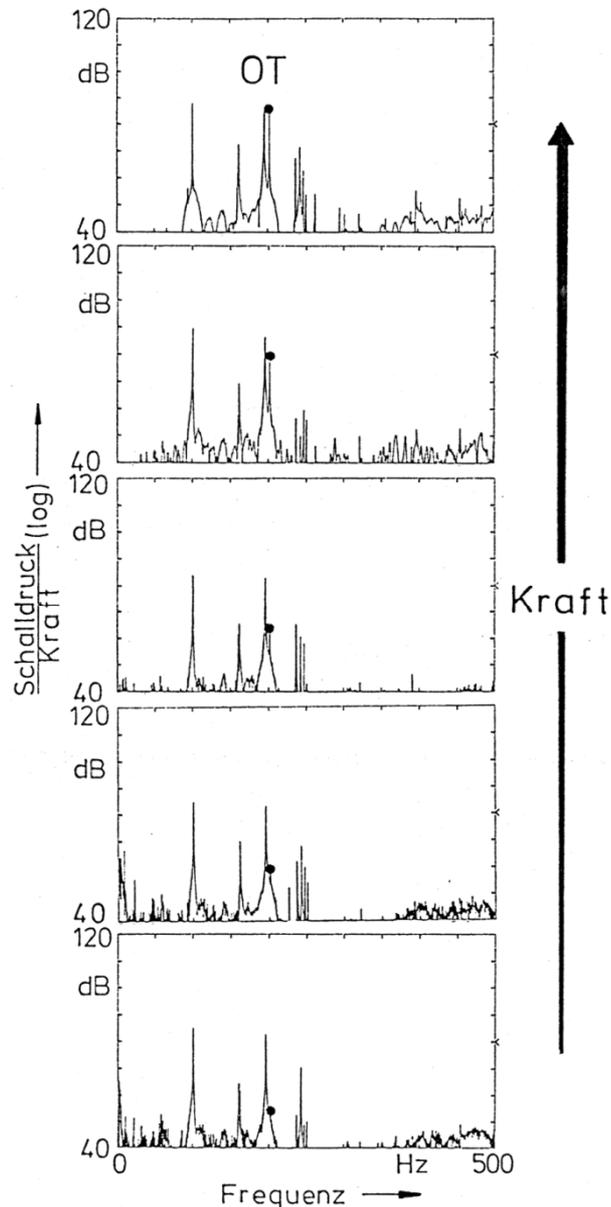


Fig. 40. Übertragungsfunktionen Schalldruck/Anschlagkraft (im Pegelmaß) des Gongs Nr. V bei unterschiedlich starkem Anschlag; die Anschlagkraft ist unten gering und wird nach oben hin immer stärker.

Stoffschlegel, sondern mit einem Impulshammer angeschlagen, der einen piezoelektrischen Kraftaufnehmer enthält. Aus dem gemessenen Schallsignal p und der anregenden Kraft F wurde mittels eines Zweikanal-FFT-Analysators die Übertragungsfunktion p/F gebildet, deren Betrag im Pegelmaß als Funktion der Frequenz aufgetragen ist. Solange Schalldruck

und Kraft linear miteinander verknüpft sind, muss sich – im Rahmen der Reproduzierbarkeit einer solchen Messung - jedes Mal die gleiche Übertragungsfunktion ergeben. Der Vergleich zeigt, dass dies in weiten Bereichen der Fall ist. Eine markante Ausnahme bildet der erste Oberton (OT), dessen Maximum durch den Punkt gekennzeichnet ist. Bei sanftem Anschlag ist er kaum nachzuweisen. Je stärker der Gong angeschlagen wird, desto deutlicher tritt er hervor. Im obersten Diagramm prägt sich der Oberton schließlich ebenso stark wie der dicht benachbarte 0-2-Ton aus. Ganz offensichtlich hängt sein Schallpegel von der Stärke der Anregung ab. Dass eine Übertragungsfunktion nicht mehr unabhängig vom Pegelniveau ist, kennzeichnet einen nichtlinearen Zusammenhang.

Die Resultate in diesem Bericht gelten nicht nur für Burma-Gongs, sondern sinngemäß auch für Buckelgongs aus Java. Für zwei solche Instrumente liegen DAT-Aufnahmen vor, die ebenfalls ausgewertet wurden. So bezieht sich das Schallsignal in den Fig. 41 und 42 sowie Tab. XXXIII auf den Java-Gong Suwukan (Nr. VIII nach Fleischer 2001; Abb. 280 bei Varsányi 2000 a). Die ersten zehn Sekunden im zeitlichen Verlauf des Schallpegel-Frequenz-Spektrums sind so wiedergegeben, dass die Zeit nach unten bzw. aus der Zeichenebene heraus läuft. In Fig. 41 sind Bilder der mechanischen Schwingungen eingefügt, von denen jede einen entsprechenden Teilton hervorruft. Da die Teiltonfrequenzen mit den Schwingungsfrequenzen übereinstimmen, ist eine eindeutige Zuordnung möglich. Somit zeigt Fig. 41 ausschließlich lineare Zusammenhänge auf.

