Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik
Institut für Angewandte Mathematik
und wissenschaftliches Rechnen
Lineare und nichtlineare Optimierung
Priv.-Doz. Dr. habil. S.-J. Kimmerle

der Bundeswehr
Universität München

2. Übung

Herbsttrimester 2023

4) Die mehrdimensionale Taylor-Formel mit Restglied liefert für eine dreimal stetig differenzierbare Funktion $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ und einen Entwicklungspunkt x

$$f(x+d) = f(x) + \nabla f(x)^\top d + \frac{1}{2} d^\top \nabla^2 f(x) d + R(d),$$

wobei für das Restglied $R(d)$

$$\lim_{\|d\| \to 0} \frac{R(d)}{\|d\|^3} = 0$$

gilt.

Bestimmen Sie hiermit eine Approximation 1. und 2. Ordnung der Funktion

$$f(x_1, x_2) = x_1 \sin(x_2)$$

um den Entwicklungspunkt $\left(1, \frac{\pi}{2}\right)^\top$.

5) Gegeben sei die Funktion $f(x,y) = x^2y^2 + (x^2-1)^2$.

   (a) Welche Informationen liefern die notwendigen und hinreichenden Bedingungen über die lokalen Minima und Maxima der Funktion f?

   (b) Bestimmen Sie alle lokalen und globalen Minima und Maxima von f.

6) Gegeben sei die Funktion $f(x,y) := 3x^4 - 4x^2y + y^2$. Zeigen Sie:

   (a) $(0,0)$ ist ein stationärer Punkt von f.

   (b) f besitzt längs jeder Ursprungsgeraden ein lokales Minimum in $(0,0)$.

   (c) $(0,0)$ ist kein lokales Minimum der Funktion f .

7) Implementieren Sie das Gradientenverfahren mit Armijo-Regel aus Algorithmus 3.3.1 mit den Parametern $\beta = 0.5$ und $\sigma = 10^{-4}$. Testen Sie es mit der Rosenbrock-Funktion

$$f(x_1, x_2) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2$$

und dem Startvektor $x^0 = (-1.2, 1)$.