Heft 9

München, Oktober 1983

Deformationsanalysen '83

Geometrische Analyse und Interpretation von Deformationen Geodätischer Netze

Beiträge zum Geodätischen Seminar
22. April 1983

Herausgegeben von W. Welsch

SCHRIFTENREIHE

Wissenschaftlicher Studiengang Vermessungswesen
Hochschule der Bundeswehr München

Heft 9
München, Oktober 1983

Deformationsanalysen ’83

Geometrische Analyse und Interpretation von Deformationen Geodätischer Netze

Beiträge zum Geodätischen Seminar
22. April 1983

Herausgegeben von W. Welsch

SCHRIFTENREIHE
Wissenschaftlicher Studiengang Vermessungswesen
Hochschule der Bundeswehr München

Der Druck dieses Heftes wurde aus Haushaltsmitteln der Hochschule der Bundeswehr München gefördert.

Verantwortlich für die Herausgabe der Schriftenreihe: Prof. Dr. G. Neugebauer
Dipl.Ing. D. Beineke

Bezugsnachweis:

Studiengang Vermessungswesen
im Fachbereich Bauingenieur- und Vermessungswesen
Hochschule der Bundeswehr München
Werner-Heisenberg-Weg 39
8014 Neubiberg

ISSN 0173-1009

VORWORT

Das Seminar "Geometrische Analyse und Interpretation von Deformationen geodätischer Netze" hatte zwei Bezüge.

Zum einen war es eine akademische Veranstaltung unserer Hochschule, die als Fortsetzung des Seminars "Deformationsanalysen" des Jahres 1979 angesehen werden kann. Allen Interessierten wurde damit eine Gelegenheit geboten, den gegenwärtigen Stand und die Arbeitsrichtungen verschiedener Studien- und Forschungsgruppen kennenzulernen.

Zum anderen bot das Seminar den Mitgliedern des Kommittees "Deformation Analysis" der Studiengruppe 6 C "Measurements of Deformation and the Automation of the Measurement Process" der International Federation of Surveyors (FIG) die Möglichkeit eines Treffens, wie es anläßlich des III. Internationalen Symposiums über Deformationsmessungen mit geodätischen Methoden im Juli 1982 in Budapest beschlossen wurde. Aufgabe dieses Kommittees ist es, durch gezielte und koordinierte Forschung die Techniken der Deformationsanalyse voranzutreiben. Von den 17 internationalen Arbeitsgruppen folgten 11 unserer Einladung; einige von ihnen waren von so weit entfernten Ländern wie Israel, Bulgarien und Polen angereist.

Betrachtet man die Entwicklung der letzten Jahre, so ist (etwas pauschalisierend) festzustellen, daß von der Analyse von Einzelpunktbewegungen vorangeschritten wurde zu komplexen Konzepten der Erkennung von Deformationsmustern, die aber immer noch vorwiegend statisch und rein geometrisch interpretiert werden. Doch auch weitergehende Entwicklungen im kinematischen und dynamischen Bereich sind zu erkennen.

Entsprechend war das Programm, dem Beiträge beizusteuern die Teilnehmer aufgerufen waren, zusammengestellt. Nach einigen grundsätzlichen Aspekten wurden verschiedene gebräuchliche und neu entwickelte Analysestrategien vorgestellt. Einige bieten Ansätze für komplexe Modelle, die für manche Fragestellungen benötigt werden. Das Programm schloß in zukunftsweisenden Ausblicken mit der Beleuchtung physikalischer, kinematischer und dynamischer Fragestellungen.

Die Veranstalter freuen sich über die überaus rege Teilnahme, die anregende Diskussion und den persönlichen und wissenschaftlichen Gewinn, den sie durch Ausrichtung des Seminars zu vermitteln hofften. Das vorliegende Heft umfaßt die Arbeiten, die zu der Veranstaltung beigetragen haben.

W. Caspary - A. Schödlbauer - W. Welsch

INHALTSVERZEICHNIS

P R O G R A M M

GEODÄTISCHES SEMINAR

Freitag, 22. April 1983, 08.30 - 12.45 Uhr

Begrüßung und Einführung

H. PELZER, Hannover

Ist es für die Deformationsanalyse bedeutsam, ob systematische Einflüsse im funktionalen oder im stochastischen Modell erfaßt werden?

J. van MIERLO, Karlsruhe

Aspekte der Zuverlässigkeit in der Deformationsanalyse

L. GRÜNDIG, Stuttgart

Auswirkungen von Beobachtungsfehlern auf Deformationsanalyse, oder: Deformationen gedeutet als Beobachtungsfehler

N. ANTONOPOULOS, R. HEER, U. UNTERBERG, W. WEISE, Hannover

Softwareentwicklungen zur Analyse von Deformationen am Geodätischen Institut der Universität Hannover

B. HECK, Karlsruhe

Das Analyseverfahren des Geodätischen Instituts der Universität Karlsruhe - Stand 1983

W. CASPARY, CHEN, Y.Q., R. KÖNIG, München - Fredericton

Kongruenzuntersuchungen in Deformationsnetzen durch Minimierung der Summe der Klaffungsbeträge

K.R. KOCH, K. RIESMEIER, Bonn

Testverfahren für die Deformationsanalyse

W. WELSCH, ZHANG, Y., München

Deformationsanalyse mit datumsunabhängigen Größen

Freitag, 22. April 1983, 14.00 - 18.00 Uhr

Allgemeine Diskussion zum Testnetz

D. SCHNEIDER, Wabern

Komplexe Strainapproximation in Raum und Zeit, gezeigt am Beispiel des Hollister-Netzes, Kalifornien

S. CACOŃ, Wrocław

Ortsbestimmung geodätischer Netzpunkte als Grundlage einer glaubwürdigen Analyse und Interpretation von Deformation

G. MILEV, Sofia

Ist es zweckmäßig, die Deformationsanalyse vor der Ausgleichung durchzuführen?

W. NIEMEIER, Hannover

Ansätze und Kriterien zur optimalen Anlage von Überwachungsnetzen

A. PERELMUTER, Tel Aviv

Punktgeschwindigkeiten oder Ortsveränderungen

J. BOLJEN, Hannover

Ein dynamisches Deformationsmodell

G. HEIN, Darmstadt

Aspekte der integrierten Geodäsie für Netzausgleichungen und Deformationsanalysen

E. GRAFAREND, Stuttgart

Dreidimensionale Deformationsanalyse mit finiten Elementen im Geometrie- und Schwereraum

TEILNEHMERLISTE

Antonopoulos, N.	Geodätisches Institut, Universität Hannover, Nienburger Str. 1, D-3000 Hannover 1, Bundesrepublik Deutschland
Augustin, G.	Institut für Geodäsie, Technikerstr. 13, A-6020 Innsbruck, Österreich
Bahndorf, J.	Institut für Anwendungen der Geodäsie im Bauwesen und Lehrstuhl III für Geodäsie, Universität Stuttgart, Keplerstr. 10, D-7000 Stuttgart 1, Bundesrepublik Deutschland
Baumer, R.	Institut für Geodäsie, Hochschule der Bundeswehr München, Werner-Heisenberg-Weg 39, D-8014 Neubiberg, Bundesrepublik Deutschland
Benning, W.	Fachhochschule Aachen, Bayernallee 9, D-5100 Aachen, Bundesrepublik Deutschland
Bill, R.	Geodätisches Institut, Universität Karlsruhe, Englerstr. 7, D-7500 Karlsruhe 1, Bundesrepublik Deutschland
Bode, A.	Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie, Hochschule der Bundeswehr München, Werner-Heisenberg-Weg 39, D-8014 Neubiberg, Bundesrepublik Deutschland
Boljen, J.	Geodätisches Institut, Universität Hannover, Nienburger Str. 1, D-3000 Hannover 1, Bundesrepublik Deutschland
Cacoń, S.	Katedia Geodezji i Fotogrametrii, Akademia Rolnicza, ul. Grunwaldzka 53, 50-357 Wrocław, Polen
Caspary, W.	Institut für Geodäsie, Hochschule der Bundeswehr München, Werner-Heisenberg-Weg 39, D-8014 Neubiberg, Bundesrepublik Deutschland
Duddek, H.	Fa. Rheinbraun AG, Am Dornbusch 1, D-4048 Grevenbroich 3, Bundesrepublik Deutschland
Ehlert, D.	Institut für Angewandte Geodäsie, Richard-Strauß-Allee 11, D-6000 Frankfurt/M. 70, Bundesrepublik Deutschland
Eichholz, K.	Institut für Markscheidewesen der Westfälischen Berg- gewerkschaftskasse, Herner Str. 45, D-4630 Bochum 1, Bundesrepublik Deutschland
Ellmer, W.	Institut für Geodäsie, Hochschule der Bundeswehr München, Werner-Heisenberg-Weg 39, D-8014 Neubiberg, Bundesrepublik Deutschland

Engel, T.	IGM - EPFL, Institut für Geodäsie und Vermessung, Eidgenössische Technische Hochschule, 33, Av. de Cour, CH-1007 Lausanne, Schweiz
Förstner, W.	Institut für Photogrammetrie, Universität Stuttgart, Keplerstr. 11, D-7000 Stuttgart 1 Bundesrepublik Deutschland
Forstner, A.	Planungsbüro Obermeyer, Hansastr. 40, D-8000 München 21, Bundesrepublik Deutschland
Fritzensmeier, K.	Geodätisches Institut, Universität Hannover, Nienburger Str. 1, D-3000 Hannover 1, Bundesrepublik Deutschland
Fröhlich, H.	Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen, Muffendorfer Str. 19-21, D-5300 Bonn 2, Bundesrepublik Deutschland
Geiger, A.	Putzbrunner Str. 252, D-8000 München 83, Bundesrepublik Deutschland
Glasmacher, H.	Institut für Geodäsie, Hochschule der Bundeswehr München, Werner-Heisenberg-Weg 39, D-8014 Neubiberg, Bundesrepublik Deutschland
Grafarend, E.	Geodätisches Institut, Universität Stuttgart, Keplerstr. 11, D-7000 Stuttgart 1 Bundesrepublik Deutschland
Grimhardt, H.	Geodätisches Institut, Technische Universität München, Arcisstr. 21, D-8000 München 2, Bundesrepublik Deutschland
Gründig, L.	Institut für Anwendungen der Geodäsie im Bauwesen und Lehrstuhl III für Geodäsie, Universität Stuttgart, Keplerstr. 10, D-7000 Stuttgart 1, Bundesrepublik Deutschland
Hampp, D.	Bayerisches Landesvermessungsamt, Gruppe IV 3, Alexandrastr. 4, D-8000 München 22, Bundesrepublik Deutschland
Hanke, K.	Institut für Geodäsie, Technikerstr. 13, A-6020 Innsbruck, Österreich
Heck, B.	Geodätisches Institut, Universität Karlsruhe, Englerstr. 7, D-7500 Karlsruhe 1, Bundesrepublik Deutschland
Heer, R.	Geodätisches Institut, Sonderforschungsbereich 149, Universität Hannover, Nienburger Str. 1, D-3000 Hannover 1, Bundesrepublik Deutschland
Hein, G.	Institut für Physikalische Geodäsie, Technische Hochschule Darmstadt, Petersenstr. 13, D-6100 Darmstadt, Bundesrepublik Deutschland

Heister, H.	Institut für Geodäsie, Hochschule der Bundeswehr München, Werner-Heisenberg-Weg 39, D-8014 Neubiberg, Bundesrepublik Deutschland
Hell, G.	Fachhochschule Karlsruhe, FB V/K, Moltkestr. 4, D-7500 Karlsruhe 41 Bundesrepublik Deutschland
Ilk, K.H.	Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie, Technische Universität München, Arcisstr. 21, D-8000 München 2, Bundesrepublik Deutschland
Illner, I.	Geodätisches Institut, Universität Karlsruhe, Englerstr. 7, D-7500 Karlsruhe 1, Bundesrepublik Deutschland
Kelm, R.	Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut, Marstallplatz 8, D-8000 München 22, Bundesrepublik Deutschland
König, R.	Institut für Geodäsie, Hochschule der Bundeswehr München, Werner-Heisenberg-Weg 39, D-8014 Neubiberg, Bundesrepublik Deutschland
Kok, J.J.	Delft University of Technology, Dep. of Geodesy, Thijsseweg 11, Delft, Holland
Korittke, N.	Institut für Markscheidewesen der Westfälischen Berg-gewerkschaftskasse, Herner Str. 45, D-4630 Bochum 1, Bundesrepublik Deutschland
Krack, K.	Institut für Geodäsie, Hochschule der Bundeswehr München, Werner-Heisenberg-Weg 39, D-8014 Neubiberg, Bundesrepublik Deutschland
Kriefall, H.J.	Hessisches Landesvermessungsamt, Schaperstr. 16, D-6200 Wiesbaden 1, Bundesrepublik Deutschland
Kröll, F.S.	Rheinisch-Westfälisches Elektrizitätswerk AG, Hauptverwaltung Bau-V, Kruppstr. 5, D-4300 Essen 1, Bundesrepublik Deutschland
Krumm, F.	Geodätisches Institut, Universität Stuttgart, Keplerstr. 11, D-7000 Stuttgart 1 Bundesrepublik Deutschland
Kube, R.	Geodätisches Institut, Technische Universität München, Arcisstr. 21, D-8000 München 2, Bundesrepublik Deutschland
Leonhard, T.	Geodätisches Institut, Universität Hannover, Nienburger Str. 1, D-3000 Hannover 1, Bundesrepublik Deutschland

Ludwig, H.	Fachhochschule Würzburg, FR Verm, Röntgenring 8, D-8700 Würzburg, Bundesrepublik Deutschland
Middendorp, M. van	Tekniske Hoogeschool Delft, Thijsseweg 11, Delft, Holland
Mierlo, J. van	Geodätisches Institut, Universität Karlsruhe, Englerstr. 7, D-7500 Karlsruhe 1, Bundesrepublik Deutschland
Milev, G.	Bulgarische Akademie der Wissenschaften, Laboratorium f. Geotechnik, Ak. G. Bontschev Str. Bl. 24, Sofia 1113, Bulgarien
Mönicke, H.J.	Fa. Haumann und Zülsdorf, Möhlstr. 25, D-8000 München 80 Bundesrepublik Deutschland
Müller, H.	Geodätisches Institut, Universität Karlsruhe, Englerstr. 7, D-7500 Karlsruhe 1, Bundesrepublik Deutschland
Neureither, M.	Institut für Anwendungen der Geodäsie im Bauwesen und Lehrstuhl III für Geodäsie, Universität Stuttgart, Keplerstr. 10, D-7000 Stuttgart 1, Bundesrepublik Deutschland
Niemeier, W.	Geodätisches Institut, Universität Hannover, Nienburger Str. 1, D-3000 Hannover 1, Bundesrepublik Deutschland
Ninkov, T.	Gradevinski Fakultet, Institut za Geodeziju (Geodätisches Institut Beograd), Bulevar Revolucije 73/I, Beograd, Jugoslawien
Pelzer, H.	Geodätisches Institut, Universität Hannover, Nienburger Str. 1, D-3000 Hannover 1, Bundesrepublik Deutschland
Perelmuter, A.	Dept. of Geodesy and Cartography, University of Tel Aviv, Ramat Aviv, Tel Aviv 69978, Israel
Pertl, A.	Institut für Photogrammetrie, Universität Stuttgart, Keplerstr. 10, D-7000 Stuttgart 1, Bundesrepublik Deutschland
Riesmeier, K.	Institut für Theoretische Geodäsie, Universität Bonn, Nußallee 17, D-5300 Bonn 1, Bundesrepublik Deutschland
Ritter, B.	Institut für Vermessungskunde, Technische Universität Braunschweig, Pockelsstr. 4/Hochhaus, VI.Gesch., D-3300 Braunschweig, Bundesrepublik Deutschland
Schmidt, G.	Universität Bonn, Max-Planck-Str. 7, D-5300 Bonn 2, Bundesrepublik Deutschland
Schmidt, H.	Geodätisches Institut, Rhein.-Westfäl. Technische Hochschule Aachen, Templergraben 55, D-5100 Aachen, Bundesrepublik Deutschland

Schmidt, R.	Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen, Muffendorfer Str. 19-21, D-5300 Bonn 2, Bundesrepublik Deutschland
Schmidt, G.	Geodätisches Institut, Universität Karlsruhe, Englerstr. 7, D-7500 Karlsruhe 1, Bundesrepublik Deutschland
Schneider, D.	Bundesamt für Landestopographie, CH-3084 Wabern, Schweiz
Schroth, R.	Institut für Photogrammetrie, Universität Stuttgart, Keplerstr. 11, D-7000 Stuttgart 1 Bundesrepublik Deutschland
Schwintzer, P.	Institut für Geodäsie, Hochschule der Bundeswehr München, Werner-Heisenberg-Weg 39, D-8014 Neubiberg, Bundesrepublik Deutschland
Sperling, D.	Rheinisch-Westfälisches Elektrizitätswerk AG, Hauptverwaltung Bau-V, Kruppstr. 5, D-4300 Essen 1, Bundesrepublik Deutschland
Stadler,	Bayerisches Landesvermessungsamt, Alexandrastr. 4, D-8000 München 22, Bundesrepublik Deutschland
Stahl, H.	Fa. Rheinbraun AG, Peter-Paul-Str. 1, D-5180 Eschweiler, Bundesrepublik Deutschland
Stephani, M.	Lehrstuhl für Photogrammetrie, Technische Universität München, Arcisstr. 21, D-8000 München 2, Bundesrepublik Deutschland
Strauß, R.	Hessisches Landesvermessungsamt, Schaperstr. 16, D-6200 Wiesbaden 1, Bundesrepublik Deutschland
Tarcisio, S.F.	Universitaty Pernambuco, 50.000 Recife, Brasilien
Tille, R.	Institut für Geodäsie, Hochschule der Bundeswehr München, Werner-Heisenberg-Weg 39, D-8014 Neubiberg, Bundesrepublik Deutschland
Unger,	Wasser- und Schiffahrtsdirektion Süd, Wörthstr. 19, D-8700 Würzburg, Bundesrepublik Deutschland
Weise, W.	Geodätisches Institut, Universität Hannover, Nienburger Str. 1, D-3000 Hannover 1, Bundesrepublik Deutschland
Welsch, W.	Institut für Geodäsie, Hochschule der Bundeswehr München, Werner-Heisenberg-Weg 39, D-8014 Neubiberg, Bundesrepublik Deutschland

Werner, H.	Institut für Photogrammetrie, Universität Stuttgart, Keplerstr. 11, D-7000 Stuttgart 1, Bundesrepublik Deutschland
Wrobel, B.	Institut für Photogrammetrie und Kartographie, Technische Hochschule Darmstadt, Petersenstr. 13, D-6100 Darmstadt, Bundesrepublik Deutschland
Wüller, H.	Geodätisches Institut, Rhein.-Westfäl. Technische Hochschule Aachen, Templergraben 55, D-5100 Aachen, Bundesrepublik Deutschland
Zhang, Y.	Institut für Geodäsie, Hochschule der Bundeswehr München, Werner-Heisenberg-Weg 39, D-8014 Neubiberg, Bundesrepublik Deutschland
Zhang, Z.	Geodätisches Institut, Universität Hannover, Nienburger Str. 1, D-3000 Hannover 1, Bundesrepublik Deutschland

FORMULIERUNG UND TEST IMPLIZITER LINEARER HYPOTHESEN BEI DER GEODÄTISCHEN DEFORMATIONSANALYSE

ANTONIOS ANTONOPOULOS UND WOLFGANG NIEMEIER

Geodätisches Institut
Universität Hannover
Nienburger Str. 1
3000 Hannover

Zusammenfassung

In diesem Beitrag werden einige der gebräuchlichsten Verfahren zur Analyse geodätischer Deformationsmessungen als spezielle Formen des bekannten Hypothesentests in linearen Modellen dargestellt. Hierzu werden die wesentlichen Formeln dieses Hypothesentests kurz dargelegt, wobei die rechentechnisch häufig günstige Möglichkeit einer impliziten Hypothesenformulierung herausgestellt wird. Ausgearbeitet wird dieses Verfahren für den globalen Kongruenztest, die Lokalisierung von Einzelpunktbewegungen und die Bestimmung von Strain- und Blockbewegungsparametern. Schließlich werden diese Ansätze auf das vorgegebene simulierte Netzbeispiel angewendet.

1. EINLEITUNG

Seit mehr als einem Jahrzehnt steht in der Ingenieurvermessung die Weiterentwicklung von Methoden zur Analyse und Interpretation von geodätischen Deformationsmessungen im Mittelpunkt des Interesses. Dabei sind eine Vielzahl von Ansätzen entwickelt worden, für die Welsch (1981) ein Ordnungsschemata entworfen hat und von denen einige in der FIG-Arbeitsgruppe "Deformationsanalyse" direkt miteinander verglichen worden sind (Heck 1982).

Während sich in den ersten Jahren die Arbeiten vornehmlich auf die Bestimmung von Einzelpunktbewegungen konzentrierten (z.B. Pelzer 1971, Niemeier 1976, 1979, Heck et al. 1977, Koch 1980b), werden heute verstärkt auch aufwendigere Bewegungsmodelle für Punktgruppen untersucht (z.B. Brunner 1979, Caspary 1981, Pelzer 1982, Welsch 1982, Schneider 1982).

In diesem Beitrag wird nun versucht, eine einheitliche Darstellung für verschiedene Auswerteansätze beider o.g. Gruppen zu finden, um einen einfachen Vergleich und eine klarere Beurteilung der oft sehr unterschiedlich erscheinenden Verfahren zu ermöglichen. Benutzt wird hierzu das Prinzip der Hypothesentests in linearen Modellen (Koch 1976, 1980, Niemeier 1980), ein fast universell anwendbares Hilfsmittel der mathematischen Statistik zum Überprüfen von (Ausgleichungs-) Modellen. Ohne auf die Testtheorie einzugehen, werden hier die wesentlichen Bearbeitungsschritte für die praktische Handhabung wiedergegeben. Herausgearbeitet wird dabei die Möglichkeit, durch eine <u>implizite Hypothesenformulierung</u> eine Deformationsanalyse auch mit herkömmlichen Ausgleichungsprogrammen bearbeiten zu können.

2. HYPOTHESENTESTS IN LINEAREN MODELLEN

2.1 Ausgangsbetrachtung

Ausgangspunkt dieser Betrachtungen ist das übliche Gauss-Markov-Modell einer Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen, gegeben durch:

$$l + v = A\hat{x} \tag{1}$$

$$K_{ll} = \sigma_0^2 Q_{ll} \tag{2}$$

Dabei sei l der (n,1) - Beobachtungsvektor, v der (n,1) - Verbesserungsvektor, A die (n,u) - Koeffizientenmatrix und $\hat{x}$ der Schätzwert für den (u,1) - Parametervektor, der zur Vereinfachung der Darstellung, ggf. nach

Elimination von zusätzlichen (Stör-) Parametern, nur Punktkoordinaten enthalten soll. Die positiv definite Kovarianzmatrix K_{11} sei wie üblich in einen Varianzfaktor σ_0^2 und die Kofaktormatrix Q_{11} zerlegt.

Die allgemeine Form einer linearen Hypothese H ist gegeben durch die Matrizengleichung (z.B. Koch 1976, 1980, Niemeier 1980)

$$H : B\,x = b\ , \tag{3}$$

d.h. durch vorzugebende, lineare Beziehungen, die die Parameter erfüllen sollen. Z.B. kann die Gleichheit zweier Koordinatenwerte gefordert werden oder ein bestimmter Abstand zwischen zwei Punkten. Bedingung für die Anwendbarkeit von Hypothesentests ist allerdings - ohne daß hier weiter darauf eingegangen werden kann -, daß die Hypothese (3) testbar ist, eine Forderung, die erfüllt ist, wenn B = C A gilt, also B durch lineare Transformation aus A erhalten werden kann.

2.2 Herleitung der Teststatistik

Die Hypothese (3) wird nun als System von Bedingungsgleichungen zu (1) aufgefaßt. Ausgangspunkt der Überlegung ist dabei, daß die Einbeziehung (3) praktisch ohne Auswirkung auf das Ausgleichungsergebnis bleibt, wenn H wirklich gilt. Durch Berechnung der Änderung des Lösungsvektors $\hat{x}$ bzw. der Verbesserungsquadratsumme $\Omega = v^T Q_{11}^{-1} v$ kann nun entschieden werden, ob H anzunehmen oder zu verwerfen ist.