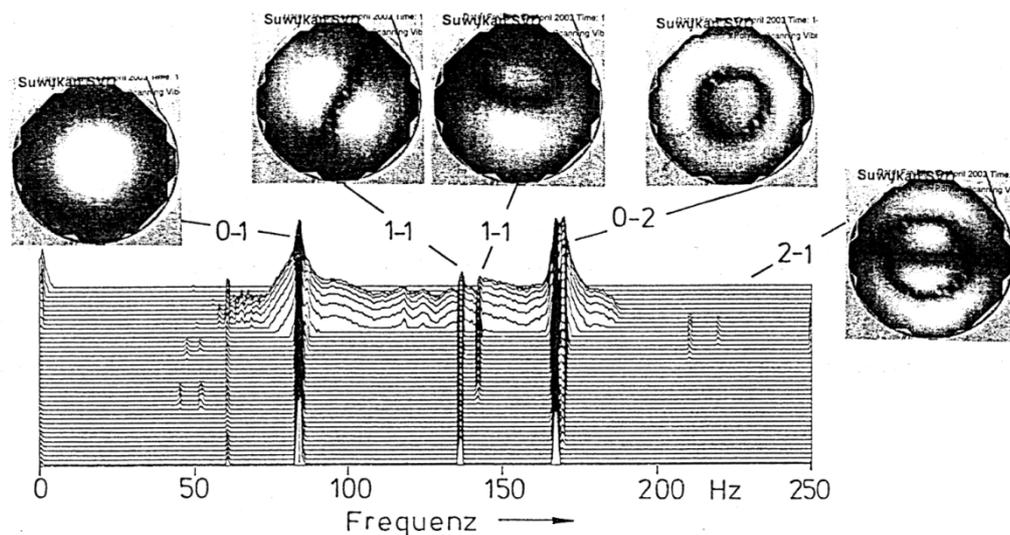


Fig. 41. Klangspektrum des Java-Gongs Suwukan als Funktion der Zeit.
Den primären Schallkomponenten sind die jeweiligen Schwingungsbilder zugeordnet.

Da ein Buckelgong in der Mitte angeschlagen wird, werden seine axialsymmetrischen Schwingungsformen 0-1 und 0-2, die an der Anschlagstelle einen Schwingungsbauch aufweisen, besonders stark angeregt. Demzufolge haben die zugehörigen Teiltöne wesentlich höhere Anfangspegel als diejenigen, welche auf antimetrische Schwingungen zurückgehen. Die radialen Knotenlinien antimetrischer Formen gehen durch die Mitte des Gongs, so dass hier die Anschlagstelle in der Nähe von Knoten liegt. Dies trifft beispielsweise auf die beiden Varianten der antimetrischen 1-1-Schwingung zu. Die 2-1-Schwingung spiegelt sich – ebenso wie weitere höherfrequente Schwingungen – kaum mehr im Schallsignal wider. Diese Aussagen gelten auch für den Burma-Gong Nr. V und sein Schallsignal, das in Fig. 40 wiedergegeben ist.

Jede mechanische Teilschwingung gibt die Energie, die ihr der Schlegel beim Anschlag zugeteilt hat, allmählich wieder ab. Der Gong schwingt aus, die Teiltöne klingen ab. Wie Fig. 41

erkennen lässt, geschieht dies unterschiedlich schnell. Verschiedene Mechanismen können wirken:

- *Strahlungsdämpfung*: Ein Teil dieser Energie fließt durch die Abgabe von Schall in das schalltragende Medium ab. Dieser Anteil findet sich im Schallsignal wieder. Wie effizient der Gong als Schallstrahler arbeitet, hängt von der jeweiligen Schwingungsform und der Helmholtzzahl, d.h. vom Verhältnis der Abmessungen des Gongs zur Schall-Wellenlänge, ab. Je größer die Strahlungsdämpfung ist, desto schneller klingt die betreffende Teilschwingung und im selben Maße der zugehörige Teilton ab.
- *Innere Dämpfung*: Ein Teil der Schwingungsenergie geht infolge innerer Reibung im Material des Gongs verloren bzw. er wird dort in Wärme umgesetzt. Untersuchungen an Saiten (vgl. Fleischer 2000 b) haben ergeben, dass die entsprechende Abklingkonstante proportional zur Frequenz anwächst. Die Schwingungsform ist dabei ohne Bedeutung.
- *Auflagerdämpfung*: Ein weiterer Teil der Energie kann aus dem Gong in die Aufhängeschnur und in das Gestell fließen, in dem der Gong hängt.
- *Äußere Dämpfung*: Prinzipiell könnte die viskose Reibung im umgebenden Medium eine Rolle spielen. Bei Saiten (vgl. Fleischer 2000 b) kommt diesem Mechanismus keine wesentliche Bedeutung zu. Ob dies für den großflächigen Gong ebenso zutrifft, muss erst noch geprüft werden.

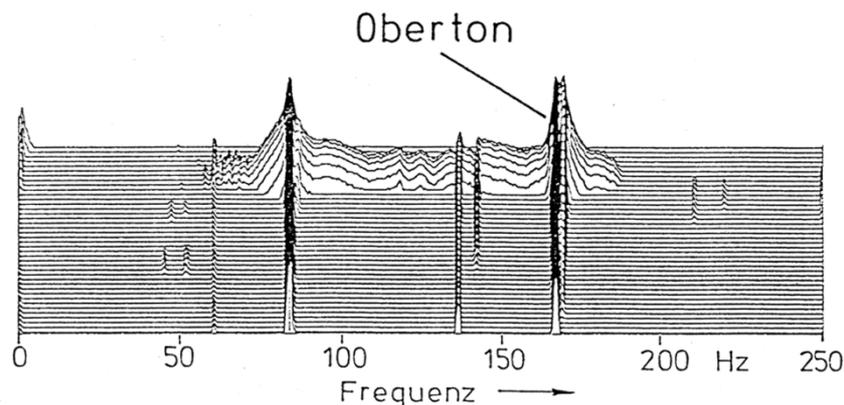


Fig. 42. Klangspektrum des Java-Gongs Suwukan als Funktion der Zeit.
Als prominenteste sekundäre Komponente ist der Oberton des 0-1-Tones markiert.

Fig. 42 hebt eine Schallkomponente hervor, die im Gegensatz zu den vorher betrachteten Teiltönen nicht unmittelbar einer Teilschwingung gleicher Frequenz zugeordnet werden kann. Es ist dies der Oberton des 0-1-Tones, der exakt die doppelte Frequenz $2f_{0-1}$ dieses Fundamentaltones besitzt. Anfänglich hat er praktisch die gleiche Amplitude wie der 0-2-Ton. Da dessen Frequenz dicht benachbart ist, bedarf es besonderer Sorgfalt bei der Analyse, um die zwei Töne getrennt darstellen zu können.

Die Trennung von Oberton und 0-2-Ton ist von hohem Interesse für das Studium der mechanisch-akustischen Zusammenhänge, entspricht jedoch nicht dem Höreindruck. Die beiden Töne liegen so eng beieinander, dass sie miteinander verschmelzen. Das Gehör nimmt einen Ton der mittleren Frequenz $|f_{0-2}/2 + f_{0-1}|$ wahr, dessen Amplitude mit der Schwebungsfrequenz $|f_{0-2} - 2f_{0-1}|$ moduliert ist. Die Modulation ruft die Hörempfindung einer Schwankungsstärke (*fluctuation strength* nach Zwicker und Fastl 1999) hervor; der Ton schwebt. Diese Schwebung gilt als wesentliches Qualitätskriterium eines Gongs; vgl. Varsányi (2000 a, b).

Sämtliche Experimente belegen die Frequenzverdoppelung und deuten darauf hin, dass der Oberton aus der 0-1-Teilschwingung in Folge einer quadratischen Nichtlinearität hervorgeht.

Wenn der Gong durch den Anschlag weit ausgelenkt wird, verlaufen die einzelnen Schwingungs-Zeitfunktionen nicht mehr rein sinusförmig. Insbesondere in Hinsicht auf seine 0-1-Form würde eine Fourier-Analyse ergeben, dass die Schwingung dann nicht nur mit der „linearen“ Frequenz f_{0-1} erfolgt, sondern auch einen Anteil mit der doppelten Frequenz $2f_{0-1}$ enthält. Diese Oberschwingung ist die Ursache des Obertones.