Die Bearbeitung dieser Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen mit Bedingungsgleichungen erfolgt nach der üblichen Methode der Langrange'schen Multiplikatoren, nach der das Minimum von

$$\left(l - A\,\hat{x}_H\right)^T Q_{11}^{-1} \left(l - A\,\hat{x}_H\right) + 2k^T \left(B\,\hat{x}_H - b\right) \tag{4}$$

zu bestimmen ist. Hierbei ist $\hat{x}_H$ der Lösungsvektor, der sich bei Berücksichtigung von H ergibt, und k ist der Korrelatenvektor. Partielle Differentiation von (4) nach x_H und k ergibt die beiden Bestimmungsgleichungen

$$A^T Q_{11}^{-1} A\,\hat{x}_H + B^T k = A^T Q_{11}^{-1}\, l \tag{5}$$

$$B\,\hat{x}_H = b \tag{6}$$

Daraus läßt sich der neue Lösungsvektor $\hat{x}_H$ bestimmen und damit auch die hier allein interessierende Verbesserungsquadratsumme Ω_H:

$$\Omega_H = \Omega + \left(B\,\hat{x} - b\right)^T \left\{ B \left(A^T Q_{11}^{-1} A\right)^+ B^T \right\}^+ \left(B\,\hat{x} - b\right) \tag{7}$$

bzw. abgekürzt:

$$\Omega_H = \Omega + R \tag{8}$$

In diesen Gleichungen ist $\Omega = v^T Q_{11}^{-1} v$ die Verbesserungsquadratsumme, die sich bei einer Ausgleichung nach dem Modell (1) ergibt. R ist ein additiver Zuschlag zu Ω, der die Auswirkung der Hypothese H auf die Verbesserungsquadratsumme darstellt und direkt in die Testgröße (12) eingeht.

Da bei Deformationsuntersuchungen in der Regel von vorne herein keine Punkte als lagestabil angesehen werden, ist das durch (1) vorgegebene Ausgleichungsmodell singulär. In (7) müssen daher verallgemeinerte Inverse gebildet werden. Zur Vereinheitlichung ist hier stets die Pseudoinverse (hochgestelltes +) benutzt, eine mathematisch nicht notwendige, aber hinreichende Bedingung.

Wie z.B. bei Koch 1976, 1980 und Niemeier 1980 hergeleitet, sind Ω bzw. R stochastisch unabhängig und es gelten die Verteilungsaussagen:

$$\frac{\Omega}{\sigma_0^2} \sim \chi^2(f, \lambda) \tag{9}$$

$$\frac{R}{\sigma_0^2} \sim \chi^2(h, \lambda_H) \tag{10}$$

Der Quotient Ω / σ_0^2 folgt einer χ^2 Verteilung mit $f = n - r(A) = n - u + d_D$ Freiheitsgraden, wenn d_D die Datumsparameter der Ausgleichung sind. Der Nichtzentralitätsparameter λ ist Null, wenn das Modell (1) korrekt ist.

Entsprechend folgt R / σ_0^2 einer χ^2 - Verteilung mit

$$h = r\left\{ B \left(A^T Q_{11}^{-1} A\right)^+ B^T \right\} \tag{11}$$

Freiheitsgraden; der Nichtzentralitätsparameter λ_H ist Null, wenn H gilt.

Die Testgröße zum Überprüfen von H ist der Quotient beider χ^2 - verteilter Größen

$$\boxed{T = \frac{R/h}{\Omega/f}} \quad , \tag{12}$$

eine F-verteilte Testgröße, für die als Wahrscheinlichkeitsbeziehung gilt:

$$P\left\{T > F_{h,f,1-\alpha} / H\right\} = \alpha \tag{13}$$

Übersteigt für eine bestimmte Hypothese der empirische Wert T den zugehörigen Grenzwert $F_{h,f,1-\alpha}$ der F-Verteilung, so ist die Hypothese mit der vorgewählten Irrtumswahrscheinlichkeit α zu verwerfen.

2.3 Implizite Hypothesenformulierung

Die bisherige Darstellung ging davon aus, den Zuschlag R zur Verbesserungs-Quadratsumme Ω nach Gl. (7) im Anschluß an eine Ausgleichung zu bestimmen. Nun ist es in vielen praktischen Fällen einfacher, eine Neuausgleichung mit einem modifizierten funktionalen Ausgangsmodell vorzunehmen, in dem die Hypothese dann implizit enthalten ist.

Dieses Modell sei gegeben durch

$$l + v_H = A_H \hat{x}_H \tag{14}$$

Z.B. kann die Hypothese der Gleichheit von 2 Punkten implizit dadurch berücksichtigt werden, daß für diese Punkte dieselbe Punktnummer eingeführt wird und sie damit identische Koordinaten haben. Weitere Beispiele werden in den folgenden Abschnitten gegeben.

Eine Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen mit dem modifizierten Modell (14) führt dann direkt zur Berechnung der Verbesserungsquadratsumme Ω_H. Durch Umkehrung von (8) kann dann der für die Teststatistik (12) wichtige Zuschlag R bestimmt werden:

$$R = \Omega_H - \Omega \tag{15}$$

Allerdings ist eine weitere Ausgleichung im ursprünglichen Modell (1), d.h. ohne Hypothese, zur Bestimmung von Ω erforderlich. Bei diesem Vorgehen ist es über den Additionszusatz χ^2 - verteilter Größen sehr einfach, die Freiheitsgrade h von R zu berechnen. Es gilt $h = f_H - f$, wenn f_H die Anzahl Freiheitsgrade im Modell (14) ist.

Der eigentliche Test erfolgt dann wieder nach der Gleichung (12) bzw. (13).

3. GLOBALER KONGRUENZTEST

3.1 Ausgangsmodell

Zur Herleitung des globalen Kongruenztests bei 2 Messungsepochen sei das funktionale Modell analog (1) gegeben durch (z.B. Niemeier 1979)

$$\begin{bmatrix} l_1 \\ -- \\ l_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ -- \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & | & 0 \\ -- & + & -- \\ 0 & | & A_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ -- \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix} \tag{16}$$

und das stochastische Modell analog (2) durch

$$K_{11} = \sigma_0^2 \begin{bmatrix} Q_{11} & | & 0 \\ -- & + & -- \\ 0 & | & Q_{12} \end{bmatrix} \tag{17}$$

Im funktionalen Modell werden zwei unabhängige Parametervektoren angesetzt, gemeinsame Parameter (z.B. Parameter der inneren Orientierung bei Verwendung der gleichen Kamera in beiden Epochen) werden hier ausgeschlossen. Außerdem sollen sämtliche Störparameter vorweg eliminiert sein und in beiden Epochen die gleiche Netzkonfiguration ausgemessen sein.

Auch im stochastischen Modell sollen keine interepochalen Korrelationen vorliegen. Ebenso soll - trotz häufiger Kritik - an nur einem Varianzfaktor σ_0^2 festgehalten werden: Eine Überprüfung des stochastischen Modells der Ausgangsmessungen, eventuell auch mit Varianzkomponentenschätzungen, sollte u.E. vorab erfolgen und nicht hier gemeinsam mit der Bestimmung von Deformationen vorgenommen werden.

Diese Ausgleichung zerfällt also in zwei getrennte Einzelausgleichungen. Die Verbesserungsquadratsumme Ω ergibt sich folglich als Summe der Verbesserungsquadratsummen der einzelnen Epochen:

$$\Omega = \Omega_1 + \Omega_2 = v_1^T Q_{11}^{-1} v_1 + v_2^T Q_{12}^{-1} v_2 \tag{18}$$

Dabei ist f die Summe der Freiheitsgrade der einzelnen Epochen

$$f = f_1 + f_2 = n_1 - u + d_D + n_2 - u + d_D \tag{18a}$$

3.2 Explizite Hypothesenformulierung

Die Nullhypothese für den globalen Kongruenztest ist : Annahme gleicher

Punktkoordinaten für beide Epochen.

$$H_0 : E\{\hat{x}_1\} = E\{\hat{x}_2\} \tag{19}$$

Daraus wird die lineare Hypothese

$$H_0 : [-E \mid E] \begin{bmatrix} x_1 \\ -- \\ x_2 \end{bmatrix} = 0 \tag{20}$$

Entsprechend Gleichung (7) und (8) errechnet sich bei Berücksichtigung von (20) als zusätzliche Bedingung zu (16) der Zuschlag R zur Verbesserungsquadratsumme aus:

$$R = (\hat{x}_2 - \hat{x}_1)^T \left\{ [-E \mid E] \begin{bmatrix} \left(A_1^T Q_{l1}^{-1} A_1\right)^+ & \mid & 0 \\ --------- & + & --------- \\ 0 & \mid & \left(A_2^T Q_{l2}^{-1} A_2\right)^+ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -E \\ -- \\ E \end{bmatrix} \right\}^+ (\hat{x}_2 - \hat{x}_1) \tag{21}$$

Mit den Abkürzungen $Q_i = \left(A_i^T Q_{li}^{-1} A_i\right)^+$ und $d = \hat{x}_2 - \hat{x}_1$

wird hieraus

$$R = d^T (Q_1 + Q_2)^+ d \tag{22}$$

Der Rang der Formmatrix in (21) bzw. (22) ist bei gleicher Punktanzahl und gleichem Datumsdefekt d_D in beiden Epochen gegeben durch

$$h = u - d_D \tag{23}$$

Damit ergibt sich die Teststatistik nach (12) zu

$$T = \frac{d^T (Q_1 + Q_2)^+ d}{h} \cdot \frac{f}{\Omega} \ , \tag{24}$$

eine Testgröße, wie sie wohl erstmalig - allerdings auf völlig anderem Weg hergeleitet - von Pelzer (1971) vorgestellt worden ist und inzwischen (Heck 1982) allgemein benutzt wird.

3.3 Implizite Hypothesenformulierung

Die in (19) bzw. (20) explizit formulierte Nullhypothese soll nun durch

Modifikation von (16) im funktionalen Modell berücksichtigt werden. Dies erfolgt sehr einfach durch das neue Modell

$$\begin{bmatrix} l_1 \\ -- \\ l_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ -- \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 \\ -- \\ A_2 \end{bmatrix} \hat{x}_H \tag{25}$$

d.h. durch Ansatz nur eines Parametervektors x_H für beide Epochen. Die Bearbeitung kann somit mit einem einfachen Ausgleichungsprogramm erfolgen.

Aus der Ausgleichung im Modell (25) erhält man direkt $\Omega_H = v_H^T Q_{11}^{-1} v_H$, so daß sich der Zuschlag R ergibt zu

$$R = \Omega_H - \Omega_1 - \Omega_2 = v_H^T Q_{11}^{-1} v_H - v_1^T Q_{11}^{-1} v_1 - v_2^T Q_{12}^{-1} v_2 \tag{26}$$

Die Anzahl der Freiheitsgrade ist mit $f_H = n_1 + n_2 - u + d_D$

zu berechnen nach $h = f_H - f_1 - f_2$, ergibt also

$$h = n_1 + n_2 - u + d_D - (n_1 - u + d_D) - (n_2 - u + d_D) = u - d_D \tag{27}$$

und entspricht damit (23).

Bei dieser Formulierung ist es sehr einfach, auch Punkte, die nur in einer Epoche vorkommen, sog. nichtidentische Punkte, mit zu berücksichtigen: gleiche Punktkoordinaten werden dann selbstverständlich nur für die in beiden Epochen angemessenen Punkte angesetzt. Im Modell (20) führt dieser Fall zu komplizierteren Formeln.

Weiter können bei der impliziten Methode beliebige Störparameter im Modell verbleiben und schließlich ist es wegen der Datumsunabhängigkeit der Verbesserungen und damit auch der Verbesserungsquadratsummen nicht erforderlich, ein Programm für eine freie Netzausgleichung zur Verfügung zu haben!

4. LOKALISIERUNG VON EINZELPUNKTEN

Eine Lokalisierung der verschobenen Einzelpunkte kann z.B. nach dem Verfahren der maximalen Klaffungsanteile (Pelzer 1976, Niemeier 1979) erfolgen. Bei diesem sukzessiven Verfahren wird jeweils der Punkt als signifikant verschoben eliminiert, dessen Anteil an der "mittleren Klaffung" R/h maximal ist. Bei impliziter Formulierung der entsprechenden Hypothese ist das

Ausgangsmodell entsprechend (14) formal gegeben durch

$$\begin{bmatrix} l_1 \\ --- \\ l_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ --- \\ v_2 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c|c} A_{s1} & A_{v1} & 0 \\ \hline A_{s2} & 0 & A_{v2} \end{array}\right] \begin{bmatrix} x_s \\ --- \\ x_{v1} \\ --- \\ x_{v2} \end{bmatrix} \qquad (28)$$

Für jeden einzelnen Punkt i wurde in einem Berechnungslauf angenommen, er habe sich verschoben. Für diesen Punkt werden nun verschiedene Punktnummern und damit unterschiedliche Koordinatenwerte x_{v1} und x_{v2} angesetzt, d.h. je ein Punkt wird aus der Gruppe der Stützpunkte x_s eliminiert. Entsprechend ergeben sich jeweils andere Zuschläge R (\i) zur Verbesserungsquadratsumme Ω des Ausgangsmodells (16), wobei (\i) bedeutet : ohne Punkt i.

Es ist nun statistisch gerechtfertigt (siehe auch Pelzer 1976, 1982, Niemeier 1979, Koch 1980b), den Punkt als signifikant verschoben anzusehen, der zur stärksten Reduzierung von R beiträgt, also zu $R(\backslash i)_{min}$ führt. Die verbleibende Teststatistik analog (12) ist

$$T(\backslash i) = \frac{R(\backslash i)_{min}}{h-2} \cdot \frac{f}{\Omega} \quad , \qquad (29)$$

wobei h-2 bei 2-dimensionaler Ausgleichung gilt. Die lineare Verschiebung des aufgedeckten Punktes ist die Differenz $x_{v2} - x_{v1}$.

Ist nach Erkennen eines signifikant verschobenen Punktes die Testgröße T(\i) noch größer als der zugehörige Grenzwert der F-Verteilung, so ist ein weiterer Lokalisierungsdurchlauf vorzunehmen, bei dem aus den verbliebenen Stützpunkten wieder jeweils ein Punkt als verschoben angenommen wird.

Im Gegensatz zu Koch 1980b, der von einer subjektiv gewählten Mindestanzahl "fester" Punkte aus startet, werden hier zunächst alle Punkte als gleichwertig behandelt.

Schließlich können auch in Gleichung (28) zusätzlich nichtidentische Punkte sowie Störparameter aufgenommen werden, ohne daß dieses Vorgehen zur Lokalisierung geändert werden muß.

5. MODELLE MIT STRAIN- UND BLOCKBEWEGUNGSPARAMETERN

Die in Abschnitt 4 behandelten Einzelpunktbewegungen sind sicherlich ein erster Anhalt bei Deformationsuntersuchungen; für Ingenieurbauwerke, bei rutschungsgefährdeten Hängen und besonders für die Bestimmung von Erdkrustenbewegungen ist es jedoch oftmals korrekter, die Bewegungen von Punktgruppen zu untersuchen (Brunner 1979, Caspary 1981, Pelzer 1982, Schneider 1982, Welsch 1982). Dazu ist jedoch ein adäquates Deformationsmodell erforderlich, das nur in enger Zusammenarbeit mit den Nachbardisziplinen entwickelt werden kann.

Für geodynamische Untersuchungen scheint die Berechnung von Strainparametern (Brunner 1979, Welsch 1982), aber auch von Blockbewegungsparametern (Caspary 1981, Heck 1982, Pelzer 1982) eine bevorzugte Rolle zu spielen.

In der Regel wird für die mathematische Beschreibung derartiger Bewegungen von dem Differenzvektor $d = \hat{x}_2 - \hat{x}_1$ zwischen den Parameterschätzungen beider Epochen ausgegangen, und es gilt dann bei punktweiser Betrachtung und 2-dimensionalen Problemen für den (homogenen) Strain die Beziehung

$$\begin{bmatrix} d_{xi} \\ d_{yi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \frac{1}{2}\gamma_{xy} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \varepsilon_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_i \\ \eta_i \end{bmatrix} \tag{30}$$

bzw. nach Umordnung

$$\begin{bmatrix} d_{xi} \\ d_{yi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_i & 0 & \eta_i \\ 0 & \eta_i & \xi_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xy} \end{bmatrix} \tag{31}$$

Dabei sind d_{xi}, d_{yi} die x- bzw. y-Komponenten von d für den Punkt i; ξ_i und η_i die Schwerpunktkoordinaten; ε_{xx}, ε_{yy} die Dehnungs- und $\frac{1}{2}\gamma_{xy}$ die Scherkomponente.

Entsprechend gilt für die Bewegungen eines Blockes, d.h. für die Punkte eines bestimmten Netzteils die Beziehung

$$\begin{bmatrix} d_{xi} \\ d_{yi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\eta_i \\ 0 & 1 & \xi_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ \omega \end{bmatrix} \tag{32}$$

wobei a_x und a_y die Translationen in den Koordinatenrichtungen und ω die Rotation bedeutet.

Bei impliziter Hypothesenformulierung ist das Modell der Kongruenz (25) zu erweitern um die Berücksichtigung des Strains (31) bzw. der Blockbewegungen (32.) Das Modell lautet in allgemeiner Form für den Differenzvektor:

$$\begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ A_2 & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ d \end{bmatrix} \tag{33}$$

bzw. bei Einführung von Strain- und Blockbewegungsparametern

$$\begin{bmatrix} l_1 \\ \\ l_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ A_{21} & 0 & 0 \\ A_{22} & S & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{x}_S \\ \hat{x}_B \end{bmatrix} \tag{34}$$

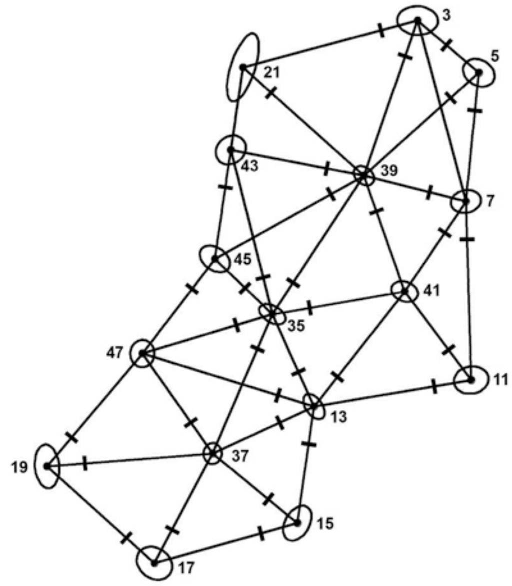
wobei S und B die Transformationsmatrizen aus (31) bzw. (32) sind, die hier nur für einen Block, d.h. einen Netzteil angesetzt worden sind.

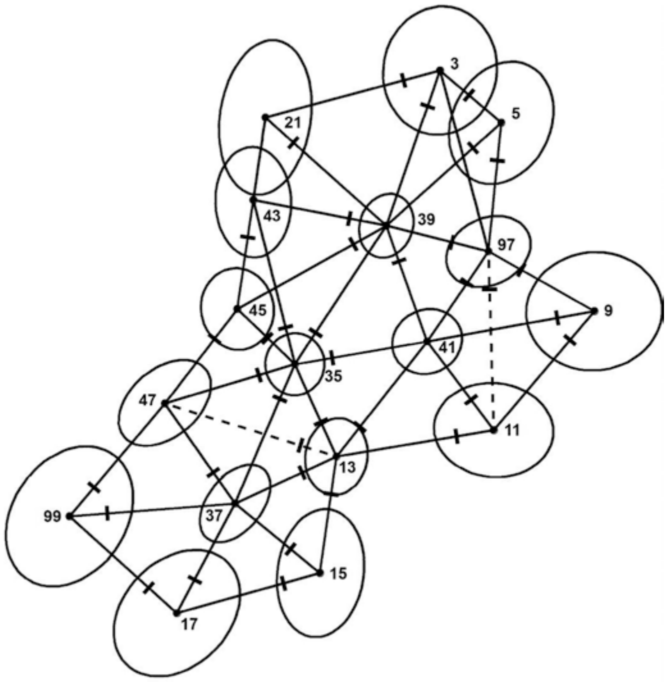
Aus (34) können die Strainparameter $\hat{x}_B$ bestimmt werden. Es ergibt sich weiterhin die Möglichkeit, dieses Modell nach den Formeln des Abschnittes 2.3 zu testen, da bei einer Ausgleichung von (34) wieder direkt die Verbesserungsquadratsumme Ω_H mit Berücksichtigung der Hypothese bestimmt wird: Strain- und Blockbewegungsparameter existieren.

6. ANWENDUNG AUF DAS SIMULIERTE BEISPIEL

6.1 Datenmaterial

In der Vorbereitungsphase dieses Seminars ist ein fiktives Netzbeispiel mit simulierten Richtungs- und Streckenmessungen für Epochen 1, 2A, 2B, 3A und 3B an die verschiedenen Arbeitsgruppen versandt worden. In Abb. 1 sind das Netzbild und die 95 % Konfidenzellipsen für Epoche 1, in Abb. 2 für Epoche 2A dargestellt. Es ist anzumerken, daß die Varianzfaktoren $\hat{\sigma}_0^2$ nach getrennter Ausgleichung der einzelnen Epochen Abweichungen von σ_0^2 aufweisen, die auf einen nicht völlig zufriedenstellenden Zufallszahlengenerator schließen lassen. Trotzdem wurde - im Sinne einer besseren Vergleichbarkeit - mit den vorgegebenen Gewichten weitergearbeitet.





Netzmaßstab : 20 km
Ellipsenmaßstab : 20 cm

Abb. 1: Netzbild und 95% Konfidenzellipsen für Epoche 1

Abb. 2: Netzbild und 95% Konfidenzellipsen für Epoche 2A

6.2 Aufdecken von Einzelpunktbewegungen

Für die Bearbeitung vorgeschrieben waren Vergleiche aller Epochen mit Epoche 1. Für das Beispiel des Vergleichs 2A-1 sind die Ergebnisse des Globaltests nach Gleichung (24) und der wiederholten Lokalisierungsdurchläufe nach Abschnitt 4 in Tabelle 1 wiedergegeben. Dabei sind als Endergebnis des jeweili-

	Test-Größe T bzw. $T^{(i)}$	Freiheitsgrade		F-Verteilung $F_{h,f,1-\alpha}$	Lokalisierter Punkt
		h	f		
Globaltest	7.54	25	122	1.91	H verwerfen
Lokalisierungs-durchlauf					
1	6.04	23	122	1.96	3
2	4.79	21	122	1.99	39
3	4.10	19	122	2.05	45
4	3.10	17	122	2.12	5
5	2.55	15	122	2.21	41
6	1.02	13	122	2.30	11

Tabelle 1: Ergebnisse des Globaltests und der Lokalisierung von Einzelpunktbewegungen für den Vergleich 2A-1

gen Durchlaufs nur die Testgrößen nach Gleichung (29) bei maximaler Reduzierung des vorher gültigen R angegeben.

In Tabelle 2 sind nur noch die Endergebnisse der durchgeführten Zwei-Epochen-Vergleiche aufgeführt. Dabei bedeutet das "x", daß diese sog. "nichtidentischen" Punkte nur in einer der beiden beteiligten Epochen angemessen ist.
Für die als signifikant verschoben erkannten Punkte sind die Verschiebungsbeträge in mm wiedergegeben.

Punkt	Epochen 1-2A		Epochen 1-2B		Epochen 1-3A		Epochen 1-3B	
	d_x	d_y	d_x	d_y	d_x	d_y	d_x	d_y
3	- 1.94	23.22	-	-	36.58	25.54	36.23	28.90
5	20.23	16.60	-	-	39.41	23.20	38.23	26.65
7	x	x	x	x	x	x	x	x
9	x	x	x	x	x	x	x	x
11	26.15	3.75	24.15	-2.10	36.55	0.42	44.85	9.84
13	-	-	-	-	-	-	-	-
15	-	-	-	-	-9.69	-8,16	-	-
17	-	-	-	-	-	-	-	-
19	x	x	x	x	x	x	x	x
21	-	-	-	-	5.65	5.28	3.34	4.48
35	-	-	-	-	-	-	-	-
37	-	-	-	-	-	-	-	-
39	21.21	8.82	16.68	0.66	40.64	14.49	41.79	16.70
41	20.89	4.88	18.80	-1.66	41.11	11.90	40.30	12.55
43	-	-	-	-	-	-	-	-
45	-13.14	-6.60	-	-	-	-	-	-
47	-	-	-	-	-	-	-	-
97	x	x	x	x	x	x	x	x
99	x	x	x	x	x	x	x	x

Tabelle 2: Numerische Ergebnisse der Einzelpunktanalysen für die durchgeführten Zwei-Epochen-Vergleiche

6.3 Bestimmung von Strain- und Blockbewegungen

Trägt man die Verschiebungen aus Tabelle graphisch auf, so zeigt sich sehr deutlich eine Verwerfungslinie im Netz, so daß die Blockeinteilung möglich ist. Für den östlichen Block (Punkte 3,5,11,39,41) sind gemäß Gleichung (34) Strain- und Blockbewegungsparameter bestimmt worden, siehe Tabelle 3.

Man erkennt, daß in diesem gemeinsamen Modell praktisch kein Strain mehr vorkommt. Der alleinige Ansatz von Strainparametern nach Gleichung (31) für alle oder den östlichen Teil der Punkte ergibt zwar rein rechnerisch signifikante Werte, doch erscheinen diese Werte angesichts der numerischen Vorabinformationen aus der Einzelpunktanalyse wenig realistisch zu sein. Für das vorliegende simulierte Netzbeispiel ist - abgesehen von lokalen Störungen im westlichen Teil - allein das Modell der Blockbewegungen realistisch.