Die Herkunft dieser sekundären Schallkomponente lässt sich weiter dadurch untersuchen, dass neben der Frequenz als zusätzliches Merkmal die zeitliche Pegelabnahme ausgewertet wird. Das Abklingen des Obertones könnte verschiedenen Gesetzmäßigkeiten gehorchen:

- Nach Maßgabe der doppelt so hohen Frequenz ist die Helmholtzzahl für die Oberschwingung doppelt so groß wie für die Fundamentalschwingung. Sofern die Bewegungsform für beide Frequenzen dieselbe ist, wird demnach auch die *S t r a h l u n g s d ä m p f u n g* höher sein. Folglich wäre sowohl der anfängliche Schallpegel des Obertones entsprechend groß, wie auch – als Konsequenz der größeren Abklingkonstante – seine Nachhallzeit entsprechend kleiner als die des Fundamentaltones.
- Da die Frequenz des Obertones das Doppelte der Frequenz des Grundtones beträgt, ist die Abklingkonstante in Folge der *i n n e r e n D ä m p f u n g* ebenfalls doppelt so groß. Demzufolge würde der Oberton doppelt so schnell wie sein Fundamentaltone abklingen.
- Es wird der Schwingweg x eines repräsentativen Punkts auf dem Gong, beispielsweise der Mitte des Schlagbuckels, betrachtet. Der Effektivwert der mechanischen Oberschwingung ist nach Gl. (12a) in Analogie zu Gl. (6b) gemäß

$$\tilde{x}_{OT} = \frac{b_2}{\sqrt{2} b_1^2} \tilde{x}_{0-1}^2 \quad (15)$$

mit dem Effektivwert der 0-1-Primärschwingung verknüpft. Die Dämpfung wirkt auf die Primärschwingung mit der Folge, dass deren Effektivwert abnimmt. Die dämpfungsbedingt abklingende Primärschwingung steuert über ihren jeweils aktuellen Effektivwert den Effektivwert der Oberschwingung. Somit bewirkt das Abklingen der 0-1-Primärschwingung - da die Auslenkungen über Gl. (15) „starr“ miteinander gekoppelt sind – eine entsprechende Abnahme des Schwingweges der Oberschwingung (OT). Nach Maßgabe der quadratischen Verknüpfung in Gl. (15) bzw. Gl. (6b) klingt der Oberton doppelt so schnell wie der Fundamentaltone ab, ohne dass eine gesonderte Dämpfung der Oberschwingung angenommen zu werden braucht.

Die Untersuchungen von Kapitel 5 haben gezeigt, dass der Oberton erkennbar langsamer als der 0-2-Ton abklingt, der nahezu die gleiche Frequenz hat. Allein die Frequenz kann demnach nicht für das Abklingen maßgebend sein. Verglichen mit dem 0-1-Fundamentaltone nimmt bei allen Gongs der Pegel des Obertones etwa doppelt so schnell ab, wie z.B. Tab. XXX zu entnehmen ist. Da der Oberton nicht einer eigenen Teilschwingung zuzuordnen ist, die durch den Anschlag angeregt und dann sich selbst überlassen wird, erscheint ein schnelleres Abklingen in Folge einer höheren Strahlungsdämpfung nicht plausibel. Am wahrscheinlichsten ist die Interpretation, wonach die Amplitude des Obertones zwangsweise deshalb kleiner wird, weil seine Fundamentaltone abklingt. Dass die Nachhallzeit des Obertones dabei halb so groß wie die des Fundamentaltones ist, steht in Übereinstimmung mit allen Überlegungen zur quadratischen Nichtlinearität, wie sie sich beispielsweise auch in Gl. (15) ausdrückt.

Es sei darauf hingewiesen, dass die hier betrachteten Erscheinungen von anderer Natur als die Nichtlinearität sind, die Fletcher und Rossing (1998) sowie Rossing und Fletcher (1982, 1983) bei Flachgongs (Tamtams) beobachtet haben. Diese Autoren erklären den langsamen Aufbau des Schallsignals bei einem Tamtam mit Hilfe einer nichtlinearen Kopplung der Moden. Sie unterstellen, dass eine starke Mode Oberschwingungen ausbildet, deren Frequenzen nahe denjenigen anderer Schwingungsmoden liegen, die ursprünglich gar nicht angeregt wur-

den. Letztere bauen sich erst einige Zeit nach dem Anschlag allmählich in Folge der nicht-linearen Kopplung auf. Bei Tamtams führt dies zu einem langsam aufbrandenden, äußerst beeindruckenden Donnerblech-Effekt. Bei manchen chinesischen Gongs hat die spektrale Verschiebung der Schwingungsenergie ein Ansteigen oder Abfallen der Tonhöhe zur Folge.