Parameter	Epoche 1-2A	Epoche 1-2B	Epoche 1-3A	Epoche 1-3B
Translation in X-Richtung (m)	0.114	0.198	0.151	0.389
Translation in Y-Richtung (m)	0.173	-0,010	0.389	0.152
Rotation (gon)	-0.00042	-0.00006	0.00002	0.00063
Ausdehnung in X-Richtung	0.0000028	-	0.0000033	0.0000014
Ausdehnung in Y-Richtung	0.0000015	-	-0.0000012	0.0000020
Shear	-0.0000007	-	-0.0000002	-0.0000003

Tabelle 3: Strain- und Blockbewegungsparameter, berechnet für die Punkte 3,5,11,39,41 in Zwei-Epochen-Vergleichen

7. ZUSAMMENFASSUNG

Es zeigt sich, daß das Hilfsmittel der impliziten Hypothesenformulierung zur Vereinheitlichung und zum besseren Vergleich verschiedener Auswerteansätze beitragen kann. Ferner kann bei diesem Vorgehen oftmals ein normales Ausgleichungsprogramm für die Berechnung der Testgrößen benutzt werden.

Schließlich wird bei der Bearbeitung des numerischen Beispiels deutlich, daß bei nur geringen Kenntnissen von den wirklichen Bewegungen sich die Modelle "Einzelpunktbewegungen" und "Bewegung von Punktgruppen" sinnvoll ergänzen.

LITERATUR

BRUNNER, F.K. (1979): *On the analysis of geodetic networks for the determination of the incremental strain tensor.* Survey Review 25, 192, p. 56-67

CASPARY, W., SCHWINTZER, P. (1981): *Bestimmung von Einzelpunktbewegungen und von Relativbewegungen zweier Netzteile in geodätischen Deformationsnetzen.* ZfV, vol 106, S. 277 - 288

HECK, B., KUNTZ, E., MEIER-HIRMER, B. (1977): *Deformationsanalyse mittels relativer Fehlerellipsen.* AVN, vol 84, S. 78 - 87

HECK, B. (1982): *Report of the FIG-Working Group on the Analysis of Deformation Measurements.* III. Int. Symp. Deformationsmessungen, Budapest

KOCH, K.R. (1976): *Hypothesenprüfungen für multivariate Ausgleichungen.* Mitt. Inst. Theor. Geodäsie Bonn, Nr. 44

Koch, K.R. (1980a): *Parameterschätzung und Hypothesentests in linearen Modellen.* Dümmler Verlag, Bonn

Koch, K.R. (1980b): *Ein automatisches Testverfahren zur Aufdeckung von Punktverschiebungen bei der Deformationsanalyse.* VIII. Int. Kurs für Ingenieurvermessung, Zürich

Niemeier, W. (1976): *Grundprinzip und Rechenformeln einer strengen Analyse geodätischer Deformationsmessungen.* VII. Int. Kurs für Ingenieurmessungen, Darmstadt

Niemeier, W. (1979): *Zur Kongruenz mehrfach beobachteter geodätischer Netze.* Wiss. Arb. Fachrichtung Vermessungswesen Uni Hannover, Nr. 88

Niemeier, W. (1980): *Hypothesentests in Geodätischen Netzen.* In: Pelzer, H. (Hrsg.): Geodätische Netze in Landes- und Ingenieurvermessung. Wittwer Verlag, Stuttgart

Pelzer, H. (1971): *Zur Analyse geodätischer Deformationsmessungen.* DGK, Reihe C, Nr. 164, München

Pelzer, H. (1976): *Über die statischen Eigenschaften der Ergebnisse von Deformationsmessungen.* VII. Int. Kurs für Ingenieurmessungen, Darmstadt

Pelzer, H. (1982): *Geodätische Modelle zur Erfassung von Deformationen, insbesondere von Rutschungserscheinungen.* V. Int. Symp. für Marktscheidewesen 1982

Schneider, D. (1982): *Complex Crustal Strain Approximation.* Mitt. Inst. für Geodäsie, ETH Zürich, Nr. 33

Welsch, W. (1981): *Gegenwärtiger Stand der geodätischen Analyse und Interpretation geodätischer Deformationen.* AVN, vol 88, S. 41 - 51

Welsch, W. (1982): *Einige Erweiterungen der Deformationsermittlung in geodätischen Netzen durch Methoden der Strainanalyse.* III. Int. Symp. Deformationsmessungen, Budapest 1982

D E F O R M A T I O N S A N A L Y S E
MITTELS FINGIERTER STRECKEN

von

Wilhelm BENNING

Geodätische Abteilung

Fachhochschule Aachen

Bayernallee 9, 5100 Aachen

Bundesrepublik Deutschland

ZUSAMMENFASSUNG

Vorgestellt wird eine Methode der Deformationsanalyse mittels fingierter Strecken verschwindenden Gewichts, welche die vermuteten Deformationen repräsentieren. Die Annahme, daß alle Objektpunkte verschoben sind, wird mittels allgemeinem Hypothesentest auf Signifikanz geprüft, wobei die Fußpunktkurve der relativen Fehlerellipse den Konfidenzbereich der jeweiligen Punktverschiebung ausmacht.

ABSTRACT

The statistical problem to detect deformations by repeated measurements is solved by a simultaneous adjustment of all observations performed at several epochs. The statistical significance of moving object points is derived from additional distance-measurements of vanishing weights, which represent the hypothetic deformations.

1. EINLEITUNG

Der noch junge Zweig der statistischen Deformationsanalyse findet zunehmendes wissenschaftliches Interesse und gewinnt gleichzeitig an statistischer Signifikanz in der Beurteilung der Deformationsergebnisse. Zu erwähnen sind u.a.m. die grundlegenden Arbeiten von (HECK 1978, KOCH 1981, NIEMEIER 1979, PELZER 1971, WELSCH 1976). Der Hypothesentest bildet die Klammer um alle neueren Entwicklungen zur Aufdeckung signifikanter Einzelpunktbewegungen oder Teilnetzdeformationen. In dieser Arbeit wird der Test mittels fingierter Strecken vorgestellt. Es wird die Hypothese aufgestellt, daß die vorweg durch Auffelderung bestimmten Objektpunkte alle um einen konstanten, beliebigen Betrag verschoben sind. Dabei erhalten die als lagestabil klassifizierten Stützpunkte identische Koordinaten für alle Meßepochen, während die Objektpunkte für die unterschiedlichen Meßepochen bei quasiidenten Koordinaten unterschiedliche Punktnummern, und damit eigenständige Koordinatenunbekannte für jede Epoche erhalten. Somit können fingierte Strecken mit verschwindendem Gewicht zwischen diesen quasiidenten Objektpunkten eingeführt werden. Die freie Ausgleichung liefert sodann für diese Strecken die tatsächlichen Punktverschiebungen, deren Signifikanz noch zu prüfen ist.

2. DAS VERFAHREN DER DEFORMATIONSANALYSE

2.1 Die Überprüfung des stochastischen Modells der Einzelepochen

Zunächst sind die Messungen der Einzelepochen auf ihre innere Genauigkeit zu überprüfen, damit das eigentliche Problem der Deformationsanalyse, die möglichst exakte Trennung zwischen meßfehlerbedingten Punktverschiebungen zu denjenigen, die auf Deformationen zurückzuführen sind, angegangen werden kann. Ausgehend von einer vorgegebenen a-priori-Meßgenauigkeit werden die Einzelepochen je für sich in freier Netzausgleichung berechnet. Das Datumsproblem wird mittels zusätzlicher Verbesserungsgleichungen gelöst, indem die unbekannten Parameter $\underline{y}$, $\underline{x}$ auf die zugehörigen Näherungskoordinaten derart aufgefeldert werden, daß
a) der Schwerpunkt der Koordinaten erhalten bleibt, und
b) keine Rotation des Koordinatensystems stattfindet.

Durch gruppenweise a-posteriori-Varianzschätzung werden nun Faktoren für die jeweiligen Standardabweichungen der Richtungen und - getrennt - der Strecken berechnet. Weichen diese vom Eingabewert Eins ab, so sind die zugehörigen Beobachtungsfehler in den Folgeberechnungen mit diesen Faktoren zu multiplizieren. Hiermit ist die innere Genauigkeit der Messungen der Einzelepochen festgelegt.

2.2 Die Bestimmung der Stützpunkte

Im allgemeinen wird man die unter besonderen Vorsichtsmaßregeln vermarkten Beobachtungsstandpunkte als lagestabile Stützpunkte definieren. Doch ist dieser Schluß nicht immer zutreffend, was an mehreren praktischen Fällen nachgewiesen werden kann. Aus diesem Grunde scheint es ratsam, zunächst alle Punkte des Überwachungsnetzes als instabil anzusehen. Eine Einteilung der Punkte in stabile Stützpunkte einerseits und instabile Objektpunkte andererseits gelingt durch Auffelderung der Beobachtungen einer Folgeepoche auf die ausgeglichenen Koordinaten $\underline{z}(t0)$ der Nullmessung. Diese Punkte werden je-doch als freie oder bewegliche Anschlußpunkte (FAP) behandelt, das heißt als Punkte, die innerhalb der lokalen mittleren Punktfehler aus der Vorausgleichung beweglich sind. Damit sind für jeden dieser Anschlußpunkte zwei Verbesserungsgleichungen für die x- und y-Koordinate anzuschreiben $\left(\underline{z} = \underline{z}(x,y)\right)$:

$$\underline{v} = \underline{dz} + \underline{\hat{z}}^{(i)} - \underline{z}(t0) \ , \qquad (1)$$

worin (i) für den i-ten Iterationsschritt, z(t0) für die Näherungskoordinaten steht. Diese Verbesserungsgleichungen werden mittels der lokalen mittleren Punktfehler (BENNING 1983) homogenisiert.

Darüber hinaus werden alle Beobachtungen der Folgeepoche, für welche die Deformationsanalyse beabsichtigt ist, in die Ausgleichung einbezogen. Als Ergebnis erhalten wir die aus den Deformationen bedingten, lageverschobenen Punktkoordinaten z(t1). Anschließend werden alle Beobachtungen einschließlich der Gleichungen (1) einem statistischen Test zur Suche grober Fehler, dem "data snooping" von (BAARDA 1968) unterzogen:

$$\frac{v_i}{\sigma_{vi}} > \left(\chi^0_{1-\alpha,1}\right)^{\frac{1}{2}} \ . \qquad (2)$$

Der Quotient aus Verbesserung und deren Standardabweichung wird mit der 100*(1-α)% - Fraktile der Chi-Quadrat-Verteilung verglichen. Trifft Gleichung (2) zu, dann liegen "grob fehlerhafte Beobachtungen oder Anschlußpunkte" vor. Diese Fehler sind auf die tatsächlichen Deformationen zurückzuführen, und zwar können letztere sowohl grob fehlerhafte Anschlußkoordinaten anzeigen, weil nicht passend zum Beobachtungsmaterial, und umgekehrt grob fehlerhafte Messungen aufgrund des Zwangs aus den Anschlußkoordinaten. In den Folgerechnungen zur Bestimmung der eigentlichen Objektdeformationen werden alle Punkte, die von grob fehlerhaften Beobachtungen berührt werden, als Objektpunkte eingestuft.

2.3 Die Objektpunktanalyse

Zur Ermittlung der Objektdeformationen wird im dritten Bearbeitungsschritt eine gemeinsame Ausgleichung der Null- und Wiederholungsmessung durchgeführt, bei der die Stützpunkte für beide Meßepochen identische Koordinatenunbekannte $\underline{z}$ erhalten, derweil wir für die Objektpunkte einmal Koordinatenunbekannte $\underline{x}1$ zur Zeit t1, und zum anderen Koordinatenunbekannte $\underline{x}2$ zur Zeit t2 ansetzen. Auf diese Weise ergeben sich sehr einfach die Koordinatendifferenzen der Objektpunkte, das heißt deren scheinbare Verschiebung.

Zusätzlich zu den Beobachtungen werden fingierte Strecken mit verschwindendem Gewicht eingeführt (BENNING 1983). Diese Strecken $\underline{d}$ repräsentieren die vermuteten Objektdeformationen, sie erhalten einen beliebigen, aber konstanten Betrag für den Abstand zwischen den quasiidenten Punkten $\underline{x}1$ und $\underline{x}2$. Dem verschwindenden Gewicht dieser Pseudostrecken entspricht ein hoher mittlerer Fehler, der bewirkt,

a) daß die fingierten Strecken keinerlei Einfluß auf das Ergebnis der Ausgleichung nehmen, insbesondere nicht auf die Lage der Objektpunkte;
b) daß die unpräzisen Pseudostrecken durch die übrigen Beobachtungen nahezu hundertprozentig kontrolliert, und also signifikant bestimmbar sind.

Die ausgeglichenen Werte $\underline{\hat{d}}$ beinhalten den Verschiebungsbetrag und können aufgrund von b) einem Hypothesentest unterzogen werden:

$$\hat{d}_i > \sqrt{2 * F_{2,f,\alpha}} \cdot \sigma_{\hat{d}_i} \qquad (3)$$

Hierin bedeutet $\sigma_{\hat{d}_i}$ die Standardabweichung der Pseudostrecke und F die 100*α % - Fraktile der Fisher-Verteilung bei einem Freiheitsgrad f, der von der Anzahl der Beobachtungen und Unbekannten und vom Defekt der freien Netzausgleichung abhängt. Trifft Gleichung (3) zu, so wird die Deformation des zugehörigen Punktes angenommen, anderenfalls verworfen.

Die geometrische Interpretation dieses Tests wird in (BRENNING 1983) geliefert. Die dargestellte Methode der Deformationsanalyse legt den Konfidenzbereich für den Verschiebungsbetrag d mit der Fußpunktkurve einer Ellipse fest. Das Ergebnis dieses Tests ist in den Hauptachsen der relativen Fehlerellipse identisch zu denen in (HECK 1978, KOCH 1981). Ansonsten fällt der Konfidenzbereich mit (3) geringfügig größer aus, was jedoch erst bei einem Halbachsenverhältnis größer 1,5 feststellbare Abweichungen ergibt.

3. ERGEBNISSE ZUM VORGEGEBENEN DATENMATERIAL

Gegeben sind fünf simulierte Datensätze eines Testnetzes, wobei vier Meßepochen als jeweilige Folgeepoche zur Nullmessung anzusehen sind. Gemäß der dargestellten Auswertemethodik gliedern sich die numerischen Berechnungen in drei Teile:

- die Vorausgleichungen zur Bestimmung der inneren Genauigkeit der Messungen der Einzelepochen,
- die Auffelderungen auf die freien Anschlußpunkte der Nullmessung zur Festlegung der Objektpunkte und schließlich
- die Objektpunktanalyse mittels fingierter Strecken.

3.1 Die innere Genauigkeit der Einzelepochen

Die ungewöhnlich langen Strecken geben Anlaß, dem konstanten Fehleranteil gegenüber dem streckenabhängigen ein größeres Gewicht einzuräumen. So wurde die Vorausgleichung der Nullepoche mit dem a-priori-Gewichtsansatz

$$\sigma_S = 0{,}02\ \text{m} + 0{,}1\ \text{ppm};\ \sigma_R = 0{,}2\ \text{mgon}$$

gestartet. Daraus ergab sich für die Richtungen eine a-posteriori-Standardabweichung von 0,16 mgon. Die Strecken sind dagegen gut zweifach präziser gemessen als angenommen, so daß eine Wiederholungsberechnung mit

$$\sigma_S = 0{,}008\ \text{m} + 0{,}1\ \text{ppm};\ \sigma_R = 0{,}16\ \text{mgon}$$

fast exakt auf die a-posteriori-Gewichtseinheit von Eins führt.

Die Übernahme dieses Gewichtsansatzes für die Folgeepochen läßt ca. die Hälfte aller Strecken als grob fehlerhaft ausweisen mit Fehlerbeträgen bis zu zwei Dezimetern, wohingegen der Gewichtsansatz für einen Teil der Strecken erstaunlich gut paßt. Da eine derartige Anzahl grober Streckenfehler nicht Grundlage eines methodisch-verfahrenstechnischen Vergleichs sein kann, wurde die Gewichtung entsprechend den ausgewiesenen Varianzschätzungsergebnissen auf

$$\sigma_s = 0{,}08 \text{ m} + 0{,}1 \text{ ppm}$$

geändert. In Tabelle 1 sind die Faktoren der a-posteriori-Varianzschätzung zusammengestellt, mit denen die o.g. a-priori-Standardabweichungen zu multiplizieren sind, damit die a-posteriori-Gewichtseinheit Eins erhalten wird.

Epoche	vor der Ausgleichung		nach der Ausgleichung		
	σ_s	σ_R (mgon)	$\sigma_{0,s}$	$\sigma_{0,R}$	σ_0
Null	0,008 m + 0,1 ppm	0,16	0,99	0,99	0,99
2-A	0,08 m + 1 ppm	0,1	1,01	1,08	1,05
2-B	0,08 m + 1 ppm	0,1	1,03	1,10	1,07
3-A	0,08 m + 1 ppm	0,1	0,98	1,03	1,00
3-B	0,08 m + 1 ppm	0,1	1,02	1,05	1,04

Tabelle 1: Ergebnisse der a-posteriori-Varianzschätzung

Mit den faktoriserten Standardabweichungen aus Tabelle 1 werden die folgenden Berechnungen ausgeführt.

3.2 Trennung von Stütz- und Objektpunkten

Die Auffelderungsberechnungen für die vier Folgeepochen ergeben ohne jegliche Iteration die in Tabelle 2 dargestellten Objektdefinitionen:

Epoche	Objektpunkte											
2-A	3	5		13		21			39	41	43	45
2-B		5				21			39	41	43	45
3-A	3	5	11	13	15	21	35	37	39	41	43	
3-B	3	5	11	13		21	35		39	41	43	

Tabelle 2: Objektdefinitionen

3.3 Signifikante Objektdeformationen

Die gemeinsame Ausgleichung von jeweils zwei Meßepochen mit dem vorweg überprüften Gewichtsansatz ergibt - getrennt für jede Folgeepoche - die in den Tabellen 3 bis 6 wiedergegebenen Ergebnisse:

Objekt-punkte	dy	dx	$\hat{d}$	Konfi-denz	sign. versch.
3	45	-16	47	19	*
5	35	1	36	16	*
13	- 1	- 7	7	5	*
21	17	- 6	18	13	*
39	14	11	21	9	*
41	7	7	10	6	*
43	10	- 3	11	10	*
45	- 1	-13	14	6	*

Tabelle 3: Deformationen (cm), Epoche 2-A

Objekt-punkte	dy	dx	$\hat{d}$	Konfi-denz	sign. versch.
5	5	4	6	7	
21	0	-20	20	15	*
39	3	10	11	7	*
41	0	10	10	6	*
43	1	- 8	8	11	
45	3	- 6	7	7	

Tabelle 4: Deformationen (cm), Epoche 2-B

Objekt-punkte	dy	dx	$\hat{d}$	Konfi-denz	sign. versch.
3	23	46	51	16	*
5	22	49	53	17	*
11	- 1	44	44	18	*
13	- 1	6	6	9	
15	- 6	- 3	7	10	
21	2	10	11	18	
35	- 3	4	5	7	
37	1	8	8	6	*
39	12	47	49	11	*
41	10	48	49	13	*
43	- 2	5	6	10	

Tabelle 5: Deformationen (cm), Epoche 3-A

Objekt-punkte	dy	dx	$\hat{d}$	Konfi-denz	sign. versch.
3	32	41	52	16	*
5	31	41	52	16	*
11	11	43	44	15	*
13	2	0	2	5	
21	4	6	7	18	
35	0	1	1	6	
39	18	43	47	10	*
41	13	40	43	11	*
43	- 1	1	1	9	

Tabelle 6: Deformationen (cm), Epoche 3-B

Demnach sind in der Epoche 2-A alle Objektpunkte signifikant verschoben, während dies für die übrigen Fälle nur für diejenigen Punkte zutrifft, die in der letzten Spalte gekennzeichnet sind.

Die Abbildungen 1 bis 4 enthalten die entsprechenden Lagedarstellungen. Es ist festzustellen, daß die für jeweils beide Meßepochen identischen Stützpunkte keinen Zwang auf die freien Netzausgleichungen ausüben, da die a-posteriori-Varianz der Gewichtseinheit den Wert Eins in keinem Fall übersteigt. Die Berechnungen wurden ausschließlich mit dem Programmsystem KATRIN (BENNING 1980) durchgeführt.