All diese Erscheinungen werden bei Buckelgongs nicht beobachtet. Die hier betrachteten Burma-Gongs rufen, ebenso wie die Java-Gongs, von Anfang an die Hörempfindung einer konstanten Tonhöhe hervor. In diesem Zusammenhang kommt dem 0-1-Primärton eine wichtige Rolle zu. Der spätere Nobelpreisträger C.V. Raman (1927) hat dies bereits vor mehr als 70 Jahren wie folgt formuliert:

... kausche Wirkung noch dadurch verbessert, ...
 ... genden Stäben auf den Grundton abgestimmte Luftsäulen...
 ... ausschwingen läßt. Die unharmonischen Obertöne haben so meist im Verhältnis
 zum Grundton nur geringe Stärke und geben dem Klang des Instrumentes seine
 besondere Farbe, ohne ihn unangenehm zu machen. Andere Mittel, um den
 tiefsten Ton des schwingungsfähigen Gebildes besonders hervortreten zu lassen,
 finden sich im Orient bei gewissen speziellen Formen des Gongs. Bei einer Art
 Gong trägt die elastische, im übrigen ebene, Platte einen hervorspringenden halb-
 kugelförmigen Buckel in der Mitte; bei einer anderen Art ist die Dicke der Platte
 ungleichmäßig. Die Anschlagstelle des Hammers wird in beiden Fällen so gewählt,
 daß der tiefste Ton mit weit größerer Stärke als irgendeiner der Obertöne erregt
 wird, und der akustische Effekt wird auf diese Weise weitgehend von der
 unangenehmen Klangwirkung unharmonischer Partialtöne befreit.
 Hier sei eine Arbeit¹⁾ erwähnt, in der der Verfasser versucht hat ...
 ... HERTZsche Theorie des Zusammenstoßes auf den Fall d'
 ... eines kugelförmigen Körpers ...

Fig. 43. Ausriss von Seite 423, Abschnitt 71: *Xylophone, Glockenspiele und Gongs* von Raman (1927).

Die Beobachtung, dass die Frequenzen der höheren Teiltöne mit der Frequenz des Grundtones unharmonische Intervalle bilden, lässt sich leicht am Beispiel des Java-Gongs Suwukan verifizieren. Neben den Frequenzen sind in Tab. XXXIII auch die Frequenzintervalle bezüglich

Tab. XXXIII. Frequenzen und Frequenzverhältnisse der Teiltöne des Java-Gongs Suwukan

Mode $m-n$	Frequenz/Hz	Intervall f_{m-n}/f_{0-1}
0-1	83,437	1
1-1	135,937/141,875	1,63/1,70
OT	166,562	2,00
0-2	168,906	2,02
1-2	210,000/219,375	2,52/2,63
2-1	250,000	3,00

des 0-1-Fundamentaltones zusammen gestellt. Die Intervalle der Teiltöne 1-1 und 1-2 sind als unharmonisch einzustufen. Dass der 2-1-Ton die dreifache Frequenz des 0-1-Fundamentaltones hat, ist eine seltene Ausnahme und möglicherweise eine Eigenheit des betrachteten Gongs, der als sehr gutes Instrument gilt.

Ramans Aussage kann noch erweitert werden. Der Gongspieler wählt nicht nur die *Stelle* des Anschlages, sondern auch die *Masse* und die *Härte* des Schlegels sowie die *Art* des Anschlages so, dass der Ton möglichst grundtönig wird. Was Raman nicht erwähnt, ist die Existenz nichtlinearer Verzerrungsprodukte. Von besonderer musikalischer Wichtigkeit ist dabei der Oberton, der sich von der ersten axialsymmetrischen Schwingung (0-1) ableitet. Tab. XXXIII belegt zum wiederholten Mal, dass der Oberton exakt die doppelte Frequenz des 0-1-Primärtones aufweist. So ruft *eine mechanische Schwingung zwei Töne* hervor. Offenbar hat der Oberton eine doppelte Funktion:

- Zum einen erhöht er die Ausgeprägtheit der Tonhöhe (*pitch strength* nach Zwicker und Fastl 1999), die vom ersten Teilton bestimmt ist. Der Oberton steht zum 0-1-Fundamentalton exakt im Intervall einer Oktave, während die Frequenzen der Teiltöne, die von antisymmetrischen Schwingungen herrühren, in aller Regel unharmonische Intervalle aufweisen. Sowohl der 0-1-Fundamentalton wie auch sein Oberton haben hohe Pegel und klingen lange nach. In Folge ihrer tiefen Frequenzlage entfalten sie eine ausgeprägte Verdeckungswirkung (*masking* nach Zwicker und Fastl 1999) auf die übrigen Teiltöne und nehmen ihnen damit ihre Wirkung hinsichtlich der Hörempfindung. Die Nichtlinearität verstärkt demnach den von Raman (1927; vgl. Fig. 43) beschriebenen Effekt dadurch, dass sie den Klang „harmonisiert“.
- Zum anderen liegt der Oberton bei gut abgestimmten Gongs nahe beim 0-2-Primärton, der als direkte Ursache die zweite axialsymmetrische Schwingung 0-2 hat. Die Schallpegel des 0-2-Tones und des Obertones sind von vergleichbarer Größe; die Frequenzen weichen nur geringfügig voneinander ab. Im Gehör verschmelzen die beiden Komponenten zu einem schwebenden Ton, dessen Amplitude mit der Schwebungsfrequenz $|f_{0-2} - 2f_{0-1}|$ moduliert ist. Die Modulation ruft die Hörempfindung einer Schwankungsstärke (*fluctuation strength* nach Zwicker und Fastl 1999) hervor. Somit trägt die Nichtlinearität dazu bei, den Klang lebendig zu machen. Im Klangbild des asiatischen Gongs kommt dieser Schwebung eine hohe Bedeutung zu.