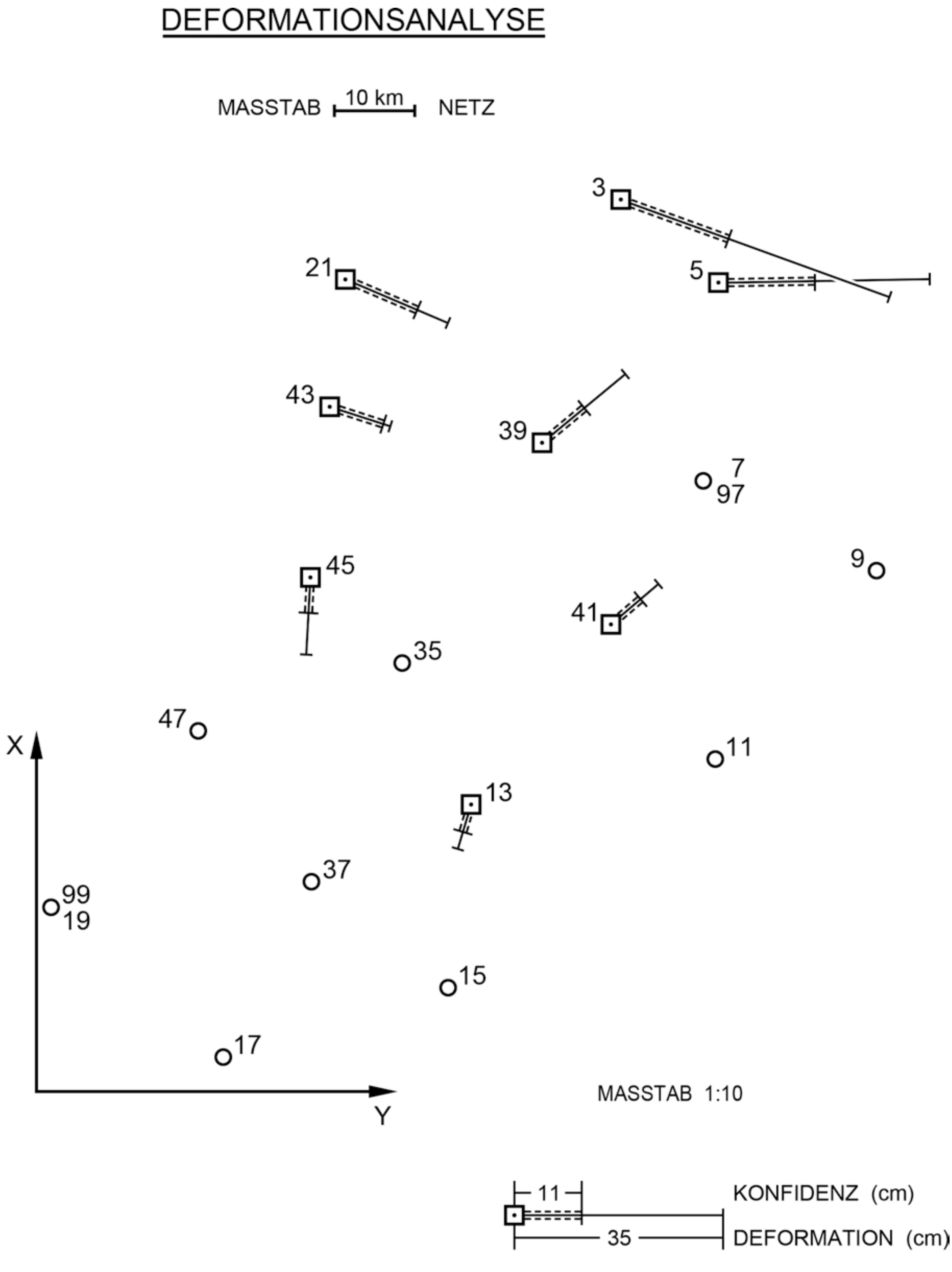


ABB. 1: DEFORMATIONEN DER EPOCHE 2A

DEFORMATIONSANALYSE

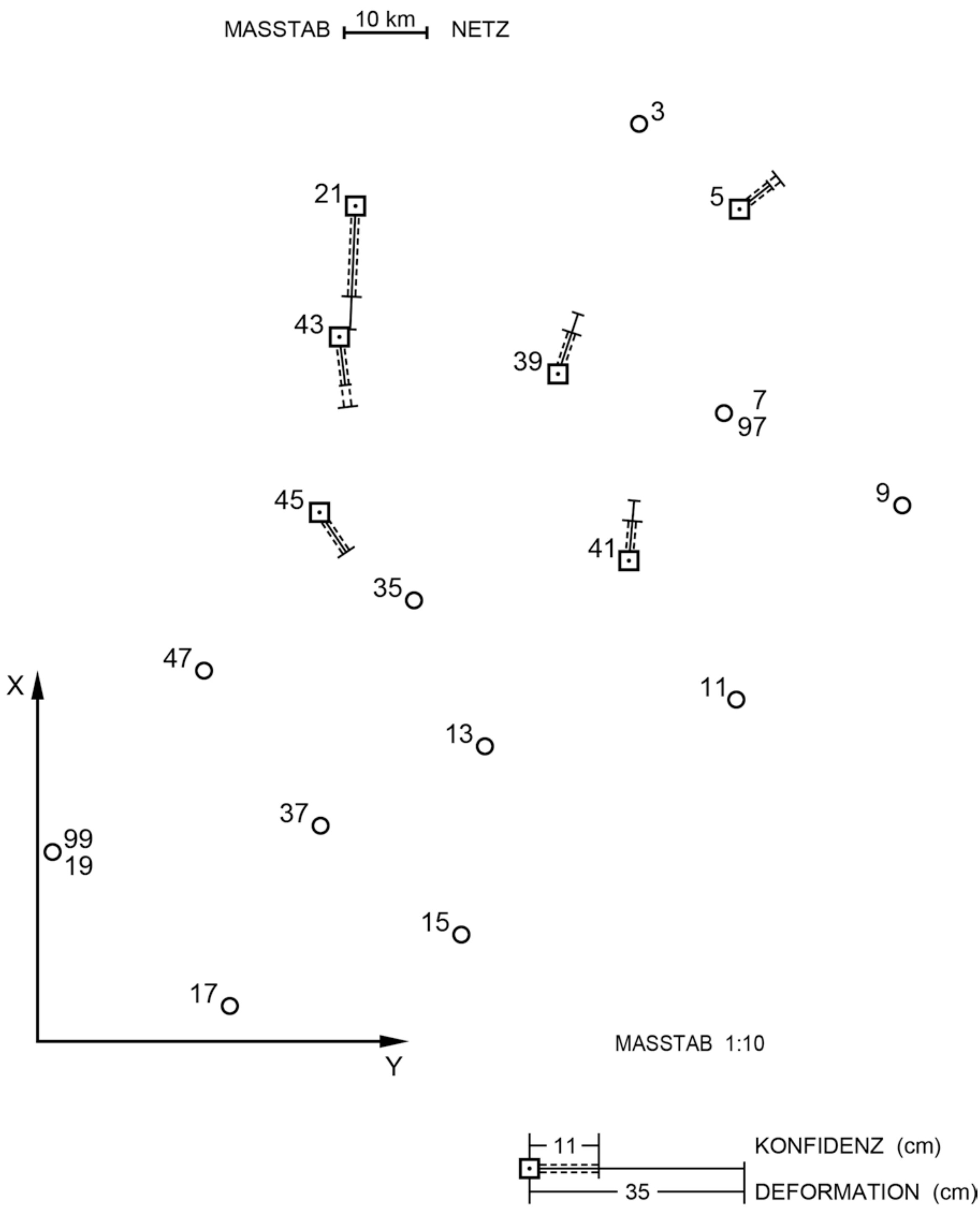


ABB. 2: DEFORMATIONEN DER EPOCHE 2B

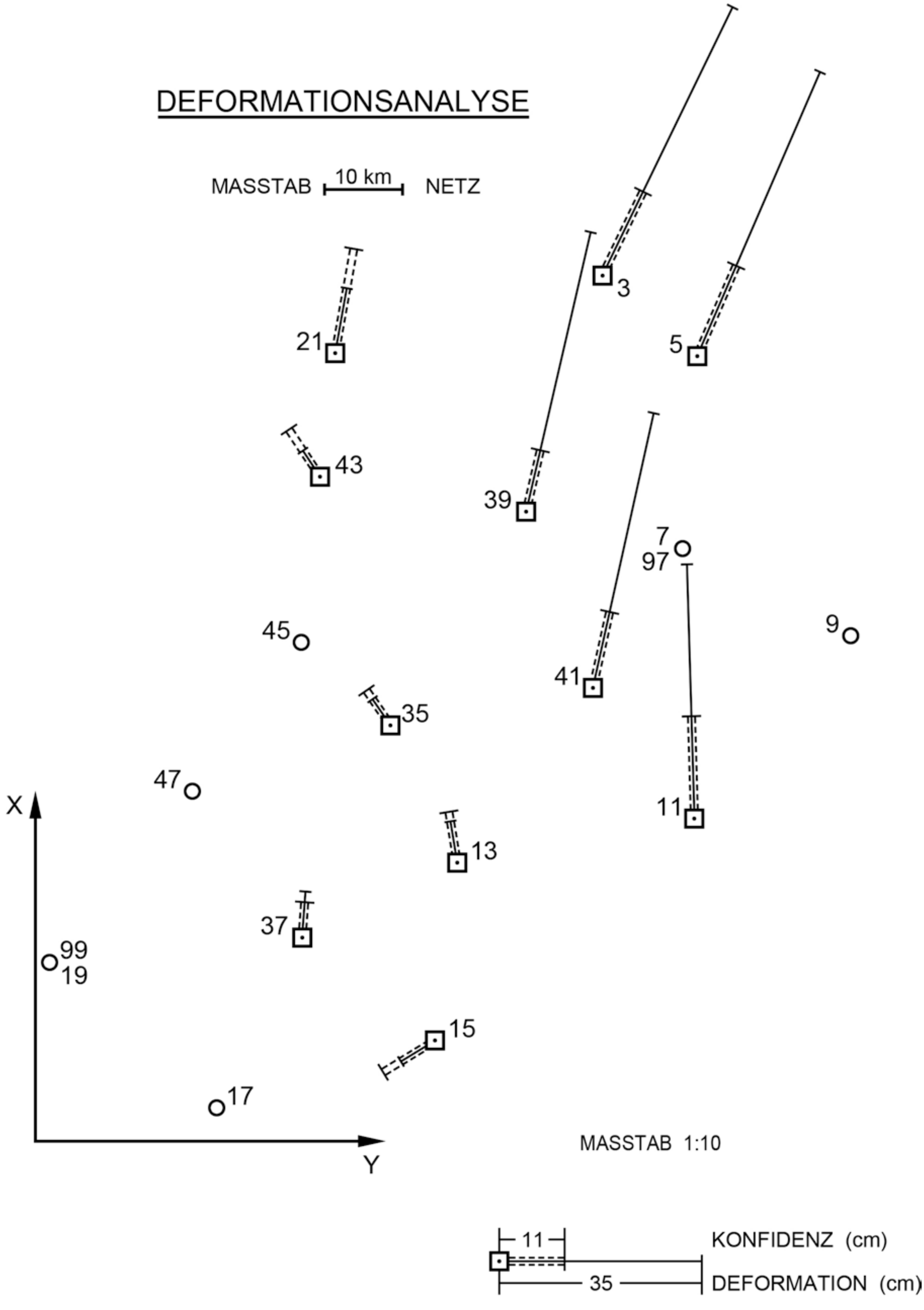


ABB. 3: DEFORMATIONEN DER EPOCHE 3A

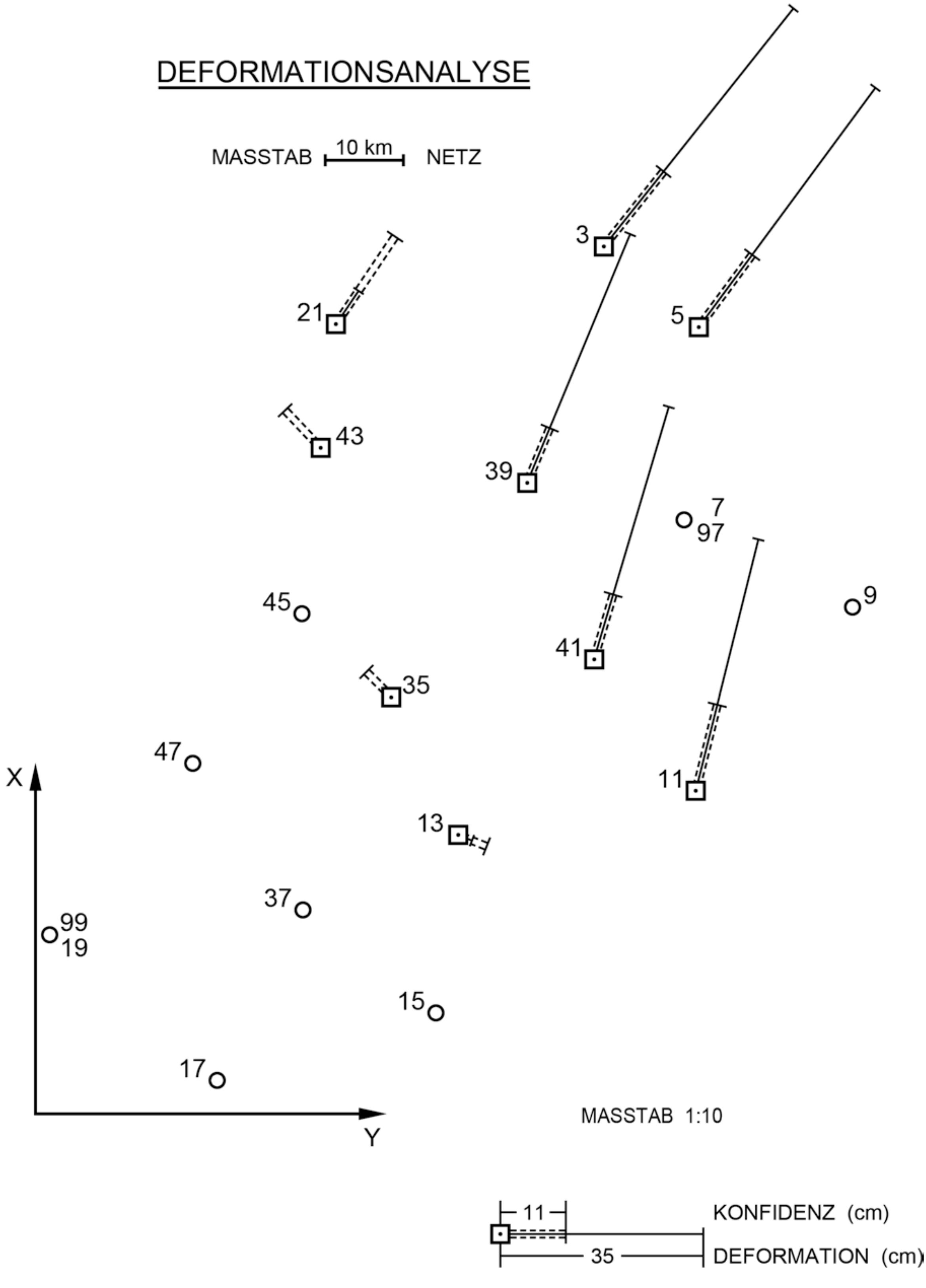


ABB. 4: DEFORMATIONEN DER EPOCHE 3B

4. LITERATUR

BAARDA, W.: A testing procedure for use in geodetic networks. Netherlands Geodetic Commission, Publication on Geodesy, Vol. 2, Nr. 5, Delft 1968

BENNING, W.: Das Programmsystem KATRIN für die Höhen- und Lageauswertung trigonometrischer und tachymetrischer Netze. ZfV 105, 113 - 124, 1980

BENNING, W.: Deformationsanalyse mittels Pseudobeobachtungen. AVN 90, 139 - 147, 1983

HECK, B.: Die Verwendung relativer Fehlerellipsen zur Analyse von Deformationsmessungen. In HALLERMANN, L. (Hrsg.): Beiträge zum II. internationalen Symposium über Deformationsmessungen mit geodätischen Methoden (Bonn 1978) Wittwer-Verlag, Stuttgart 1981

KOCH, K.R.: Ein automatisches Testverfahren zur Aufdeckung von Punktverschiebungen bei der Deformationsanalyse. In CONZETT/MATTHIAS/SCHMID (Hrsg.): Ingenieurvermessung 80, Beiträge zum VIII. internationalen Kurs für Ingenieurmessung Band 1, B 9/1-9, Dümmler-Verlag, Bonn 1981

NIEMEIER, W.: Statistical tests for detecting movements in repeated measured geodetic networks. Paper presented to the XVII. General Assembly of IUGG, Canberra 1979

PELZER, H.: Zur Analyse geodätischer Deformationsmessungen. DGK, Reihe C, Nr. 164, München 1971

WELSCH, W.: Signifikanzen und Sensitivitäten in technischen Netzen. DGK, Reihe B, Nr. 216, München 1976

EIN DYNAMISCHES DEFORMATIONSMODELL

von

Joachim BOLJEN

Geodätisches Institut
Universität Hannover
Nienburger Str. 1
3000 Hannover

ZUSAMMENFASSUNG

Auf der Grundlage kontinuumsmechanischer Gesetzmäßigkeiten ist es möglich, ein dynamisches Deformationsmodell zu entwickeln. Es kann gezeigt werden, daß damit außerdem das Interpretationsproblem gelöst ist. In dem vorliegenden Bericht werden die Überlegungen an Hand einer bodenmechanischen Aufgabenstellung dargestellt. Sie sind jedoch allgemeingültig und können durch eine entsprechende Anpassung auf alle anderen denkbaren ingenieurgeodätischen Problemstellungen übertragen werden.

ABSTRACT

On the foundation of continuumsmechanical relations it is possible to develop a dynamic deformation model. Besides that it can be shown, that also the interpretation problem is solved. In the submitted paper the ideas are presented by a soilmechanical problem. However the relations are generally and by a corresponding adaption they can be applied to all other problems of engineering geodesy.

1. EINFÜHRUNG

Insbesondere in den letzten beiden Jahrzehnten hat die geodätische Deformationsanalyse im Bereich des Bauingenieurwesens und der Geowissenschaften mehr und mehr an Bedeutung gewonnen. Dieses hat sowohl sicherheitstechnische als auch ökonomische Gründe. Insofern ist diese Analyse aus der weiteren technisch-wissenschaftlichen Entwicklung nicht mehr wegzudenken. Stärker als bisher sollte jedoch die Deformationsanalyse nicht nur als ein rein geodätisches bzw. geometrisches Problem behandelt werden. Sie ist vielmehr im Rahmen einer ***interdisziplinären Zielsetzung*** weiter zu entwickeln. In diesem Zusammenhang wird hier ein Analysemodell vorgestellt, das sowohl mechanische als auch geodätische Lösungsansätze behandelt.

Von der Methode her besteht die ***Deformationsanalyse*** darin, ein Objekt in unterschiedlichen äußeren Belastungssituationen in seiner jeweils dazugehörigen Geometrie zu bestimmen. Dazu ist es zweckmäßig, den Körper durch Einzelpunkte zu diskretisieren. Die eigentliche Analyse beschäftigt sich dann damit, die Koordinatendifferenzen zwischen den einzelnen Epochen in den tatsächlichen Deformationsanteil und den Anteil der unvermeidlichen messungstechnischen Abweichungen zu zerlegen. Die Lösung dieser Aufgabe wird nun um so problematischer, je kleiner die Deformationen im Verhältnis zur Meßgenauigkeit werden. In den letzten Jahren sind eine Reihe von Arbeiten erschienen, die sich gerade mit diesem Problem beschäftigen. Sie unterliegen jedoch alle der Einschränkung, daß sie ausschließlich von einer statischen bzw. allenfalls kinematischen Modellvorstellung ausgehen. Die Kräfte, die die Deformationen verursacht haben, werden bislang in keinem der geodätischen Ansätze benutzt.

Unabhängig von der Analyse haben diese Kräfte eine zentrale Bedeutung bei der nachgeordneten Problemstellung der ***Interpretation*** von Deformationen. Auch diese Aufgabe ist in der Vergangenheit fast ausschließlich von der geometrischen Seite angegangen worden, obwohl fast alle Autoren erkannt haben, daß das zentrale Interpretationsproblem darin besteht, einen eindeutigen mathematischen Zusammenhang zwischen den Deformationen und den verursachenden Kräften aufzuzeigen. Eine solche Beziehung ist aber in der Kontinuumstechnik seit langem bekannt, es ist dies die sogenannte ***Kraft-Verschiebungsrelation***

$$\underline{K}\underline{a} + \underline{f} = \underline{0} \ . \tag{1}$$

Hierbei enthält der Vektor $\underline{a}$ die Knotenpunktverschiebungen, die durch die äquivalenten Knotenkräfte $\underline{f}$ verursacht werden. Die globale Steifigkeitsmatrix $\underline{K}$ ergibt sich in Abhängigkeit von verschiedenen materialspezifischen Parametern.

Löst man die Kraft-Verschiebungsrelation nach den Verschiebungen auf, dann erhält man

$$\underline{a} = -\underline{K}^{-1}\underline{f} \ . \tag{2}$$

Kennt man also die Kräfte und das Material des Objekts, an dem sie wirken, dann können daraus die entsprechenden Knotenpunktverschiebungen berechnet werden. Dieses Modell ist im Weiteren als ***Kongruenzmodell*** zu bezeichnen, da die daraus ermittelten Verschiebungen mit den entsprechenden geodätischen Größen übereinstimmen müssen. Die Beziehung (2) stellt also eine zusätzliche Information zur Bestimmung der Verschiebungen dar. Insofern wird sich mit diesem Ansatz die richtige Zerlegung des Differenzvektors in den tatsächlichen Deformationsanteil und den Anteil des messungsbedingten Zufalls auch mit einer höheren Wahrscheinlichkeit treffen lassen als es mit rein geometrischen Ansätzen möglich ist.

Löst man andererseits die Beziehung (1) nach dem Belastungsvektor $\underline{f}$ auf, dann erhält man das sogenannte ***Interpretationsmodell***

$$\underline{f} = -\underline{K}\,\underline{a} \ . \tag{3}$$

Man kann also mit der globalen Steifigkeitsmatrix $\underline{K}$ und den festgestellten Knotenpunktverschiebungen $\underline{a}$ die verursachenden Kräfte berechnen.

Schließlich wäre auch ein dritter Anwendungsbereich denkbar. Dieser entsteht dann, wenn man den Verschiebungsvektor $\underline{a}$ und den Belastungsvektor $\underline{f}$ kennt, über die Materialeigenschaften, die die $\underline{K}$-Matrix festlegen, aber keine bzw. unzureichende Informationen besitzt. Diese Parameter sind schließlich so zu bestimmen, daß die gegebenen Größen $\underline{a}$ und $\underline{f}$ das Gleichungssystem (1) möglichst widerspruchsfrei erfüllen

$$\underline{\psi}(\underline{K},\underline{a},\underline{f}) = \underline{0} \ . \qquad (4)$$

Damit ist dieser Ansatz als ***Kalibrierungsmodell*** zu bezeichnen. Mit ihm ist es z.B. möglich, vorläufig bestimmte Materialeigenschaften an die tatsächliche Belastungs- und Verschiebungssituation anzupassen. Dieser Zusammenhang ist insbesondere z.B. für bodenmechanische Problemstellungen interessant, da man hier bei den Laboruntersuchungen der Bodenproben die tatsächlichen örtlichen Verhältnisse nur bedingt wiederherstellen kann. Die andererseits mögliche Parameterbestimmung in Situ kommt im allgemeinen wegen des damit verbundenen hohen instrumentellen Aufwands nur begrenzt zur Anwendung.

Die hier vorgenommene jeweilige Spezifizierung der Kraft-Verschiebungsrelation bezüglich einer Kongruenz-, Interpretations- und eines Kalibrierungsmodells ist in der praktischen Durchführung kaum realisierbar, denn keine der Ausgangsgrößen $\underline{K}$, $\underline{a}$ und $\underline{f}$ ist in der Regel vollständig und absolut bekannt. Auf die Problematik bei der Bestimmung der materialbeschreibenden Parameter und damit auf die Festlegung der globalen Steifigkeitsmatrix $\underline{K}$ wurde bereits hingewiesen. Bezüglich der Knotenpunktverschiebungen $\underline{a}$ ist anzumerken, daß diese mit geodätischen Methoden nur auf dem Rand des Objekts bestimmt werden können. Die innerhalb des Körpers liegenden Knotenpunktverschiebungen bleiben vorerst unbekannt. Bei dem Belastungsvektor $\underline{f}$ ist anzumerken, daß man die Objektbeanspruchung kaum absolut kennt. Hier wird man sich meist darauf beschränken müssen, mit plausiblen Modellvorstellungen auszukommen. Das eigentliche Ziel muß es also sein, alle Teilinformationen in einem ***gemeinsamen System*** geschlossen zu verarbeiten. Das spezielle Kongruenz-, Interpretations- und Kalibrierungsmodell ergibt sich dann durch die entsprechenden Zwischenergebnisse dieses komplexen Deformationsansatzes.

2. KRAFT-VERSCHIEBUNGSRELATION

Wegen der zentralen Bedeutung der Kraft-Verschiebungsrelation ist diese Beziehung eingangs in ihren wesentlichen Punkten zu erläutern.

Der grundsätzliche Gedanke hierbei besteht darin, den zu untersuchenden Körper in eine endliche Anzahl kleiner Elemente zu unterteilen. Innerhalb dieser Elemente lassen sich dann die entsprechenden zugeordneten Eigenschaften wegen der begrenzten Größe der Elemente durch verhältnismäßig einfache funktionale Beziehungen beschreiben. Das Gesamtergebnis ergibt sich schließlich dadurch, daß man die elementaren Teilergebnisse wieder zu einem Ganzen zusammenfügt.

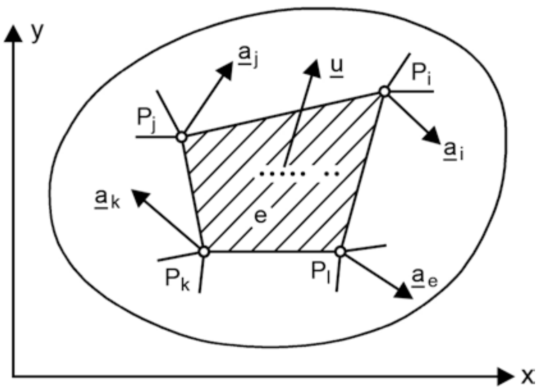


Abb. 1 Unterteilung eines Objekts in Viereckelemente

Innerhalb eines solchen Elements, das durch seine Knotenpunkte mit den Nachbarelementen verbunden ist, läßt sich z.B. die ***Verschiebung*** $\underline{u}$ in Abhängigkeit der Knotenpunktverschiebungen $\underline{a}_i$ darstellen

$$\underline{u} = \underline{N}^e \, \underline{a}^e \quad . \tag{5}$$

Die als Matrix der ***Formfunktionen*** bezeichnete Größe $\underline{N}^e$ stellt dabei eine spezielle Form von Interpolationsparametern dar, die besonderen Konvergenzkriterien zu genügen haben. Dieses ist einerseits die C_0-Kontinuität, die sicherstellt, daß die Einzelelemente auch nach der Deformation wieder klaffungsfrei zusammengefaßt werden können, und andererseits die Bedingung der konstanten Spannung.

Ausgehend von diesen Verschiebungen können die entsprechenden ***relativen Formänderungen*** berechnet werden. Im 2-dimensionalen Fall sind dies die axialen Dehnungen ε_{xx} und ε_{yy} und die Gleitung γ_{xy}

$$\underline{\varepsilon} = \begin{vmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \partial/\partial x & 0 \\ 0 & \partial/\partial y \\ \partial/\partial y & \partial/\partial x \end{vmatrix} \begin{vmatrix} u \\ v \end{vmatrix} = \underline{L}\,\underline{u} = \underline{B}^e \underline{a}^e, \; \underline{B}^e = \underline{L}\,\underline{N}^e \; . \tag{6}$$

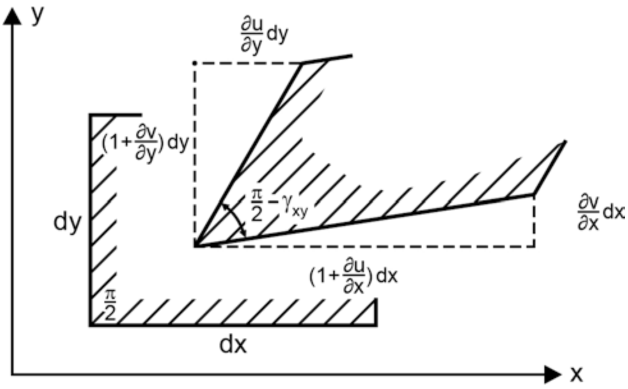


Abb. 2 Dehnungskomponenten

Es bleibt, darauf hinzuweisen, daß dieser auch als 'strain' bezeichnete Parameter eine ausschließlich geometrische Größe ist und insofern noch keine neuen Informationen enthält.

Entsprechend dieser Dehnung, die ein relativiertes Verformungsmaß darstellt, gibt die ***Spannung*** die auf die Flächeneinheit bezogene Schnittkraft wieder. Dabei hat man zwischen der sogenannten Normal- und Querspannungskomponente σ_{ii} bzw. τ_{ij} zu unterscheiden, je nachdem, ob diese normal zur betrachteten Fläche verläuft oder mit ihr zusammenfällt

$$\sigma = \lim_{\Delta a \to 0} \frac{\Delta p_n}{\Delta a} \; , \; \tau = \lim_{\Delta a \to 0} \frac{\Delta p_t}{\Delta a} \; . \tag{7}$$

Zwischen diesen Spannungen und den zuvor beschriebenen Dehnungen besteht ein bestimmter Zusammenhang, der durch die sogenannte ***konstitutive Gleichung*** ausgedrückt werden kann. Für den linear elastischen Fall gilt z.B.

$$\underline{\sigma} = \underline{D}\left(\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_0\right) + \underline{\sigma}_0 \quad . \tag{8}$$

Dabei berücksichtigt der Vektor $\underline{\varepsilon}_0$ die Initialdehnung und $\underline{\sigma}_0$ die Initialspannung des entsprechenden Objekts. Die materielle Steifigkeitsmatrix $\underline{D}$ ergibt sich dabei durch die zugehörigen Stoffparameter.

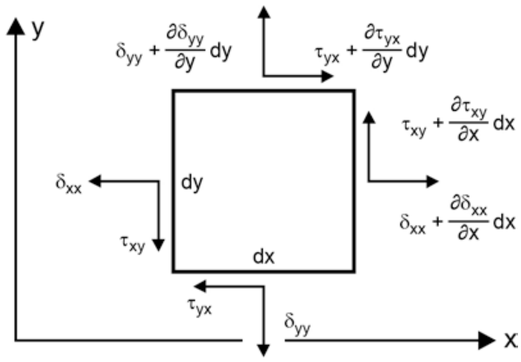


Abb. 3 Normal- und Querspannungskomponenten im 2-dimensionalen Fall

Für den besonders einfachen Fall des homogen-isotrop elastischen Verhaltens kommt man dabei mit dem Elastizitätsmodul E und der Querkontraktionszahl μ aus. Bei komplizierteren Modellen, wie z.B. bei geschichteten Materialien, kommen weitere Parameter hinzu. Hat man es unabhängig davon nicht mehr mit nur linear reagierenden Materialien bzw. Zuständen zu tun, wie z.B. beim elasto-plastischen oder elasto-viskoplastischen Fall, dann gilt diese konstitutive Gleichung darüber hinaus auch nur noch im differentiellen Bereich. Wenn sich Form und Aufbau dieses Ausdrucks auch ändern, so stellt diese Spannungs-Dehnungsrelation jedoch immer eine zentrale Beziehung für die weitere Entwicklung der Kraft-Verschiebungsrelation dar.

Um diesen Zusammenhang zwischen den Verschiebungen und den sie verursachenden ***Kräften*** aufzuzeigen, müssen die am Element wirkenden Belastungen beschrieben werden. Es sind dies die Massenkräfte $\underline{b}$, die Randspannung $\underline{t}$ und die elementaren Knotenkräfte $\underline{q}^e$.

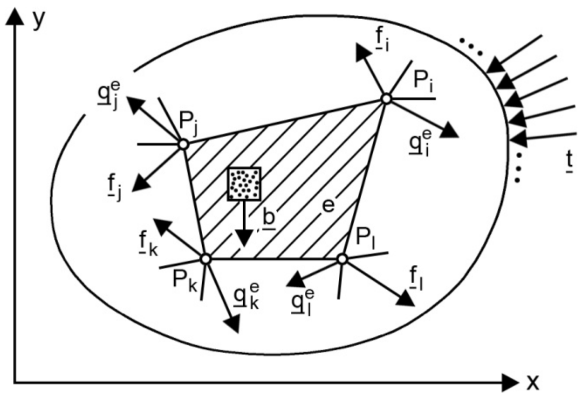


Abb. 4 Elementkräfte

Die letzteren sind lediglich angenommene Kräfte, die zu berücksichtigen sind, um das Element separat zu betrachten.

Der grundsätzliche Gedanke bei der Herleitung der Kraft-Verschiebungsrelation beruht auf der Tatsache, daß der Körper am Ende des Deformationsvorgangs eine Gleichgewichtslage erreichen wird, bzw. darauf, daß seine Energie in diesem Zustand bezüglich einer virtuellen Verschiebungsvariation ***stationär*** ist.

$$\partial \Pi^e = \partial \left(\Pi_a^e + \Pi_i^e \right) = 0 \quad . \tag{9}$$

Die Veränderung der äußeren Energie ist dabei wie folgt zu berechnen

$$\partial \Pi_a^e = \int_{A^e} \partial \underline{u}^T \underline{b} da + \int_{S^e} \partial \underline{u}^T \underline{t} ds + \left(\partial \underline{a}^e \right)^T \underline{q}^e \quad . \tag{10}$$

Da die Variation der inneren Energie gleich dem negativen Wert der entsprechenden Arbeit ist, die der Körper bei seiner Entspannung zu leisten vermag, gilt hierfür

$$\partial\Pi_i^e = -\int_{A^e} \partial\underline{\varepsilon}^T\underline{\sigma}\,da \quad . \tag{11}$$

Durch eine Zusammenfassung der Beziehungen (9), (10) und (11) erhält man schließlich mit den Abkürzungen für die Steifigkeitsmatrix

$$\underline{K}^e = \int_{A^e} \left(\underline{B}^e\right)^T \underline{D}\,\underline{B}^e da \quad , \tag{12}$$

bzw. für den Belastungsvektor

$$\underline{f}^e = -\int_{A^e} \left(\underline{N}^e\right)^T \underline{b}\,da - \int_{S^e} \left(\underline{N}^e\right)^T \underline{t}\,ds - \int_{A^e} \left(\underline{B}^e\right)^T \underline{D}\,\underline{\varepsilon}_0 da + \int_{A^e} \left(\underline{B}^e\right)^T \underline{\sigma}_0 da \quad ,$$

die ***elementare Kraft-Verschiebungsrelation***

$$\underline{K}^e\,\underline{a}^e + \underline{f}^e = \underline{q}^e \quad . \tag{13}$$

Der Vektor $\underline{f}^e$ repräsentiert dabei also die äquivalenten elementaren Knotenkräfte, so wie sie sich durch die Massenkräfte $\underline{b}$, die Randspannung $\underline{t}$ und die Initialspannung bzw. Initialdehnung $\underline{\sigma}_0$ und $\underline{\varepsilon}_0$ ergeben.

Der abschließende Schritt dieser Überlegungen besteht jetzt darin, den gesamten Körper wieder aus den einzelnen Elementen zusammenzusetzen. Hierzu sind zwei Bedingungen zu erfüllen. Einerseits müssen die einzelnen Elemente klaffungsfrei zusammengefügt werden können und andererseits müssen die an jedem Knoten zusammentreffenden fiktiven elementaren Knotenkräfte $\underline{q}^e$ einem globalen Gleichgewichtssystem genügen. Daraus erhält man dann schließlich die ***globale Kraft-Verschiebungsrelation***

$$\underline{K}\,\underline{a} + \underline{f} = \underline{0} \quad . \tag{14}$$

3. ELASTO-VISKOPLASTISCHES DEFORMATIONSMODELL

Das relativ einfache linear-elastische Materialverhalten gilt insbesondere bei bodenmechanischen Problemstellungen nur noch bedingt und unter Einschränkungen. Bei extremen Belastungen bzw. dann, wenn eine bestimmte ***Grenzspannungssituation*** erreicht wird, dann wird jeder Körper außer elastischen

Formänderungen auch plastische Reaktionen zeigen. Als das entsprechende Kriterium kann die sogenannte Grenzspannung

$$F(\underline{\sigma}, k) = 0 \tag{15}$$

angesetzt werden. Die Größe F ist dabei eine entsprechende Funktion, die sich in Abhängigkeit von der Spannung $\underline{\sigma}$ und eines Verfestigungsparameters k ergibt. Die Grundlage für die Herleitung dieser Beziehung ergibt sich bei bodenmechanischen Problemstellungen durch die empirisch gefundene ***COULOMB'-sche Gleichung***

$$\tau_S = c - \sigma_S \tan\phi \ . \tag{16}$$

Hierbei stellt die Variable c die Kohäsion des Materials und die Größe ϕ den Winkel der inneren Reibung dar. Unabhängig davon ergibt sich nach ***MOHR*** die Möglichkeit, die Normal- und Querspannungskomponenten in einer beliebigen, zu den Hauptachsen orientierten Schnittebene zu berechnen

$$\begin{aligned} \sigma_n &= \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\cos 2\alpha \ , \\ \tau_n &= \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\sin 2\alpha \ . \end{aligned} \tag{17}$$

Setzt man (17) in (16) ein, dann erhält man schließlich die ***Grenzspannung nach MOHR-COULOMB***

$$F(\underline{\sigma}, k) = \sigma_m \sin\phi + \overline{\sigma}\left(\cos\Theta_0 - \frac{\sqrt{3}}{3}\sin\Theta_0 \sin\phi\right) - c\cos\phi = 0 \ . \tag{18}$$

Die Größen σ_m, $\overline{\sigma}$ und Θ_0 sind dabei die drei voneinander unabhängigen Invarianten des entsprechenden Spannungstensors. Graphisch stellt diese Grenzspannungsfläche einen sechseckigen Kegel im Raum der Hauptspannungskomponenten dar.

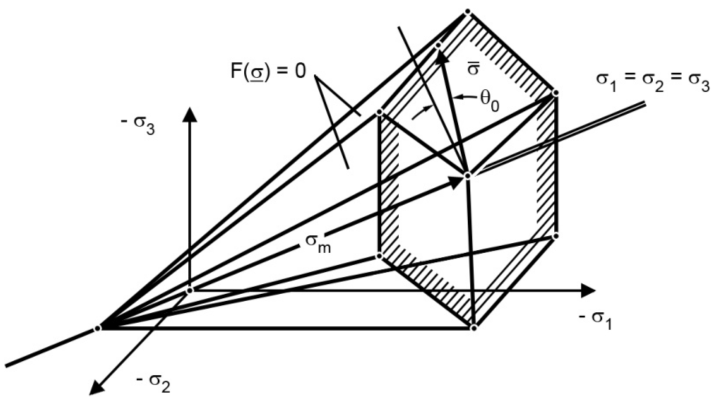


Abb. 5 Grenzspannung nach MOHR-COULOMB

Außer der Festlegung der Grenzspannung ist zur Behandlung des plastischen Falls über die Richtung der plastischen Dehnung zu verfügen. Hierfür hat schon v. MISES die Einführung der sogenannten ***Normalitätsbedingung*** vorgeschlagen

$$d\underline{\varepsilon}_p = \lambda \frac{\partial F(\underline{\sigma}, k)}{\partial \underline{\sigma}} \quad . \tag{19}$$

DRUCKER gelang es, diese Annahme auf der Grundlage des 1.-ten und 2.-ten Hauptsatzes der Thermodynamik zu verifizieren.

Es soll im Weiteren nur darauf hingewiesen werden, daß die hier zu Grunde gelegte Grenzspannung nach MOHR-COULOMB eine Reihe von ***Unzulänglichkeiten*** besitzt (Belastungsinvarianz, Dilatation, Singularität). Auf die Darstellung einer entsprechenden approximierenden Funktion, die diese Nachteile ausschließt, muß hier jedoch aus Platzgründen verzichtet werden.

Darüber hinaus ist aber hervorzuheben, daß die zentrale Bedeutung dieser Grenzspannung und Normalitätsbedingung sich insbesondere bei der Behandlung des ***elasto-viskoplastischen Falls*** ergibt. Hierbei wird davon ausgegangen, daß die Grenzspannung durchaus größer als Null werden kann

$$F(\underline{\sigma}, k) \geq 0 \; . \tag{20}$$

Diese Ungleichung stellt dann die Bedingung für eine zeitabhängige visko-plastische Verformung dar. Die entsprechende ***Fließgeschwindigkeit*** lautet

$$\frac{\partial \varepsilon_{vp}}{\partial t} = \dot{\underline{\varepsilon}}_{vp} = \gamma_{vp} \, \psi_{vp} \left\{ F(\underline{\sigma}, k) \right\} \frac{\partial F(\underline{\sigma}, k)}{\partial \underline{\sigma}} \; . \tag{21}$$

Hierbei steht die Größe γ_{vp} für die entsprechende Viskosität des Materials. Durch diese ***Zeitabhängigkeit*** des Materials ist die Analyse als ein nunmehr 4-dimensionales Problem zu betrachten. Da die darauf aufbauende Kraft-Verschiebungsrelation nicht mehr linear verläuft, kann sie nur noch für differentiell benachbarte Situationen angesetzt werden. Geht man zu endlichen Schrittweiten über und benutzt man dabei wegen der temporären Abhängigkeit entsprechende Zeitinkremente, dann erhält man hierfür

$$\underline{K} \, \Delta \underline{a}_m + \Delta \underline{f}_m - \int_A \underline{B}^T \underline{D} \, \Delta \underline{\varepsilon}_{vp,m} \, da = 0 \; . \tag{22}$$

Durch die fortgesetzte Anwendung dieser Beziehung läßt sich nun das bodenmechanische Problem vollständig beschreiben. Hierzu zählt natürlich auch eine entsprechende ***Stabilitätsanalyse***. Wendet man nämlich die Beziehung (22) auf zukünftige Zeitpunkte an, und muß dann feststellen, daß der Körper sich weiterhin in einem Zustand der Überbelastung bzw. des Fließens befindet, dann ist mit einer Zerstörung des Objekts zu rechnen.

Bei der Ausführung der Kraft-Verschiebungsrelation bei bodenmechanischen Problemen muß man allerdings auf einige ***Besonderheiten*** Rücksicht nehmen. Hierzu zählt hauptsächlich das belastungsabhängige Elastizitätsmodul bzw. die veränderliche Porenzahl; außerdem der im allgemeinen veränderliche Grundwasserstand und der daraus resultierende Auftrieb und Strömungsdruck. Weiterhin eine entsprechende Überkonsolidierung des Bodens und eine Spannungsumverlagerung wegen unzulässiger Zugspannungen. Alle diese und darüber hinausgehende Problemen sind nur in Zusammenarbeit mit Bodenmechanikern und Ingenieurgeologen zu lösen, so daß eine solche fachübergreifende Kooperation unbedingt anzustreben ist.

4. KALIBRIERUNGS- UND KONGRUENZMODELL

Die grundsätzliche Idee des hier vorgestellten Ansatzes besteht darin, daß die Koordinaten bestimmter Punkte eines Objekts sowohl auf mechanische, als auch auf geodätische Art und Weise bestimmt werden können. Wenn diese Beziehung vollständig und richtig aufgestellt ist, dann müssen ihre jeweils zugehörigen Ergebnisse ***übereinstimmen.*** Diese Tatsache wird nun bei der Formulierung des entsprechenden Deformationsmodells ausgenutzt.

Bezüglich der ***mechanischen Koordinaten*** geht man von der Vorstellung aus, daß die Punkte in ihrer unbeanspruchten Ausgangslage durch die Koordinaten $\underline{X}_x$ repräsentiert werden. Belastet man jetzt den Körper zu bestimmten Zeitpunkten unterschiedlich stark, dann ergeben sich die jeweils dazugehörigen Verschiebungen $\underline{u}$ als Funktion der materialabhängigen Parameter $\underline{X}_\alpha$. Die mechanisch bestimmten Koordinaten lauten also

$$\underline{X}_{m,e} = \underline{X}_x + \underline{u}\left(\underline{X}_\alpha\right)_e \quad . \tag{23}$$

Die ***geodätischen Koordinaten*** ergeben sich andererseits durch die entsprechende Messung mit einer anschließenden Netzausgleichung. Dabei soll jedoch davon ausgegangen werden, daß das Datumsproblem unbestimmt bleibt. Die absoluten Koordinaten erhält man also dadurch, daß man zu den Koordinaten einer freien Netzausgleichung $\underline{X}_{\xi,e}$ entsprechende, vorerst unbekannte Orientierungsparameter $\underline{X}_{\zeta,e}$ addiert

$$\underline{X}_{g,e} = \underline{X}_{\xi,e} + \underline{X}_{\zeta,e} \quad . \tag{24}$$

Fordert man schließlich, daß beide Koordinatensätze übereinstimmen sollen, dann gilt folgende Bedingungsgleichung

$$\underline{X}_x + \underline{u}\left(\underline{X}_\alpha\right)_e - \underline{X}_{\xi,e} - \underline{X}_{\zeta,e} = \underline{0} \quad . \tag{25}$$

Da es in der Regel mehr Bedingungen als Unbekannte gibt, ist dieses Gleichungssystem von vornherein nicht konsistent. Um dieses zu erreichen, ist eine Ausgleichung durchzuführen. Da das Gleichungssystem (25) sowohl Unbekannte als auch Beobachtungen enthält, handelt es sich dabei um die Bearbeitung eines sogenannten GAUSS-HELMERT Modells

$$\underline{B}\,\underline{v} + \underline{A}\,\underline{\hat{x}} + \underline{w} = \underline{0} \quad , \quad \boldsymbol{\Sigma}_l = \sigma_0^2\,\underline{Q}_l \quad . \tag{26}$$

Wegen seiner semidefiniten Kofaktormatrix $\underline{Q}_l$ ist dieser Ausgleichungsansatz jedoch im allgemeinen nicht ohne weiteres aufzulösen. Zerlegt man andererseits den Residuenvektor $\underline{v}$ so, daß die zugehörige Subkoeffizientenmatrix $\underline{B}_1$ quadratisch und regulär wird, dann gilt

$$\underline{B}_1\underline{v}_1 + \underline{B}_2\underline{v}_2 + \underline{A}\,\underline{\hat{x}} + \underline{w} = \underline{0} \quad , \quad \boldsymbol{\Sigma}_l = \sigma_0^2\,\underline{Q}_l \quad . \tag{27}$$

Da die Inverse von $\underline{B}_1$ existiert, erhält man aus (27)

$$\underline{v}_1 = -\underline{B}_1^{-1}\left(\underline{B}_2\underline{v}_2 + \underline{A}\,\underline{\hat{x}} + \underline{w}\right) \quad , \quad \underline{B}_1^{-1} = \underline{B}_1^{T}\left(\underline{B}_1\underline{B}_1^{T}\right)^{-1} \quad . \tag{28}$$

Für die verbleibenden Verbesserungen $\underline{v}_2$ führt man nun formal neue Unbekannte $\underline{\hat{y}}$ ein

$$\underline{v}_2 = \underline{\hat{y}} - l_2 \quad . \tag{29}$$

Aus (28) und (29) erhält man somit das folgende ***GAUSS-MARKOFF Modell***

$$\underline{v}_z = \underline{A}_z\,\underline{\hat{x}}_z - \underline{l}_z \tag{30}$$

$$\begin{vmatrix} \underline{v}_1 \\ \underline{v}_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\underline{B}_1^{-1}\underline{A} & -\underline{B}_1^{-1}\underline{B}_2 \\ \underline{0} & \underline{I} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \underline{\hat{x}} \\ \underline{\hat{y}} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \underline{B}^{-1}\left(\underline{w} - \underline{B}_2\underline{l}_2\right) \\ \underline{l}_2 \end{vmatrix} \quad ,$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_{l,z} = \sigma_0^2\,\underline{Q}_l = \sigma_0^2 \begin{vmatrix} \underline{Q}_{l,1} & \underline{Q}_{l,1,l,2} \\ \underline{Q}_{l,2,l,1} & \underline{Q}_{l,2} \end{vmatrix} \quad .$$

Da hier eine singuläre Kofaktormatrix bei dem verallgemeinerten Lösungsalgorithmus hingenommen werden kann, ist dieser Ansatz dem urspünglichen GAUSS-HELMERT Modell vorzuziehen. Außerdem zeichnet sich das durch (30) gegebene äquivalente GAUSS-MARKOFF-Modell dadurch aus, daß hierbei entsprechende Hypothesentests unmittelbar zur Verfügung stehen.

Wendet man diese Zusammenhänge auf die ursprüngliche nichtlineare funktionale

Beziehung nach (25) an, dann ergibt sich

$$\underline{v}_y^* = \underline{A}_y^* \underline{\hat{x}}_y^* - \underline{l}_{y,h}^* \tag{31}$$

$$\begin{vmatrix} \underline{v}_\xi \\ \underline{v}_\alpha \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \underline{I} & \underline{A}_{\phi,z} & \underline{B}_{\phi,\alpha} \\ \underline{0} & \underline{0} & \underline{I} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \underline{\hat{x}}_{\phi,x} \\ \underline{\hat{x}}_{\phi,z} \\ \underline{\hat{x}}_\alpha \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} -\underline{w}_h \\ \underline{0} \end{vmatrix} ,$$

$$\underline{\Sigma}_{l,y,h}^* = \sigma_0^2 \underline{Q}_{l,h} = \sigma_0^2 \begin{vmatrix} \underline{Q}_{\hat{x},\phi,\xi,h} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{Q}_\alpha \end{vmatrix} .$$

Dabei enthält der Parametervektor $\underline{\hat{x}}_{\phi,x}$ die Koordinatenunbekannten für die mechanischen Ausgangskoordinaten. Vorerst ist dieser Vektor so aufgebaut, daß er für jede einzelne Epoche einen entsprechenden Subvektor berücksichtigt. Damit bleibt die Forderung, daß die mechanisch und geodätisch bestimmten Koordinaten übereinstimmen müssen, vorerst noch unberücksichtigt. Der Vektor $\underline{\hat{x}}_{\phi,z}$ faßt die entsprechenden Datumsparameter der einzelnen Epochen zusammen und der Vektor $\underline{\hat{x}}_\alpha$ beinhaltet die zugehörigen materialabhängigen Grössen. Die geodätischen Netzausgleichungen liefern mit den entsprechenden bodenmechanischen Parametern den Widerspruchs- bzw. den gekürzten Beobachtungsvektor. Bezüglich der Koeffizientenmatrix ist anzumerken, daß ihre Submatrizen teilweise nur mit Hilfe einer numerischen Differentiation zu bestimmen sind.