Auch bei anderen Instrumenten, die auf den ersten Blick rotationssymmetrisch erscheinen, treten Schwebungen auf. Als Beispiele seien Glocken (Fleischer 1997, 1998 und 2000 a) und Pauken (Fleischer 1991) genannt. Die Ursache dafür ist Moden-Splitting (Fleischer und Rotter 1994), das auf Abweichungen von der Rotationssymmetrie beruht und einen rein linearen Effekt darstellt. Moden-Splitting kann naturgemäß nur bei antisymmetrischen Schwingungsformen vorkommen. Wie die bisherigen Experimente gezeigt haben, tritt es durchaus auch bei Gongs auf. Es stellt aber nicht die Ursache der charakteristischen schwebenden Oktave dar, die das Klangbild eines Gongs prägt. Diese ist zweifelsfrei das Ergebnis einer Nichtlinearität. Unter den Idiophonen nimmt der Buckelgong damit eine Sonderstellung ein.

Mit an Sicherheit grenzender Wahrscheinlichkeit lässt die Nichtlinearität in einer vorzeichen- und amplitudenabhängigen Rückstellkraft lokalisieren, die der Gong einer Verformung entgegen setzt. Diese hat ihre Ursache, ebenfalls mit an Sicherheit grenzender Wahrscheinlichkeit, nicht im Materialverhalten, sondern allein in der Gestalt, wie sie der Schnitt in Fig. 44 erahnen lässt. Warum sonst würden sich die asiatischen Meister der langwierigen und arbeitsintensiven Mühe unterziehen, ihrem Instrument diese komplizierte, in unterschiedlichen Richtungen mit unterschiedlichen Radien gekrümmte Kontur unterschiedliche Dicke zu verleihen?

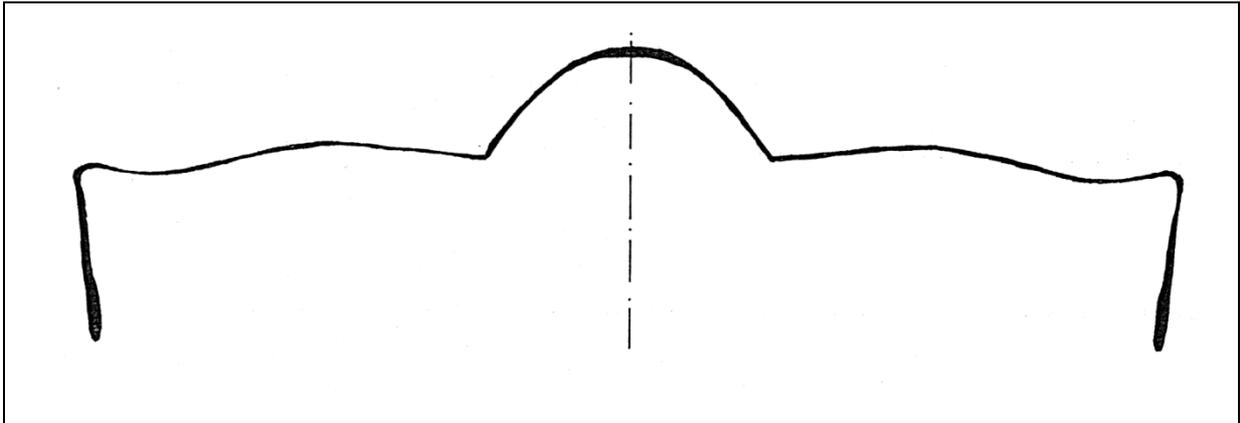


Fig. 44. Schnitt durch den Gong Nr. VI.