Andererseits erkennt man an dieser Koeffizientenmatrix aber auch, daß das durch (31) gegebene System unterbestimmt ist, denn durch die ***Orientierungsunbekannten*** fehlt jeder einzelnen Epoche ein eindeutiger Datumsbezug. Um diesen Defekt zu beseitigen und um die Vergleichbarkeit zu gewährleisten, wird gefordert, daß

$$\underline{\hat{x}}_{\phi,x,h}^T \underline{\hat{x}}_{\phi,x,h} \rightarrow \min \tag{32}$$

wird. Mit Hilfe dieser Bedingung lassen sich die Datumsparameter schließlich wie folgt bestimmen

$$\underline{\hat{x}}_{\phi,z,h} = \frac{1}{n_p}\,\underline{A}^T_{\phi,z}\left(\underline{v}_\xi - \underline{B}_{\phi,\alpha}\,\underline{\hat{x}}_\alpha - \underline{w}_h\right) \quad . \tag{33}$$

Benutzt man diesen Zusammenhang, um damit die entsprechenden Größen in der Beziehung (31) zu eliminieren, dann erhält man

$$\underline{v}_y = \underline{A}_y\,\underline{\hat{x}}_{y,h} - \underline{l}_{y,h} \tag{34}$$

$$\begin{vmatrix} \underline{v}_\xi \\ \underline{v}_\alpha \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \underline{I} & \underline{F}_\phi\,\underline{B}_{\phi,\alpha} \\ \underline{0} & \underline{I} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \underline{\hat{x}}_{\phi,x,h} \\ \underline{\hat{x}}_\alpha \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} -\underline{F}_\phi\underline{w}_h \\ \underline{0} \end{vmatrix} \quad ,$$

$$\underline{\Sigma}_{l,y,h} = \sigma_0^2\,\underline{Q}_{l,h} = \sigma_0^2 \begin{vmatrix} \underline{Q}_{\hat{x},\phi,\xi,h} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{Q}_\alpha \end{vmatrix} \quad .$$

An Hand der Dimension der Koeffizientenmatrix $\underline{A}_y$ erkennt man sofort, daß es sich auch in diesem Fall um kein eigentliches Ausgleichungsproblem handelt. Die wichtigste Folgerung daraus ist, daß die zugehörige Verbesserungsquadratsumme verschwindet

$$\Omega = \underline{v}_y^T\,\underline{Q}^+_{l,h}\,\underline{v}_y = 0 \quad . \tag{35}$$

Dieses wurde dadurch erreicht, daß man für jede einzelne Epoche einen besonderen Satz von mechanischen Ausgangskoordinaten $\underline{X}_{x,e}$ vorgesehen hat. Tatsächlich bedeutet dies, daß man von der eingangs beschriebenen Identität zwischen den mechanischen und geodätisch bestimmten Koordinaten noch keinen Gebrauch gemacht hat. Wenn jedoch beide Modelle richtig und vollständig aufgestellt sind, dann muß diese Übereinstimmung gelten, d.h. es muß folgende ***Nullhypothese*** zutreffen

$$H_0:\ \underline{\tilde{X}}_{x,1} = \ldots\ \underline{\tilde{X}}_{x,e} = \ldots\ \underline{\tilde{X}}_{x,ne} = \underline{\tilde{X}}_{x,0} \quad . \tag{36}$$

Das durch (34) gegebene funktionale und stochastische Modell ergibt sich dementsprechend zu

$$\underline{v}_{y,0} \;=\; \underline{A}_{y,0}\,\hat{\underline{x}}_{y,h,0} - \underline{l}_{y,h} \tag{37}$$

$$\left|\begin{array}{c} \underline{v}_{\xi,0} \\ \hline \underline{v}_{\alpha,0} \end{array}\right| = \left|\begin{array}{c|c} \underline{I} & \\ \vdots & \underline{F}_{\phi}\,\underline{B}_{\phi,\alpha} \\ \underline{I} & \\ \hline \underline{0} & \underline{I} \end{array}\right| \left|\begin{array}{c} \hat{\underline{x}}_{x,h,0} \\ \hline \hat{\underline{x}}_{\alpha,0} \end{array}\right| - \left|\begin{array}{c} -\underline{F}_{\phi}\,\underline{w}_{h} \\ \hline \underline{0} \end{array}\right| ,$$

$$\underline{\boldsymbol{\Sigma}}_{l,y,h} \;=\; \sigma_0^2\,\underline{Q}_{l,h} \;=\; \sigma_0^2 \left|\begin{array}{c|c} \underline{Q}_{\hat{x},\phi,\xi,h} & \underline{0} \\ \hline \underline{0} & \underline{Q}_{\alpha} \end{array}\right| .$$

Mit Hilfe dieses GAUSS-MARKOFF-Modells sind nun die unbekannten Parameter zu berechnen. Bevor diese Größen jedoch weiter verwendet werden können, ist das zugrunde liegende Modell zu überprüfen. Die zugehörige, aus (37) resultierende Verbesserungsquadratsumme ergibt sich durch

$$\Omega_0 = \underline{v}_{y,0}^{T}\,\underline{Q}_{l,h}^{+}\,\underline{v}_{y,0} \;. \tag{38}$$

Außerdem erhält man die Anzahl der durch die Nullhypothese nach (36) eingeführten Bedingungen zu

$$f_0 = r\left(\underline{Q}_{l,h}\right) - r\left(\underline{Q}_{\hat{x},y,h,0}\right) \;. \tag{39}$$

Da die Verbesserungsquadratsumme des hypothesenfreien Modells gemäß (35) verschwindet, kann folgende F-verteilte ***Testgröße*** berechnet werden

$$F_{f_0,f_{\alpha,\xi}} = \frac{\Omega_0}{f_0\,s_0^2}\;F\left(f_0\,, f_{\alpha,\xi}, \lambda_F\right) \;. \tag{40}$$

Trifft die Nullhypothese zu, dann verschwindet der Nichtzentralitätsparameter λ_F und es gilt die ***Testentscheidung***

$$P\left\{F_{f_0,f_{\alpha,\xi}} > F_{f_0,f_{\alpha,\xi};1-\alpha} \mid H_0\right\} = \alpha \;. \tag{41}$$

Liegen keine Modellfehler vor, dann ist diese Entscheidung anzunehmen. Wird die Nullhypothese aber verworfen, dann muß es im Folgenden darum gehen, die zu Grunde liegenden ***Fehler aufzudecken*** und zu beseitigen. Als Hilfsmittel dafür können die kritischen Auswirkungen dieser Fehler sowohl im temporären als auch lokalen Bereich aufgezeigt werden. Dieses Ergebnis darf aber grundsätzlich nicht dazu führen, die entsprechenden Punkte zu eliminieren. Vielmehr muß man versuchen, mit Hilfe von bodenmechanischen und geodätischen Fachkenntnissen an Hand der Fehlerauswirkungen die eigentlichen Ursachen zu erkennen.

Führt die Testentscheidung nach (41), gegebenenfalls nach einer Beseitigung etwaiger Fehler, zur Annahme der ursprünglichen Nullhypothese, dann ist damit der entsprechende Ausgleichungsansatz zu akzeptieren. Diese Überprüfung der Identität zwischen den mechanisch und den geodätisch bestimmten Koordinaten wird dabei als Kongruenzmodell bezeichnet. Gleichzeitig erhält man durch den Subparametervektor $\underline{\hat{x}}_{\alpha,0}$ ausgeglichene bodenmechanische Parameter und damit eine entsprechende Kalibrierung der ursprünglichen Labordaten. Letztendlich ist es möglich, mit diesen verbesserten Werten eine erwartungstreue Schätzung des Belastungsvektors $\underline{f}$ zu berechnen. Damit ist dann auch das Interpretationsmodell abschließend bearbeitet.

5. BEISPIEL

Zur Demonstration der theoretischen Zusammenhänge wird ein extrem einfacher Körper gewählt, der aus zwei aneinandergeknoteten Gummibändern L^1 und L^2 besteht. Das eine Ende des Objekts wird im Punkt P_1 fest verankert, das andere frei nach unten hängende Ende wird im Punkt P_3 durch das Anbringen verschiedener Gewichte G unterschiedlich stark belastet. Als geodätische Messung steht nur die zur jeweiligen Belastungssituation korrespondierende Streckenlänge S_{23} zur Verfügung. Damit soll hervorgehoben werden, daß die geodätischen Informationen auf einen Teil des betrachteten Körpers beschränkt sein können.

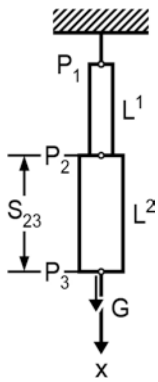


Abb. 6 Beispiel

Die in (5) eingeführte Matrix der Formfunktionen ergibt sich damit zu

$$\underline{N}^e = \frac{1}{2} \left| 1-\xi \quad 1+\xi \right| \;, \quad -1 \leq \xi \leq 1 \;. \tag{42}$$

Dementsprechend erhält man gemäß (6) für die Matrix $\underline{B}^e$ folgenden Ausdruck

$$\underline{B}^e = \frac{1}{L^e} \left| -1 \quad 1 \right| \;. \tag{43}$$

Die materielle Steifigkeitsmatrix $\underline{D}$ dieses 1-dimensionalen Versuchs ist bereits durch das Elastizitätsmodul E^e vollständig beschrieben. Damit kann schließlich die elementare Steifigkeitsmatrix und der entsprechende Belastungsvektor nach (12) berechnet werden

$$\underline{K}^e = \frac{E^e \Delta q^e}{L^e} \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \;, \quad \underline{f}^e = -\left(\underline{N}^e\right)^T \underline{t} \, \Delta q^e \;. \tag{44}$$

Die Größe Δq^e steht dabei für die Querschnittsfläche des zugehörigen Elements. Bei der Bestimmung des Belastungsvektors wurde unterstellt, daß Temperatureffekte unberücksichtigt bleiben können. Da der Punkt P_1 als stabil anzusehen ist, ergibt sich die globale Kraft-Verschiebungsrelation gemäß (14) durch

$$\underline{K} = \frac{1}{L^1 L^2} \begin{vmatrix} E^1 \Delta q^1 L^2 + E^2 \Delta q^2 L^1 & -E^2 \Delta q^2 L^1 \\ -E^2 \Delta q^2 L^1 & E^2 \Delta q^2 L^1 \end{vmatrix} \;, \quad \underline{f} = \begin{vmatrix} 0 \\ -t \, \Delta q^2 \end{vmatrix} \;. \tag{45}$$

Für das einzelne Element gelten folgende Kenngrößen

$E^1 = 50 \text{ N/cm}^2$,

$P\left\{ 1 \text{ N/cm}^2 < \sigma_{E,1} < 4 \text{ N/cm}^2 \right\} = 0{,}95$,

$L^1 = 30 \text{ cm}$, $\qquad \Delta q^1 = 0{,}1 \text{ cm}^2$,

$E^2 = 70 \text{ N/cm}^2$,

$P\left\{ 2 \text{ N/cm}^2 < \sigma_{E,2} < 8 \text{ N/cm}^2 \right\} = 0{,}95$,

$L^2 = 35 \text{ cm}$, $\qquad \Delta q^2 = 0{,}2 \text{ cm}^2$, Außerdem sind für die beiden unterschiedlichen Epochen folgende Daten anzusetzen

$$G_1 = 0{,}4\,N \quad , \quad S_{23,1} = 36{,}2\,cm \quad , \quad s_{s,1} = 0{,}2\,cm \quad , \quad f = 5 \; ,$$
$$G_2 = 0{,}6\,N \quad , \quad S_{23,2} = 36{,}9\,cm \quad , \quad s_{s,2} = 0{,}2\,cm \quad , \quad f = 5 \; . \tag{46}$$

Für die in (23) anzusetzenden Materialparameter gilt also

$$\underline{X}_\alpha = \begin{vmatrix} 50{,}00 \\ 70{,}00 \end{vmatrix} N \; , \; \underline{Q}_\alpha = \begin{vmatrix} 83{,}08 & 0, \\ 0, & 332{,}33 \end{vmatrix} \; , \tag{47}$$

und für die geodätischen Koordinaten $\underline{X}_{\xi,e}$ einer freien Netzausgleichung erhält man

$$\underline{X}_{\xi,1} = \begin{vmatrix} 29{,}4000 \\ 65{,}6000 \end{vmatrix} cm \; , \; \underline{Q}_{\xi,1} = \begin{vmatrix} 0{,}25 & -0{,}25 \\ -0{,}25 & 0{,}25 \end{vmatrix} \; ,$$
$$\underline{X}_{\xi,2} = \begin{vmatrix} 29{,}0500 \\ 65{,}9500 \end{vmatrix} cm \; , \; \underline{Q}_{\xi,2} = \begin{vmatrix} 0{,}25 & -0{,}25 \\ -0{,}25 & 0{,}25 \end{vmatrix} \; . \tag{48}$$

Durch die Auflösung der Kraft-Verschiebungsrelation nach (2) erhält man die Knotenpunktverschiebung $\underline{a}_e$ bzw. die beliebigen Verschiebungskomponenten $\underline{u}\left(\underline{X}_\alpha\right)_e$. Damit ergibt sich dann die Näherungslösung der mechanischen Koordinaten zu

$$\underline{X}_\alpha^0 = \begin{vmatrix} 26{,}9500 \\ 62{,}2500 \end{vmatrix} cm \; . \tag{49}$$

Die nichtlineare Bedingungsgleichung nach (25) liefert schließlich folgende Widersprüche

$$\underline{w}_h^T = \begin{vmatrix} -0{,}0500 & 0{,}0500 & 1{,}5000 & 1{,}4000 \end{vmatrix} cm \; . \tag{50}$$

Zur Bestimmung der Koeffizientenmatrix $\underline{B}_{\phi,\alpha}$ ist eine numerische Differentiation durchzuführen. Dieses erreicht man dadurch, daß man die Kraft-Verschiebungsrelation mit geringfügig abgeänderten Materialkoeffizienten auswertet und die dabei erhaltenen Verschiebungsdifferenzen mit dem entsprechenden Veränderungsbetrag normiert

$$\underline{B}_{\phi,\alpha} = \begin{vmatrix} -0{,}0471 & 0, \\ -0{,}0471 & -0{,}0141 \\ -0{,}0706 & 0, \\ -0{,}0706 & -0{,}0211 \end{vmatrix} \frac{\text{cm}}{\text{N}} \quad , \quad \underline{A}_{\phi,z} = \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} \; . \tag{51}$$

Mit der Koeffizientenmatrix $\underline{A}_{\phi,z}$ kann die Transformationsmatrix $\underline{F}_{\phi}$ berechnet werden, so daß damit die Parameterschätzung im GAUSS-MARKOFF-Modell formuliert werden kann. Der funktionale Teil ergibt sich gemäß (37) zu

$$\underline{v}_{y,0} = \underline{A}_{y,0}\,\underline{\hat{x}}_{y,h,0} - \underline{l}_{y,h} \quad , \tag{52}$$

$$\begin{vmatrix} \underline{v}_{\xi,0} \\ \hline \underline{v}_{\alpha,0} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & | & 0, & 0{,}0070 \\ 0 & 1 & | & 0, & -0{,}0070 \\ 1 & 0 & | & 0, & 0{,}0106 \\ 0 & 1 & | & 0, & -0{,}0106 \\ \hline 0 & 0 & | & 1, & 0, \\ 0 & 0 & | & 0, & 1, \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \underline{\hat{x}}_{x,h,0} \\ \hline \underline{\hat{x}}_{\alpha,0} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 0{,}0500 \\ -0{,}0500 \\ -0{,}0500 \\ 0{,}0500 \\ \hline 0, \\ 0, \end{vmatrix}$$

Das stochastische Modell liegt bereits durch die Kofaktormatrizen $\underline{Q}_{\alpha}$, $\underline{Q}_{\xi,1}$ und $\underline{Q}_{\xi,2}$ vor. Die Auflösung des daraus entstehenden singulären Normalgleichungssystems lautet

$$\underline{\hat{x}}_{y,h,0} = \begin{vmatrix} 26{,}9520 \\ 62{,}2480 \\ \hline 50{,}0000 \\ 69{,}7727 \end{vmatrix} \frac{\text{cm}}{\text{N}} \quad , \quad \underline{Q}_{\hat{x},y,h,0} = \begin{vmatrix} 0{,}15 & -0{,}15 & | & 0, & -2{,}82 \\ -0{,}15 & 0{,}15 & | & 0, & 2{,}82 \\ \hline 0, & 0, & | & 83{,}08 & 0, \\ -2{,}82 & 2{,}82 & | & 0, & 320{,}10 \end{vmatrix} \; . \tag{53}$$

Die Verbesserungsquadratsumme Ω_0 gemäß (38) ergibt sich zu

$$\Omega_0 = 0{,}0198\,\mathrm{cm}^2 \quad , \tag{54}$$

womit eine Testgröße von

$$F_{f_0, f_{\alpha\xi}} = 0{,}4950 \tag{55}$$

berechnet wird. Die Testentscheidung nach (41) führt mit

$$P\left\{ F_{f_0, f_{\alpha\xi}} > 4{,}51 \mid H_0 \right\} = \alpha \tag{56}$$

schließlich zur Annahme des dynamischen Deformationsmodells.

Mit dem inzwischen vorliegenden Residuenvektor $\underline{v}_\xi$ können nun auch die Datumsparameter $\underline{\hat{X}}_{\phi,z,h}$ nach (33) berechnet werden

$$\underline{\hat{X}}_{\phi,z,h} = \begin{vmatrix} 0{,}0016 \\ 1{,}4524 \end{vmatrix} \mathrm{cm} \; . \tag{57}$$

Nachdem somit für alle Parameter die zugehörigen Schätzergebnisse vorliegen, kann auf der Grundlage der Beziehung (25) die Ausgleichungsprobe durchgeführt werden.

Letztendlich kann man mit diesem dynamischen Modell unter Verwendung von (24) die geodätischen Koordinaten einer freien Netzausgleichung auf ein durch mechanische Informationen festgelegtes Datum beziehen. Hierfür erhält man für die beiden Epochen

$$\underline{\hat{X}}_{\phi,g,h,0} = \begin{vmatrix} 29{,}3540 \\ 65{,}6492 \\ \hline 30{,}5540 \\ 67{,}3508 \end{vmatrix} \mathrm{cm} \; , \quad \underline{Q}_{\hat{X},\phi,g,h,0} = \begin{vmatrix} 0{,}33 & 0{,}07 & | & 0{,}43 & 0{,}19 \\ 0{,}07 & 0{,}32 & | & 0{,}17 & 0{,}42 \\ \hline 0{,}43 & 0{,}17 & | & 0{,}56 & 0{,}32 \\ 0{,}19 & 0{,}42 & | & 0{,}32 & 0{,}59 \end{vmatrix} \; . \tag{58}$$

Das entsprechende Ergebnis auf der Grundlage eines statischen Modells lautet

$$\underline{\hat{X}}_{\phi,\xi,h} = \begin{vmatrix} 29{,}4000 \\ 65{,}6000 \\ \hline 29{,}0500 \\ 65{,}9500 \end{vmatrix} \text{cm} , \quad \underline{Q}_{\hat{x},\phi,\xi,h} = \left|\begin{array}{cc|cc} 0{,}25 & -0{,}25 & 0, & 0, \\ -0{,}25 & 0{,}25 & 0, & 0, \\ \hline 0, & 0, & 0{,}25 & -0{,}25 \\ 0, & 0, & -0{,}25 & 0{,}25 \end{array}\right| . \qquad (59)$$

Vergleicht man beide Ergebnisse, dann erkennt man deutlich die Effekte der zusätzlichen Datumsfindung bzw. die der inneren Fehlermatrix. Betrachtet man jedoch die zwischen den beiden Epochen liegenden Differenzen, dann erhält man auf der Grundlage des dynamischen Deformationsmodells

$$\underline{\hat{d}}_{x,\phi,g,h,0} = \begin{vmatrix} 1{,}2000 \\ 1{,}7016 \end{vmatrix} \text{cm} , \quad \underline{Q}_{\hat{d},x,\phi,g,h,0} = \begin{vmatrix} 0{,}05 & 0{,}05 \\ 0{,}05 & 0{,}06 \end{vmatrix} . \qquad (60)$$

Das entsprechende Ergebnis auf der Grundlage der bislang üblichen statischen Modelle lautet

$$\underline{\hat{d}}_{x,\phi,\xi,h} = \begin{vmatrix} -0{,}3500 \\ 0{,}3500 \end{vmatrix} \text{cm} , \quad \underline{Q}_{\hat{d},x,\phi,\xi,h} = \begin{vmatrix} 0{,}50 & -0{,}50 \\ -0{,}50 & 0{,}50 \end{vmatrix} . \qquad (61)$$

Außer der verbesserten Analyse und Interpretationsmöglichkeit liefert dieses Modell also auch absolute Verschiebungsbeträge, deren Genauigkeit darüber hinaus durch die Verwendung mechanischer Informationen auch noch wesentlich gesteigert werden konnte.

6. ZUSAMMENFASSUNG

Es ist festzustellen, daß mit diesem vorgestellten Konzept neue Lösungsansätze für folgende Einzelprobleme bereitgestellt werden:

- Bestimmung ***problemorientierter Deformationsfunktionen***,
- ***Datumsfestlegung*** durch nichtgeodätische Informationen,
- Wesentliche ***Genauigkeitssteigerung*** festgestellter Deformationen,
- ***Anpassung*** bodenmechanischer Parameter,
- ***Ursachenforschung*** geodätisch bestimmter Deformationen,
- Verbesserte ***Stabilitätsanalyse*** auf mechanischer Grundlage.

Dieser Gewinn, insbesondere bei der Behandlung geodätischer Probleme, ist im wesentlichen auf die Ausnutzung mechanischer bzw. modenmechanischer Informationen zurückzuführen. Obwohl die Behandlung derartiger Zusammenhänge nicht dazu geführt hat, entsprechende fundamentale Kenntnisse auf diesem fremden Fachgebiet zu erarbeiten, so spricht sich der damit verbundene Nutzen doch klar für eine weitere interdisziplinäre Zusammenarbeit aus.

7. LITERATUR

BOLJEN, J.: *Ein dynamisches Modell zur Analyse und Interpretation von Deformationen.* Dissertation Universität Hannover 122, im Druck, Hannover 1983

CHRZANOWSKI, A., CHEN, Y. Q., SECORD, J.: *A general approach to the interpretation of deformation measurements.* CIS centennial convention of the Canadian Institute of Surveying, Ottawa 1982

GALLAGHER, R. H.: *Finite element analysis, Grundlagen.* Springer Verlag, Berlin 1976

NIEMEIER, W.: *Zur Kongruenz mehrfach beobachteter geodätischer Netze.* Dissertation Universität Hannover 88, Hannover 1979

PELZER, H.: *Zur Analyse geodätischer Deformationsmessungen.* Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C, Heft 164, München 1971

TERZAGHI, K.: *Theoretische Bodenmechanik.* Springer Verlag, Berlin 1954

ZIENKIEWICZ, O. C.: *The finite element method.* McGraw-Hill Verlag, London 1977

ORTSBESTIMMUNG GEODÄTISCHER NETZPUNKTE ALS GRUNDLAGE EINER GLAUBWÜRDIGEN ANALYSE UND INTERPRETATION VON DEFORMATIONEN

von

Stefan CACOŃ

Lehrstuhl für Geodäsie und Photogrammetrie
der Landwirtschaftlichen Akademie Wrocław
Volksrepublik Polen

ZUSAMMENFASSUNG

Im Beitrag wurde die Aufmerksamkeit auf das Problem der Ortsbestimmung geodätischer Netzpunkte gelenkt im Aspekt einer glaubwürdigen Analyse und Interpretation der Ergebnisse von Deformationsforschungen.

Der Verfasser schlägt vor, bei den sachgemäßen Erwägungen (schon beim Entwurf geodätischer Netze) nicht nur die Folgen, sondern auch die Ursachen eventueller Deformationen zu berücksichtigen. Zu diesem Zweck können Änderungen von Spannungen in den tektonischen Blöcken des Gebirges dienen, die durch Gleichgewichtsstörungen verursacht wurden (z.B. durch den Bau irgendeiner Anlage). Angegebene Abhängigkeiten ermöglichen die Berechnung der Spannungsgrößen, die die Grundlage einer zielbewußten Ortsbestimmung geodätischer Netzpunkte bilden. Effekte von Analysen vorausgesehener Änderungen der Gebirgsspannungen im Baugelände einer Pumpspeicherkraftwerkes wurden am Beispiel der Ortsbestimmung von Netzpunkten eines Fragments des geodätischen Netzes gezeigt.

ABSTRACT

The study concerns the problem of localization of geodetic net points in the aspect of reliable analysis and geometric interpretation of the results of the studies on deformations.

The author suggests that subjective considerations at the stage of designing geodetic nets should take into account the reasons of deformations and not only the consequences. For this purpose the changes of stress on tectonic blocks of orogen resulted from dislocation of its balance, e.g. during the building process, have been used. The patterns given enable to calculate the stress quantities making the basis for a controlled localization of geodetic net points. Effect of the analyses for the anticipated stress changes of the orogen on the premises of a pumped-storage water plant during the building process has been shown on the example of localization of points in a fragment of a geodetic net.

1. VORWORT

Ergebnisse geodätischer Beobachtungen der Deformation geodätischer Netze bilden die Grundlage für eine fachgemäße Interpretation der erhaltenen Resultate. Es sind aber Fälle bekannt, in denen, obwohl die wiederholten Beobachtungen geodätischer Netze mit der größtmöglichen Genauigkeit ausgeführt wurden und die Analyse sowie die geometrische Interpretation der Deformation korrekt ist, die erhaltenen und präsentierten Ergebnisse für die interdisziplinäre Interpretation doch nicht voll glaubwürdig sind. Als Beweis für diese These können z.B. die Resultate der Erforschung vertikaler Bewegungen der Erdkruste in einer Region der Sudeten dienen (Map of Recent ..., 1973).

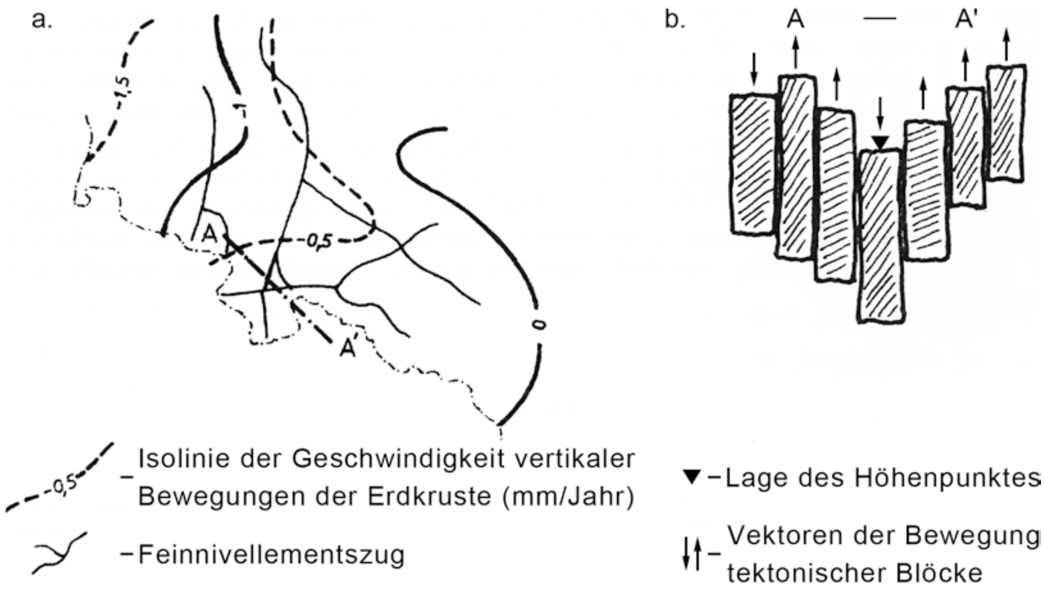


Abb. 1 Interpretation von Ergebnissen der Erforschung vertikaler Bewegungen der Erdkruste

Aus Abb. 1a, die die Isolinien der Geschwindigkeit vertikaler Bewegungen der Erdkruste darstellt, geht hervor, daß in dieser Region eine absenkende Bewegung stattfindet, und zwar im Tempo -0,5 mm/Jahr. Dagegen wurde aber auf Grund geologisch-tektonischer und geomorphologischer Analysen festgestellt, daß diese Region die allgemeine Tendenz zu einer aufsteigenden Bewegung, im Tempo +0,5 mm/Jahr nachweist.

Es muß hier betont werden, daß die beobachtete Bewegung der Erdkruste (vierfach wiederholtes Feinnivellement im Laufe von 95 Jahren) vom geometrischen Standpunkt gesehen das tatsächliche Resultat darstellt, dagegen vom geologisch-tektonischen Standpunkt beurteilt nicht voll glaubwürdig ist. Die Ursache dieser Divergenz kann auf Grund einer Analyse des blockartigen geologisch-tektonischen Aufbaus der Region gefunden werden (*OBERC*, 1972), die schematisch in Abb. 1b dargestellt wurde. Hieraus geht hervor, daß die Lokalisierung des Nivellementszuges im Talgrund und in Kesselgründen (der zutiefst gelegene Block) keine für diese Region repräsentativen Ergebnisse bringen kann. Dieser Block zeigt nämlich derzeitig als einziger eine Tendenz zum Absinken. Daraus geht hervor, daß die Übertragung der Messungsergebnisse dieses Nivellementszuges auf das ganze Massiv zu falschen Folgerungen führt. Eine richtige Darstellung der Resultate kann nur die Änderungen (Bewegungsgeschwindigkeiten) der Höhenpunkte in diesem Zuge betreffen. Das angeführte Beispiel betrifft ein aseismisches Gebiet; deshalb hat die Annahme dieser falschen Resultate für praktische Zwecke keine negativen Folgen verursacht. Bekannt sind jedoch Katastrophen an großen Staudämmen und anderen Ingenieurbauten sowie künstlich provozierte Erdbeben in aseismischen Gebieten, die infolge von Spannungsänderungen des Gebirges auftraten. Die Ursachen dieser Katastrophen sind meist sehr kompliziert. Unter anderem können diese indirekt in einer allzu engen Spezialisierung der Naturwissenschaften und technischen Lehren im Kontaktbereich der beteiligten Fachrichtungen liegen.

Es erscheint zweckdienlich, die geometrischen Analysen und Interpretationen mittels nichtgeodätischer Daten zu bereichern, z.B. auf Grund geodynamischer Beobachtungen. Diese müssen jedoch schon beim Netzentwurf berücksichtigt werden und somit die Optimierung geodätischer Netze für Deformationsforschungen mit die Optimierung der Ortsbestimmung von Netzpunkten einleiten (*GRAFAREND u.a.*, 1979). Sehr wertvoll für diesen Zweck werden Analysen voraussichtlicher Spannungsänderungen des Gebirges sein, welche die geplante Investition hervorrufen könnte.

2. EINSCHÄTZUNG VORAUSSICHTLICHER SPANNUNGSÄNDERUNGEN DES GEBIRGES ALS GRUNDLAGE ZUR ORTSBESTIMMUNG GEODÄTISCHER NETZPUNKTE

Der Bau von Großanlagen wie Talsperren mit Staubecken, Tagebaubergwerken, Untertagebergwerken, industrieller Anlagen, Wohnvierteln u.a. verursacht

Störungen des von Natur aus gegebenen Raumgleichgewichts des Gebirges. Quantitative Einschätzungen dieser Störungen können auf Grund von Abhängigkeiten bestimmt werden, die in der Elastizitätstheorie erforscht wurden (*TIMOSHENKO, GOODIER,* 1951).

Möge für unsere theoretischen Erwägungen ein einfacher tektonischer Block dienen (Abb. 2) im Raumkoordinatensystem X, Y, Z.

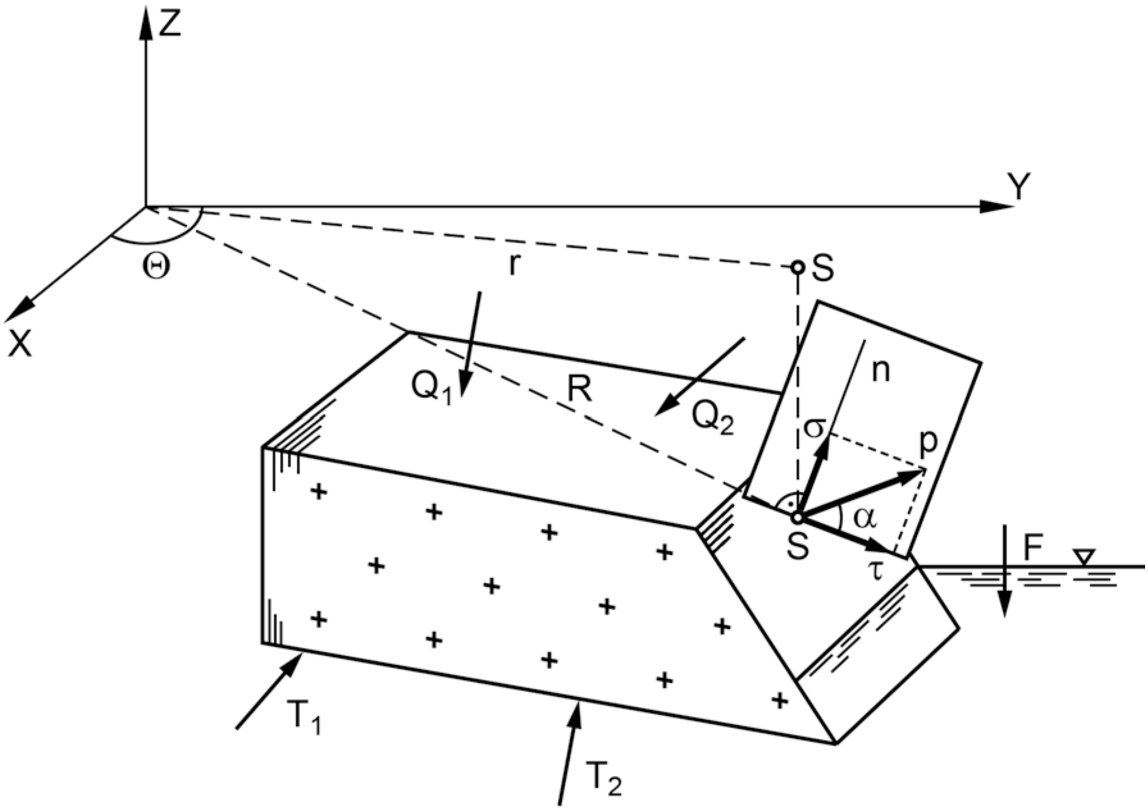


Abb. 2 Schema der Kräfteverteilung auf einem tektonischen Block

Das ursprüngliche Raumgleichgewicht eines Blockes, welches aus dem Ausgleich aktiver Kräfte (Belastungen) Q_1, Q_2 ... Q_n, sowie der Reaktionskräfte T_1, T_2 ... T_n hervorgeht, wird durch die Kräfte F_1, F_2 ... F_n gestört. Diese Störkräfte können entweder beständig wirken (z.B. das Gewicht eines Staudamms) oder variabel einfließen (z.B. eine Wassersäule von veränderlicher Höhe im Staubecken). Durch die Kräfte F_n hervorgerufene Spannungen p werden auf die Normalspannungen σ und auf die Gleitspannungen τ verteilt, wobei

$$\sigma = p \sin\alpha \qquad \tau = p \cos\alpha \tag{2-1}$$

Im analysierten Punkt S(X,Y,Z) wird die Spannung durch drei Normalkomponenten und eine Gleitspannung bestimmt

$$\sigma_r = \frac{F}{2\pi}\left[\frac{1-2\upsilon}{r^2}\left(1-\frac{z}{R}\right)-\frac{3r^2z}{R^5}\right]$$

$$\sigma_\Theta = \frac{F}{2\pi}\left[1-2\upsilon\left(-\frac{1}{r^2}+\frac{z}{r^2R}+\frac{z}{R^3}\right)\right] \tag{2-2}$$

$$\sigma_z = -\frac{3F}{2\pi}\cdot\frac{z^3}{R^5}$$

$$\tau_{rz} = -\frac{3F}{2\pi}\cdot\frac{r\,z^2}{R^5} \quad ,$$

wobei

$F = \rho \cdot g\,a^2\,h$ Vertikalkraft, anliegend an jeden analysierten Quader vom Ausmaß a, h (ρ Dichte des belastenden Mediums, g Schwerkraftbeschleunigung)

$\Theta = \mathrm{arc\ tg}\,\frac{Y}{X}$ Azimut

$R = \left(X^2+Y^2+Z^2\right)^{1/2}$, $r = \left(X^2+Y^2\right)^{1/2}$

υ Poisson'scher Beiwert .

Spannungsverteilungen im Raumkoordinatensystem X, Y, Z werden aus folgenden Abhängigkeiten berechnet:

$$\sigma_X = \sigma_\Theta \sin^2\Theta + \sigma_r \cos^2\Theta \qquad \tau_{XY} = \left(\sigma_r - \sigma_\Theta\right)\sin\Theta\cos\Theta$$

$$\sigma_Y = \sigma_r \sin^2\Theta + \sigma_\Theta \cos^2\Theta \qquad \tau_{XZ} = \tau_{rz}\cos\Theta \tag{2-3}$$

$$\sigma_Z = -\sigma_z \qquad \tau_{YZ} = \tau_{rz}\sin\Theta$$

Das Ergebnis der Spannungen in einem beliebigen Punkt wird durch Summieren aller sechs Komponenten bestimmt. Die Hauptspannungen σ_1, σ_2, σ_3 in diesem Punkt werden als Eigenwerte der Größe σ aus folgender Gleichung errechnet

$$\begin{bmatrix} \sigma_X-\sigma & \tau_{YX} & \tau_{ZX} \\ \tau_{XY} & \sigma_Y-\sigma & \tau_{ZY} \\ \tau_{XZ} & \tau_{YZ} & \sigma_Z-\sigma \end{bmatrix} = 0 \tag{2-4}$$

Die Komponenten des Eigenvektors sind Richtungscosinusse und entsprechen den Spannungen $\sigma_1 \rightarrow l_1, m_1, n_1$, $\sigma_2 \rightarrow l_2, m_2, n_2$, $\sigma_3 \rightarrow l_3, m_3, n_3$.

In praktischen Erwägungen werden ausgenutzt:
σ_2 - Normalspannung (nach unten) ,
$\tau_{max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)$ - maximale Gleitspannung ,
sowie die Raumorientierung zweier orthogonaler Ebenen, in denen τ_{max} auftritt.

Die Azimute werden nach folgenden Formeln ermittelt:

$$A_1 = \mathrm{arc\,tg}\left(\frac{l_1 + l_3}{m_1 + m_3}\right) \quad , \quad A_2 = \mathrm{arc\,tg}\left(\frac{l_1 - l_3}{m_1 - m_3}\right) \tag{2-5}$$

Dagegen werden die Neigungen dieser Ebenen zum Horizont durch folgende Abhängigkeiten bestimmt:

$$\Phi_1 = \mathrm{arc\,tg}\,\frac{\left[(l_1 + l_3)^2 + (m_1 + m_3)^2\right]^{1/2}}{n_1 + n_3}$$

$$\Phi_2 = \mathrm{arc\,tg}\,\frac{\left[(l_1 - l_3)^2 + (m_1 - m_3)^2\right]^{1/2}}{n_1 - n_3} \tag{2-6}$$

Obige Abhängigkeiten bilden die Grundlage zur Berechnung der Spannungen an charakteristischen Stellen des Gebirges.

Die Anordnung der Punkte auf den einzelnen Blöcken (geologisch-tektonischen Strukturen) des Gebirges und auf den Objekten erfolgt mittels eines entsprechenden Algorithmus mit folgenden Ausgangsdaten:

- Ortsbestimmung charakteristischer (empfindlicher) Stellen des Gebirges (z.B. tektonische Verwerfungen) und des Objekts im angenommenen rechtwinkligen Koordinatensystem X, Y, Z ,
- Spannungsgrößen und ihre Orientierung (σ_2, τ_{max}, A_1, A_2, Φ_1 und Φ_2) für charakteristischen Stellen.

Zielfunktionen sind:

- Ortung von Punkten geodätischer Netze mit Hilfe der Koordinaten X, Y, Z ,
- Bestimmung der Varianten von Beobachtungsmehtoden (Typen):
  - geodätische (z.B. Ein-, Zwei- oder Dreidimensionales Netz),

- relative, mit Anwendung von Instrumenten wie Inklinometer, Tensometer, Spaltenmeßgerät, Interferometer, andere.

Wiederholte Beobachtungen müssen Daten zur Bestimmung der Elemente räumlicher Deformationen (Translation, Rotation) der Blöcke und Objekte liefern.

Eine der möglichen Varianten zur Lösung des sachgemäßen Algorithmus wurde schematisch in Abb. 3 dargestellt.

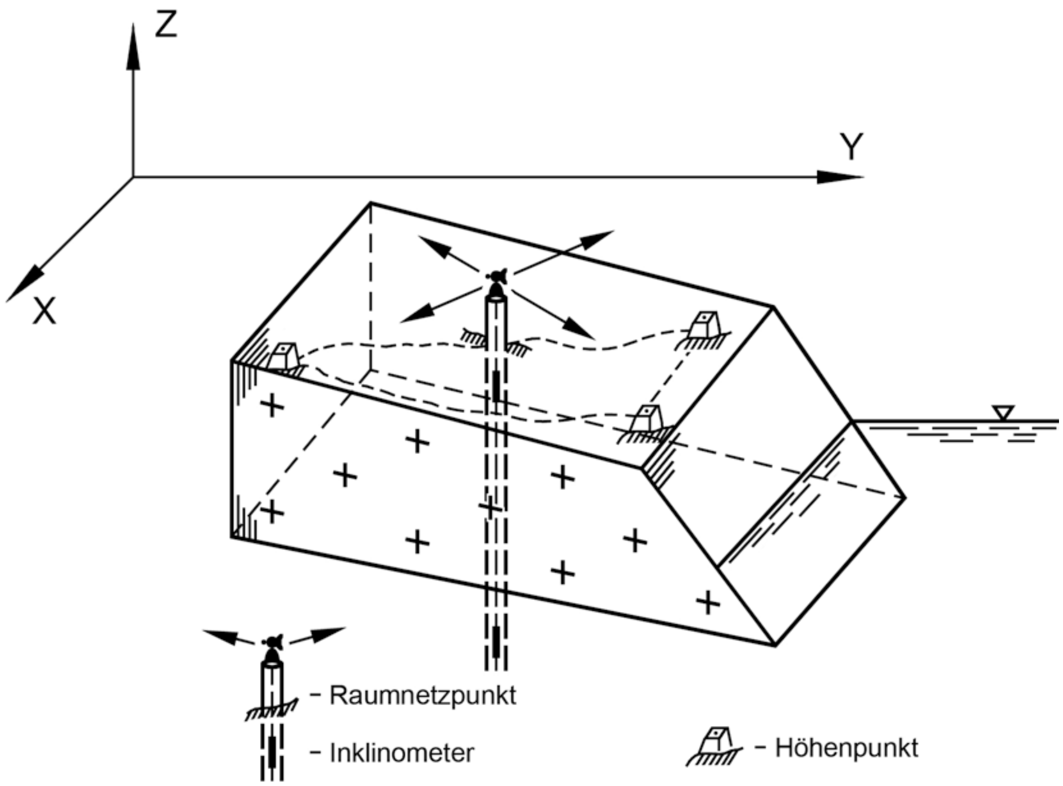


Abb. 3 Beispiel einer Ortsbestimmung von Punkten auf einem tektonischen Block

Diese stellt einen analysierten Block dar, auf dem folgende Punkte lokalisiert wurden:

- ein Punkt des Raumnetzes X, Y, Z , verbunden mit einem Leitrohr für das Inklinometer zur Erforschung relativer Deformationen in verschiedenen Tiefenlagen des Blockes und unterhalb dieses Blockes,
- drei Höhenpunkte für relative Messungen der Höhenunterschiede $\Delta z (\Delta H)$, mit Anschluß an einen Punkt des Raumnetzes.

Es sei hier darauf hingewiesen, daß die Inklinometerbeobachtungen eine von der geometrischen unabhängige Kontrolle der Stabilität des Anschlußpunktes an das Raumnetz in der Horizontalen bilden können (*CACOŃ, KONTNY,* 1982).

3. BEISPIEL DER ANWENDUNG EINER SPANNUNGSANALYSE BEIM ENTWURF EINES GEODÄTISCHEN NETZES

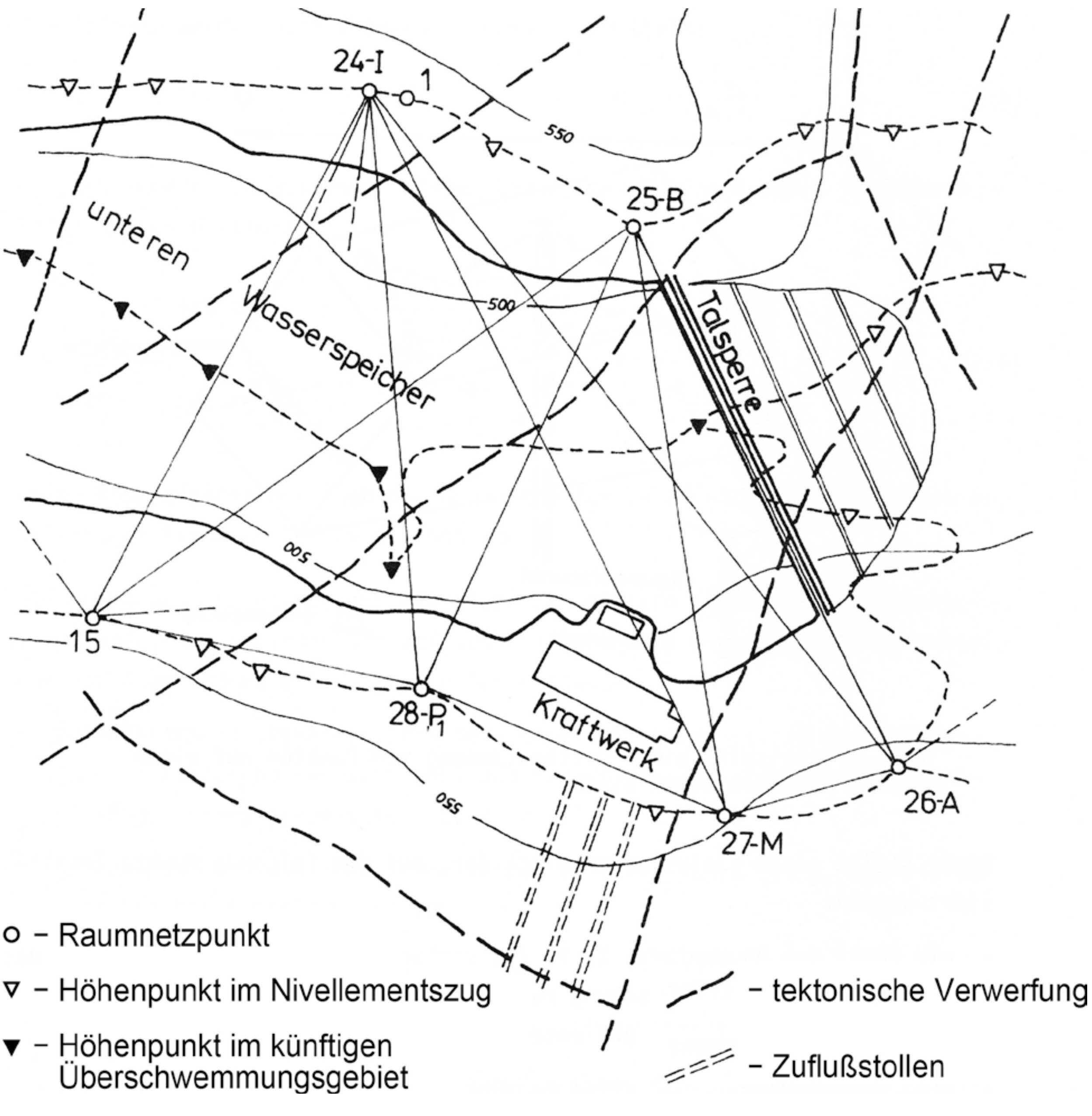


Abb. 4 Ortsbestimmung geodätischer Netzpunkte im Geländefragment eines Pumpspeicherkraftwerkes

Eine Analyse der voraussichtlichen Spannungsänderungen wurde beim Entwurf der Ortsbestimmung von Punkten eines Mehrzweck-Raumnetzes und eines Feinnivellements auf dem Baugelände eines Pumpspeicherkraftwerkes ausgewertet (*CACOŃ u.a.,* 1982). Die Ortsbestimmung der Punkte des Raumnetzes und des Feinnivellements auf einem Teil des Objektes - im Bereich der größten voraussichtlichen Spannungsänderungen (unterer Wasserspeicher) - wurde in Abb. 4 dargestellt.

Eine Erläuterung ist hier notwendig, um kleine Divergenzen zwischen der Ortsbestimmung, die aus den Ergebnissen der Analysen hervorgeht, und der tatsächlich möglichen Lokalisierung der Netzpunkte zu klären. Ein schwieriges, bewaldetes Gebirgsgelände, bei Höhenunterschieden bis zu 300,- m, erzwang nämlich den Verzicht auf einige "theoretische" Punkte. Daraus ergeben sich jedoch keine Störungen des vorgesehenen Deformations-Forschungsprogramms.

Geodätische Beobachtungen werden mittels relativer Messungen bereichert.

4. RESUMÉ

Die dargestellte Problematik, betreffend die Ausnutzung vorausgesehener Spannungsänderungen des Gebirges und von Ingenieurbauten zum Entwurf von Lagebestimmungen geodätischer Netzpunkte und deren Gründungstiefe, bietet eine Grundlage dazu, vertrauenswürdige Daten für die Analyse und Interpretation von Deformationen zu erlangen. Natürlich ist es hier unumgänglich, eine präzise geologisch-tektonische Erkundung durchzuführen und Daten über Spannungsänderungen des Gebirges und an Ingenieurbauten zu ermitteln.

Es drängt sich hier die Frage auf, ob solche Analysen von Geodäten ausgeführt werden sollen. Die Antwort muß bejahend sein, wenn vorausgesetzt wird, daß die präsentierten Resultate von Deformationsforschungen glaubwürdig sein sollen. Die Billigung dieses Gesichtspunktes schafft eine Chance, "weiße Flecken" in den Kontaktzonen der beteiligten Wissenschaften auszumerzen.

5. LITERATUR

CACOŃ, S. u.a.: ***Örtliches Raumnetz auf dem Baugelände des Pumpspeicherkraftwerkes Mtoty.*** Typoskript (polnisch), Wrocław 1982

CACOŃ, S. und KONTNY, B.: *Beurteilung der Stabilität von Stützpunkten in geodätischen Kontroll-Raumnetzen.* Beiträge zum III. Internationalen Symposium über Deformationsmessungen mit geodätischen Methoden, Budapest 1982

GRAFAREND, E. u.a.: *Optimierung geodätischer Meßoperationen.* H. Wichmann-Verlag, Karlsruhe 1979

MAP OF RECENT CRUSTAL MOVEMENTS OF EASTERN EUROPE, 1 : 2 500 000. Moscow 1973

OBERC, J.: *Geologischer Aufbau Polens,* Band IV Tektonik, Teil 2. Geologischer Verlag, Warszawa 1972 (polnisch)

TIMOSHENKO, S. und GOODIER, J.N.: *Theory of Elasticity.* McGraw-Hill, London - New York 1951

KONGRUENZUNTERSUCHUNGEN IN DEFORMATIONSNETZEN DURCH MINIMIERUNG DER SUMME DER KLAFFUNGSBETRÄGE

von

W. CASPARY, CHEN Y.Q. und R. KÖNIG

Geodätisches Institut
Hochschule der Bundeswehr München
Werner-Heisenberg-Weg 39
8014 Neubiberg
Bundesrepublik Deutschland

ZUSAMMENFASSUNG

Die Analyse von Deformationen in geodätischen Netzen wird mit Hilfe von Ähnlichkeitstransformationen durchgeführt, deren Parameter so geschätzt werden, daß die Summe der Längen der Restklaffungsvektoren zum Minimum wird. Das so definierte robuste Schätzverfahren hat gegenüber der Methode der kleinsten Quadrate den Vorteil, daß instabile Punkte die Transformationsparameter praktisch nicht beeinflussen. Nach Ableitung der Rechenformeln und Begründung einer Signifikanzschwelle für den Nachweis von Deformationen wird das Verfahren auf ein simuliertes Testbeispiel angewandt. Die Ergebnisse bestätigen die Gutartigkeit und die Effizienz des Verfahrens.