Das Schallsignal der betrachteten Gongs ist unter physikalischen Gesichtspunkten so weit erforscht, dass Gewissheit über seine Bestandteile und deren Herkunft herrscht. Wünschenswert wäre eine zusätzliche Analyse, die auf die Eigenschaften des Gehörs Rücksicht nimmt. Sie könnte dabei helfen, diejenigen Anteile im Schallsignal, welche eine Hörwahrnehmung hervorrufen, von denjenigen zu trennen, welche zwar objektiv nachweisbar sind, für das Hören jedoch keine Rolle spielen. Nachfolgende Untersuchungen könnten dadurch zielgerichtet auf solche Komponenten konzentriert werden, die für die Funktion des Gongs tatsächlich von Bedeutung sind.

Der Punkt, an dem weitere physikalische Untersuchungen ansetzen müssten, ist das mechanische Schwingungsverhalten von Gongs. Lineare Schwingungsformen und -frequenzen sind bereits ausgiebig studiert worden. Ergänzende Arbeiten wären angebracht, in denen nicht-linearen Effekten nicht nur im Schallsignal, sondern auch auf der Ebene mechanischer Schwingungsgrößen nachgespürt wird. Entsprechende Aktivitäten sind im Gange und werden Thema eines weiteren Berichtes sein.

Der Autor dankt Frau Dipl.-Phys. Sieglinde Iosif für die Unterstützung bei der Bearbeitung der Druckvorlage. Dank gebührt auch Herrn Univ.-Prof. Peter Zimmermann für Hinweise auf Überlegungen von C.V. Raman zum behandelten Thema. Herrn Dipl.-Ing. Peter Middendorf sei dafür gedankt, dass er ergänzende Berechnungen zur Federkennlinie eines Gongs durchgeführt hat. Herrn Bernhard Kolberg, Firma Kolberg Percussion in Uhingen, hat dankenswerterweise Gongs für die Untersuchungen zur Verfügung gestellt.

LITERATUR

- Bogolowski, T., Schwingungsmessungen mit dem Laser-Vibrometer. Studienarbeit am Institut für Mechanik, Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik, Universität der Bundeswehr München, Neubiberg 1999.*
- Fleischer, H., Die Glocke. Teil I: Mechanische und akustische Experimente. Forschungsbericht 02/89 aus dem Institut für Mechanik, Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik, UniBw München, Neubiberg 1989 a.*
- Fleischer, H., Die Glocke. Teil II: Elastokinetische und psychoakustische Berechnungen. Forschungsbericht 04/89 aus dem Institut für Mechanik, Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik, UniBw München, Neubiberg 1989 b.*
- Fleischer, H., Akustische Untersuchungen an Orchesterpauken. Forschungsbericht 02/91 aus dem Institut für Mechanik, Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik, UniBw München, Neubiberg 1991.*
- Fleischer, H., Spinning Modes. Forschungs- und Seminarberichte aus dem Gebiet Technische Mechanik und Flächentragwerke 1/94. Hrsg. F.A. Emmerling und A.H. Heinen, UniBw München, Neubiberg 1994.*
- Fleischer, H., Glockenschwingungen. Beiträge zur Vibro- und Psychoakustik 1/97. Hrsg. H. Fleischer und H. Fastl. Universität der Bundeswehr München, Neubiberg 1997.*
- Fleischer, H., Messen und Berechnen von Glockenschwingungen. In: Glocken und Glockenspiele. 17. Musikinstrumentenbau-Symposium in Michaelstein. Stiftung Kloster Michaelstein, Blankenburg 1998, 240 - 264.*
- Fleischer, H., Schwingung und Schall von Glocken. In: Fortschritte der Akustik (DAGA 2000). DEGA, Oldenburg 2000a, 38 - 47.*
- Fleischer, H., Dead spots of electric basses. II. Diagnosis. Beiträge zur Vibro- und Psychoakustik 1/00. Hrsg. H. Fleischer und H. Fastl, UniBw und TU München, Neubiberg 2000b.*
- Fleischer, H., Schwingungsuntersuchungen an Gongs. Beiträge zur Vibro- und Psychoakustik 1/01. Hrsg. H. Fleischer und H. Fastl, UniBw und TU München, Neubiberg 2001.*
- Fleischer, H., Experimentelle und FE-Untersuchung der Schwingungen von Gongs. In: Fortschritte der Akustik (DAGA 2002). DEGA, Oldenburg 2002; erscheint demnächst.*
- Fleischer, H. und Rotter, R., Das Phänomen der Spinning Modes. In: Fortschritte der Akustik (DAGA '94), DPG-GmbH, Bad Honnef 1994, 737 - 740.*
- Fletcher, N.H., Nonlinear frequency shifts in quasispherical-cap shells: Pitch glide in Chinese gongs. Acoust. Soc. Amer. 78(6) (1985), 2069 - 2073.*
- Fletcher, N.H. und Rossing, T.D., The physics of musical instruments. 2. Aufl. Springer, New York 1998.*
- Grützmacher, M. und Wesselhöft, E., Über den Klang eines chinesischen Gongs. Acustica 9 (1959), 221 - 223.*

- Hesse, C. und Peiffer, T., *FE-Berechnungen der Schwingungen von Gongs. Studienarbeit am Institut für Mechanik, Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik, Universität der Bundeswehr München, Neubiberg 2001.*
- Hornbostel, E.M. v. und Sachs, C., *Systematik der Musikinstrumente. Zeitschrift für Ethnologie 46, Heft IV-V (1914).*
- Legge, K.A. und Fletcher, N.H., *Nonlinearity, chaos, and the sound of shallow gongs. J. Acoust. Soc. Amer. 86(6) (1989), 2439 - 2443.*
- Meyer, E. und Guicking, D., *Schwingungslehre. Vieweg, Braunschweig 1974.*
- Raman, C.V., *Musikinstrumente und ihre Klänge. Kapitel 8 in: Handbuch der Physik Bd. VIII: Akustik. Hrsg. H. Geiger und K. Scheel. Springer, Berlin 1927, 354 – 424.*
- Roida, T., *Gehörorientierte Schallanalyse mit Viper. Studienarbeit am Institut für Mechanik, Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik, Universität der Bundeswehr München, Neubiberg 2002.*
- Rossing, T.D. und Fletcher, H.H., *Acoustics of a tamtam. Bull. Australian Acoust. Soc. 10(1) (1982), 21 - 26.*
- Rossing, T.D. und Fletcher, N.H., *Nonlinear vibrations in plates and gongs. Acoust. Soc. Amer. 73(1) (1983), 345 - 351.*
- Thölke, T., *Analyse der Schwingungen von Gongs mit Hilfe des FEM-Programmpaketes MSC PATRAN/NASTRAN. Studienarbeit am Institut für Mechanik, Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik, Universität der Bundeswehr München, Neubiberg 2000.*
- Twork, T., *Laser-Vibrometrie - Berührungsloses Messen von Oberflächenschwingungen. Diplomarbeit am Institut für Mechanik, Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik, Universität der Bundeswehr München, Neubiberg 1997.*
- Valenzuela, M.N., *Zur Rolle des Gehörs bei akustischen Untersuchungen an Musikinstrumenten. Beiträge zur Vibro- und Psychoakustik 1/99. Hrsg. H. Fleischer und H. Fastl. Universität der Bundeswehr München, Neubiberg 1999.*
- Varsányi, A., *gong ageng: Herstellung, Klang und Gestalt eines königlichen Instruments des Ostens. Diss. Eberhard-Karls-Universität., Tübingen (1999) und Tübinger Beiträge zur Musikwissenschaft Band 21. Hans Schneider, Tutzing 2000 a.*
- Varsányi, A., *Zur Akustik des javanischen gong ageng. Beiträge zur Vibro- und Psychoakustik 2/00. Hrsg. H. Fleischer und H. Fastl. Universität der Bundeswehr München, Neubiberg 2000 b.*
- Winter, M. und Wörner, J., *Vergleich zwischen Moden und ODSs. Studienarbeit am Institut für Mechanik, Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik, Universität der Bundeswehr München, Neubiberg 2000.*
- Zwicker, E. und Fastl, H., *Psychoacoustics. 2nd ed. Springer, Berlin 1999.*
- Zollner, M. und Zwicker, E., *Elektroakustik. 3.Aufl. Springer, Berlin 1993.*

In der Reihe
Beiträge zur Vibro- und Psychoakustik
sind bisher erschienen:

- Heft 1/96 Fleischer, H. und Zwicker, T., DEAD SPOTS. Zum Schwingungsverhalten elektrischer Gitarren und Baßgitarren.
- Heft 1/97 Fleischer, H., Glockenschwingungen.
- Heft 1/98 Fleischer, H., Schwingungen akustischer Gitarren.
- Heft 1/99 Valenzuela, M.N., Zur Rolle des Gehörs bei akustischen Untersuchungen an Musikinstrumenten.
- Heft 2/99 Fleischer, H., Dead Spots of Electric Basses. I. Structural Vibrations (in Englisch).
- Heft 1/00 Fleischer, H., Dead Spots of Electric Basses. II. Diagnosis (in Englisch).
- Heft 2/00 Varsányi, A., Zur Akustik des javanischen *gong ageng*.
- Heft 3/00 Krump, G., Der akustische Nachton. Beschreibung und Funktionsschema.
- Heft 1/01 Fleischer, H., Schwingungsuntersuchungen an Gongs.
- Heft 2/01 Fleischer, H., Schwingungsuntersuchungen an elektrischen Gitarren.

ISSN 1430-936X

Beiträge zur Vibro- und Psychoakustik