ABSTRACT

To monitor the deformations in geodetic networks the similarity transformation is used, where the parameters are estimated in such a way that the sum of the lengths of the vectors of discrepancies is minimized. The so defined robust estimation procedure has in comparison with the least squares method the advantage that nonidentical points are nearly without influence on the transformation parameters. After the development of the equations for numerical computations a level of significance is introduced to decide whether a point is an identical one or not. The performance of the procedure is tested using a simulated net with known deformations. The results prove the favourable numerical behavior and the efficiency of the method.

1. EINFÜHRUNG

Die Methode der kleinsten Quadrate hat sich als Schätzverfahren in der Geodäsie außerordentlich gut bewährt. Sie führt zu übersichtlichen Algorithmen, für die ausgefeilte stabile numerische Verfahren entwickelt worden sind, und sie liefert Lösungen, die unter gewissen Voraussetzungen erwartungstreu sind und minimale Varianz aufweisen. Diese positiven Eigenschaften haben dazu geführt, daß Alternativen zur Methode der kleinsten Quadrate in der Geodäsie nur selten in Erwägung gezogen worden sind. Und doch fehlt es nicht an Problemen, für deren Lösung die Methode denkbar ungeeignet ist.

So gehen zum Beispiel die positiven Schätzeigenschaften verloren, wenn das Beobachtungsmaterial grobe Fehler enthält oder wenn systematische Fehler (Modellfehler) vorhanden sind. Mit dieser Situation beschäftigen sich ***KRARUP*** et al. (1980). Sie schlagen, speziell für die Aufdeckung grober Fehler, robuste Schätzverfahren vor und berichten über gute Erfahrungen mit der zu dieser Klasse von Schätzverfahren gehörenden "Dänischen Methode". Nach ***SEEBER*** (1977) geht die Eigenschaft minimaler Varianz verloren, wenn die Beobachtungen nicht normalverteilt sind. Je flacher der Verlauf der Dichtefunktion ist, desto ungünstiger sind die Schätzungen nach der Methode der kleinsten Quadrate. Eine Schätzung unter der L_1-Norm oder allgemeiner unter der Minimumsbedingung $\sum |v|^p$, $1 \leq p < 2$ ist für diese Situation geeigneter.

FUCHS (1982) hat sich ebenfalls mit der Schätzung unter der L_1-Norm beschäftigt und die Analogie des Problems mit der linearen Programmierung herausgearbeitet, für die ausgereifte numerische Verfahren verfügbar sind.

In der vorliegenden Arbeit wird mit dem Ziel der Lokalisierung instabiler Punkte in geodätischen Netzen die Parameterschätzung für eine Koordinatentransformation unter der Bedingung durchgeführt, daß die Summe der Längen der Restklaffungsvektoren zum Minimum wird. Diese Minimumsbedingung hat den Vorteil, daß die Schätzung der Transformationsparameter von den Koordinatendifferenzen instabiler Punkte praktisch unbeeinflußt bleibt. Die Klaffungen in diesen Punkten treten daher ungeschmälert als Modellresiduen in Erscheinung.

2. DAS MATHEMATISCHE MODELL

Von einem geodätischen Netz zur Analyse von Deformationen mögen die Ergebnisse der Koordinatenausgleichungen von zwei Beobachtungsepochen vorliegen. Beiden Ausgleichungen liegen dasselbe Koordinatensystem zugrunde, so daß die Koordinatendifferenzen klein sind. Der Einfachheit halber wird nur auf die Lagekoordinaten der Punkte Bezug genommen. Der Übergang auf ein dreidimensionales Netz ist leicht möglich.

Aus demselben Grund wird angenommen, daß die Netze mit Ausnahme einzelner verschobener Punkte einander ähnlich sind. Der Übergang auf eine Affintransformation bzw. die Berücksichtigung von Strainparametern bereitet keinerlei Schwierigkeiten; sie soll jedoch hier nicht behandelt werden.

Mit

$$\Delta^T = \left(\Delta_1^T, \Delta_2^T, \ldots, \Delta_p^T\right) , \quad \Delta_i^T = \left(\Delta x_i, \Delta y_i\right) , \quad i \in \{1,2,\ldots,p\}$$

sei der Vektor der Koordinatendifferenzen und mit

$$\delta^T = \left(\delta_1^T, \delta_2^T, \ldots, \delta_p^T\right) , \quad \delta_i^T = \left(\delta x_i, \delta y_i\right)$$

der Vektor der Restklaffungen nach der Transformation in den p Punkten des Netzes bezeichnet. Damit lautet das mathematische Modell der Ähnlichkeitstransformation

$$\Delta = \mathcal{H}\boldsymbol{t} + \delta \quad , \tag{2-1}$$

wobei $\mathbf{t}$ der Vektor der Transformationsparameter

$$\boldsymbol{t}^T = \left(t_x, t_y, r_z, m\right)$$

t_x Translation in x-Richtung

t_y Translation in y-Richtung

r_z Rotation um die z-Achse

m Maßstabsunterschied

und $\mathcal{H}$ die Koeffizientenmatrix ist:

$$\mathcal{H}^T = \left(\mathcal{H}_1^T, \mathcal{H}_2^T, \ldots, \mathcal{H}_p^T\right) , \quad \mathcal{H}_i = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\bar{y}_i & \bar{x}_i \\ 0 & 1 & \bar{x}_i & \bar{y}_i \end{pmatrix}$$

Aus rechentechnischen Gründen ist es zweckmäßig, die Koordinaten auf den Schwerpunkt zu beziehen.

3. SCHÄTZUNG DER TRANSFORMATIONSPARAMETER

Gewöhnlich werden die Transformationsparameter $\boldsymbol{t}$ in (2-1) nach der Methode der kleinsten Quadrate geschätzt, indem der Ausdruck $\delta^T\delta$ minimiert wird. Da jedoch angenommen werden soll. daß einzelne Punkte ihre Lage verändert haben, ist dieses Vorgehen nicht optimal, denn ein Teil der Lageänderungen wird durch die Transformationsparameter aufgefangen und auf alle Restklaffungen verteilt, so daß möglicherweise die Punktveränderungen nicht erkannt werden. In dieser Situation ist ein Schätzverfahren vorzuziehen, das robust gegen Einzelpunktdeformationen ist.

In Analogie zur L_1-Norm kann die Schätzung unter der auf zwei Dimensionen verallgemeinerten Zielfunktion

$$\sum_{i=1}^{p} d_i \Rightarrow \min \ , \ d_i^2 = \delta_i^T\delta_i \tag{3-1}$$

durchgeführt werden, bei der die Summe der Längen der Restklaffungsvektoren, unabhängig von ihren Richtungen, minimiert wird.

Das Minimum wird erreicht, wenn die Ableitung von Gleichung (3-1) nach dem Vektor $\boldsymbol{t}$ verschwindet.

$$\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{t}} \sum_{i=1}^{p} d_i = \mathbf{0} \ . \tag{3-2}$$

Wird (2-1) in (3-1) eingesetzt, so folgt

$$d_i^2 = \delta_i^T \delta_i = (\Delta_i - \mathcal{H}_i \boldsymbol{t})^T (\Delta_i - \mathcal{H}_i \boldsymbol{t}) \tag{3-3}$$

und die Ableitung (3-2) nimmt die Form

$$\sum_{i=1}^{p} \mathcal{H}_i^T \delta_i \,/\, d_i = \mathcal{O} \tag{3-4}$$

an, die in Matrixschreibweise formuliert zu der Endgleichung

$$\mathcal{H}^t \mathcal{D}^{-1} \mathcal{H} \boldsymbol{t} - \mathcal{H}^t \mathcal{D}^{-1} \Delta = \mathcal{O} \tag{3-5}$$

führt.

Dieser Ausdruck hat dieselbe Struktur wie die Normalgleichung bei der Ausgleichung ungleichgewichtiger Beobachtungen nach der Methode der kleinsten Quadrate. Die an der Stelle der Gewichtsmatrix auftretende Diagonalmatrix $\mathcal{D}^{-1}$ enthält die Reziprokwerte der Klaffungsvektorlängen

$$\mathcal{D}^{-1} = \mathrm{diag}\left(d_1^{-1}, d_1^{-1}, d_2^{-1}, d_2^{-1}, \ldots, d_p^{-1}, d_p^{-1}\right) \quad . \tag{3-6}$$

Da die Größen d_i erst nach der Schätzung bekannt sind, muß Gleichung (3-5) iterativ gelöst werden. Dies geht sehr einfach nach der Iterationsvorschrift

$$\begin{aligned} \boldsymbol{t}_{j+1} &= \left(\mathcal{H}^{\mathrm{T}} \mathcal{D}_j^{-1} \mathcal{H}\right)^{-1} \mathcal{H}^{\mathrm{T}} \mathcal{D}_j \Delta \quad ; \quad j = 0,1,2,\ldots \\ \delta_j &= \Delta - \mathcal{H} \boldsymbol{t}_j \quad , \quad \boldsymbol{t}_0 = \mathcal{O} \quad \text{bzw.} \quad \mathcal{D}_0^{-1} = \mathcal{I} \quad . \end{aligned} \tag{3-7}$$

Als wesentliche Eigenschaft dieses Schätzverfahrens liest man aus (3-7) ab, daß große Restklaffungen zu einem kleinen "Gewicht" führen und damit die Parameter praktisch allein von den stabilen Punkten bestimmt werden, deren Restklaffungen klein bleiben.

Wenn die Koordinatendifferenzen Δ unterschiedlich genau bestimmt wurden und eine Gewichtsmatrix $\mathcal{P}_\Delta$ bekannt ist oder a priori geschätzt werden kann, so ist diese im Modell zu berücksichtigen. Der einfachste Weg dazu ist die Homogenisierung der Gleichung (2-1). Durch Linksmultiplikation mit der Matrix $\mathcal{P}_\Delta^{1/2}$ erhält man den Übergang zu gleich genauen, unabhängigen Zufallsvariablen. Es ist allerdings Vorsicht geboten, wenn die Gewichte aus der Ausgleichung der Einzelepochen abgeleitet werden sollen, da die dabei gewonnene Varianz-Kovarianz-Matrix eng mit der Wahl des Koordinatensystems verknüpft ist.

4. SIGNIFIKANZ VON DEFORMATIONEN

Der wesentliche Nachteil der vorgeschlagenen Schätzmethode liegt darin, daß es derzeit noch keine geschlossene Fehlertheorie gibt. Die klassische Fehlerfortpflanzung kann auf (3-7) nicht angewandt werden, da der Ausdruck wegen (3-3) nicht linear in Bezug auf den Zufallsvektor Δ ist. Eine Linearisierung ist zwar möglich. Es hat sich aber bei Testrechnungen gezeigt, daß die auf diesem Wege berechneten Varianzen nicht mit denen übereinstimmen, die man mit Hilfe der Simulationstechnik erhält. Während die Simulationstechnik bei kleinen Netzen durchaus geeignet ist, die Varianz-Kovarianz-Matrix Σ_δ der Restklaffungen zu berechnen, ist der Aufwand bei größeren Netzen doch beträchtlich. Es ist daher zu überlegen, nach welchen Kriterien die Entscheidung über die Signifikanz von Deformationen getroffen werden soll.

Da aus den Einzelausgleichungen die Varianz-Kovarianz-Matrix Σ_Δ des Differenzenvektors Δ bekannt ist und nur geringfügig größer sein wird als die des Restklaffungsvektors δ, wird man keinen zu großen Fehler begehen, wenn die Konfidenzbereiche auf der Basis von Σ_Δ festgelegt werden, falls nicht Σ_δ durch Simulationsrechnungen ermittelt wurde. Sofern die Deformationen bei Durchsicht der Restklaffungen nicht offensichtlich sind, wird daher empfohlen, alle Punkte, deren Restklaffungsvektor außerhalb der mit Σ_Δ berechneten 90 % Konfidenzellipse liegen, als signifikant verändert zu betrachten.

Weitere Untersuchungen sind geplant, um theoretisch befriedigendere Lösungen für die Signifikanzentscheidung zu finden.

5. TESTBEISPIEL

Das erläuterte Schätzverfahren wurde auf das in Abbildung 1 dargestellte Netz angewandt, wobei es galt, Deformationen in vier Epochenvergleichen aufzudecken. Die den Einzelausgleichungen zugrunde liegenden Beobachtungen sind durch Simulation entstanden; die a priori Varianzen waren vorgegeben. Da wegen der geologischen Verwerfung, die durch das Netz geht, auch Lageveränderungen von Netzteilen zu erwarten sind, wurden die in Abschnitt 3 entwickelten Formeln für die Transformation von Netzteilen modifiziert.

Die Beobachtungen wurden zunächst einer freien Ausgleichung unterworfen. Das Datum lieferten die ausgeglichenen Koordinaten aus Epoche 1 der in allen Epochen auftretenden 14 identischen Punkte. Eine Maßstabsunbekannte wurde nicht eingeführt, da ihre Verwendung nur beim Einsatz verschiedener Distanzmeßgeräte begründet ist. Die berechneten Koordinatendifferenzen dienten als Eingabe für die spezielle Ähnlichkeitstransformation.

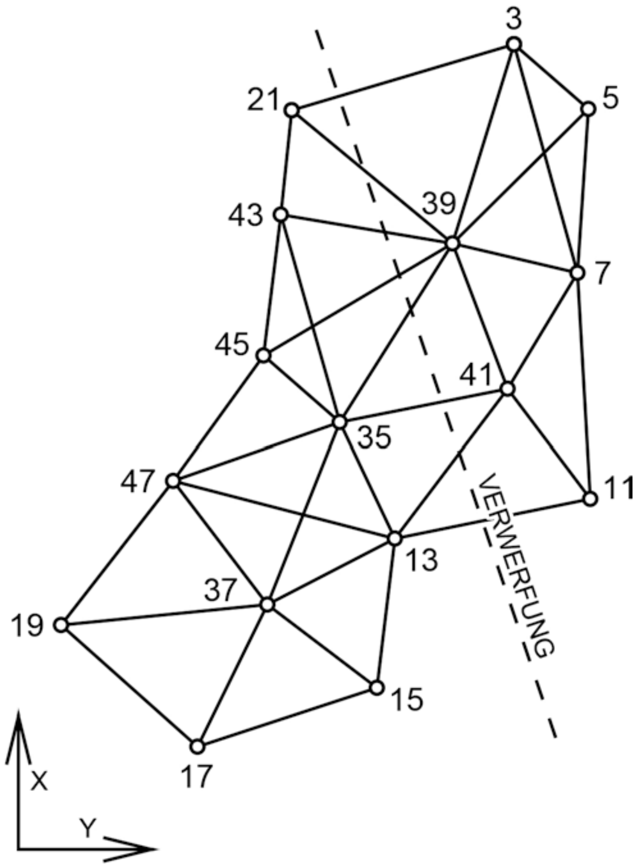


Abb. 1

Um erste Erfahrungen mit dieser Parameterschätzung für die Ähnlichkeitstransformation zu gewinnen, wurden für alle Epochenvergleiche drei Varianten gerechnet:

a) mit Maßstab, Rotation und Translation in x und y
b) mit Rotation und Translation in x und y
c) mit Translation in x und y

In der ersten Phase der Epochenvergleiche wurden alle Punkte als identisch aufgefaßt. Die Restklaffungen wurden als Vektoren zusammen mit den 90 %-Konfidenzellipsen, die zu den als Ausgangsgrößen benutzten Koordinatendifferenzen gehören, graphisch dargestellt (siehe folgende Abbildungen). In allen Fällen zeigt sich bei der Analyse des Ergebnisses eine deutliche Verschiebung der durch die Verwerfung getrennten Blöcke (siehe Abbildung 1) relativ zueinander.

In der zweiten Bearbeitungsphase wurde der Betrag der Relativbewegung geschätzt. Dazu wurde zunächst eine Transformation mit den Punkten nur eines Blockes als identische Punkte durchgeführt. Die dabei verbleibenden Restklaffungen wurden danach als Eingabegrößen für eine Transformation auf den zweiten Block eingeführt. Die bei dieser Transformation ermittelten Translationsparameter sind die beste Schätzung der Relativbewegung der Blöcke. In Tabelle 1 sind die Ergebnisse zusammengestellt. Es zeigt sich, daß die Translationen bei den Versionen b) und c) recht gut geschätzt werden, jedoch stets kleiner ausfallen als die simulierten Beträge. Wird ein Maßstab mitgeführt, Version a), so nimmt dieser offensichtlich einen Teil der Blocktransformationen auf.

In der letzten Analysephase wird untersucht, ob sich innerhalb der Blöcke Einzelpunkte befinden, die sich anders verhalten haben als die anderen Blockpunkte. Als Signifikanzschwelle wurde aus den in Abschnitt 4 erläuterten Gründen die in den Abbildungen mit dargestellte 90 %-Konfidenzellipse festgelegt, d.h. als signifikante Einzelpunkte werden jene Punkte betrachtet, deren Klaffungsvektor nach der entsprechenden Teilblocktransformation über das Gebiet der Konfidenzellipse hinausreicht. Das in Tabelle 1 zusammengestellte Ergebnis fällt recht befriedigend aus. Allerdings neigt die ansonsten günstigste Version c) in Einzelfällen dazu, Punkte, die sich blockkonform verhalten haben, als signifikante Einzelpunkte zu identifizieren. Eine geringe Erhöhung des Signifikanzniveaus ist geeignet, diese Schwäche zu beheben.

Abschließend sei vermerkt, daß bei allen Parameterschätzungen sämtliche Punkte des Netzes bzw. des gerade untersuchten Teilblockes benutzt wurden. Es wurden also keine Einzelpunkte eliminiert und danach erneut Schätzungen durchgeführt.

	Festkörperbewegungen [simuliert] a) 4 Parameter b) 3 Parameter c) 2 Parameter		Einzelpunkt- bewegungen [simuliert] a) 4 Parameter b) 3 Parameter c) 2 Parameter	Einzelpunktbewegungen für die 2-Parameter- Transformation [simuliert] c) 2 Parameter		
	t_x (cm)	t_y (cm)	Punktnummer	Pkt. Nr.	Δx (cm)	Δy (cm)
Epoche 1 - 2A	[20.0] 17.3 19.3 18.9	[12.0] 5.6 9.7 8.9	[3, 15, 45] 3, 45 3, 15, 45 3, 15, 45	3 15 45	[2.0] -6.3 [6.0] 12.9 [-10.0] -14.9	[20.0] 23.4 [-6.0] -4.5 [-8.0] -5.7
Epoche 1 - 2B	[20.0] 12.6 18.1 18.8	[12.0] 6.1 9.4 7.3	[-] - - 3	3	[20.0] 13.8	[12.0] 18.6
Epoche 1 - 3A	[40.0] 25.1 34.7 38.6	[20.0] 5.6 17.1 17.4	[11, 15] - - 3, 11, 15, 21	3 11 15 21	[40.0] 33.4 [32.0] 34.2 [-8.0] -5.5 [0.0] 4.8	[20.0] 30.4 [10.0] -0.3 [-12.0] -9.8 [0.0] 10.5
Epoche 1 - 3B	[40.0] 26.8 34.5 38.6	[20.0] 12.2 20.0 19.0	[-] - - 3, 5	3 5	[40.0] 32.1 [40.0] 33.6	[20.0] 32.9 [20.0] 29.7

Tabelle 1 : Zusammenstellung der simulierte und der geschätzten Deformationsbeträge

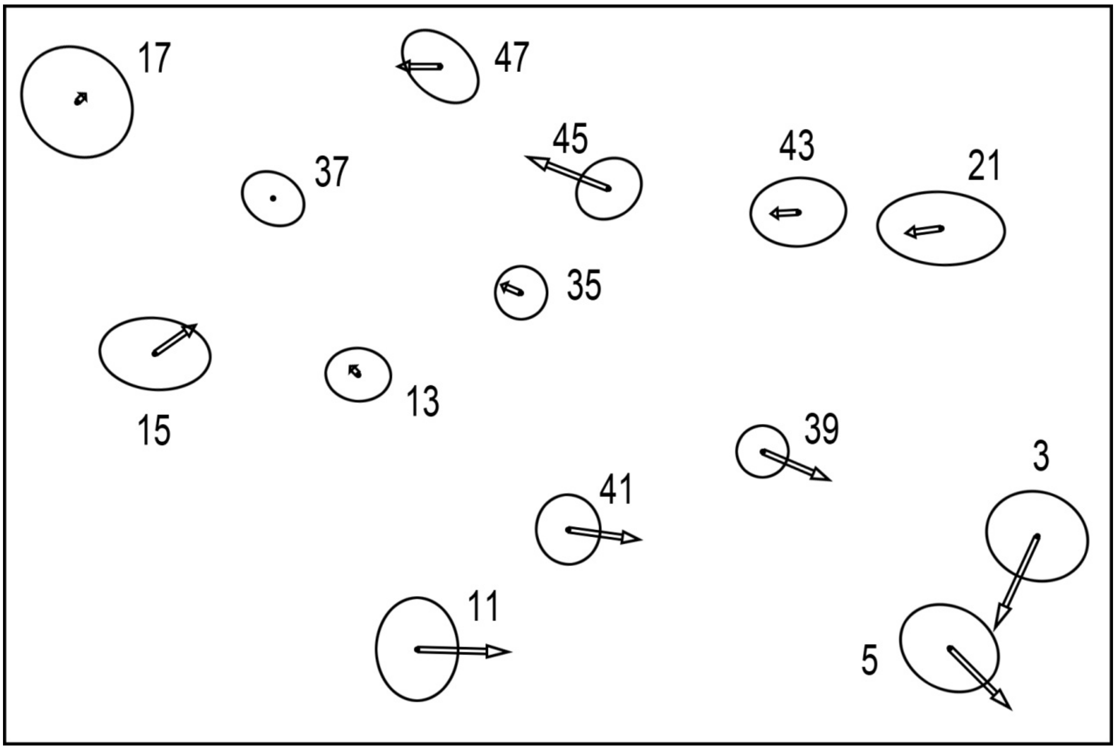


Abb. 2a Gesamtauffelderung, Epochen 1 - 2A

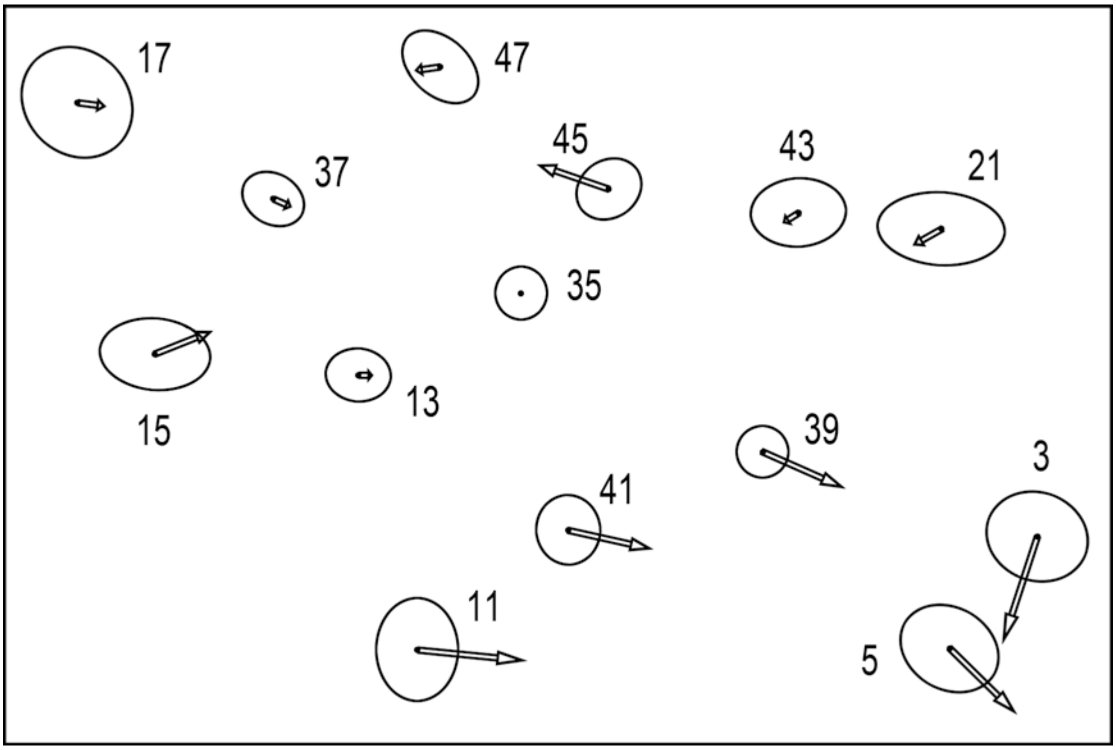


Abb. 2b Auffelderung auf den westlichen Block, Epochen 1 - 2A

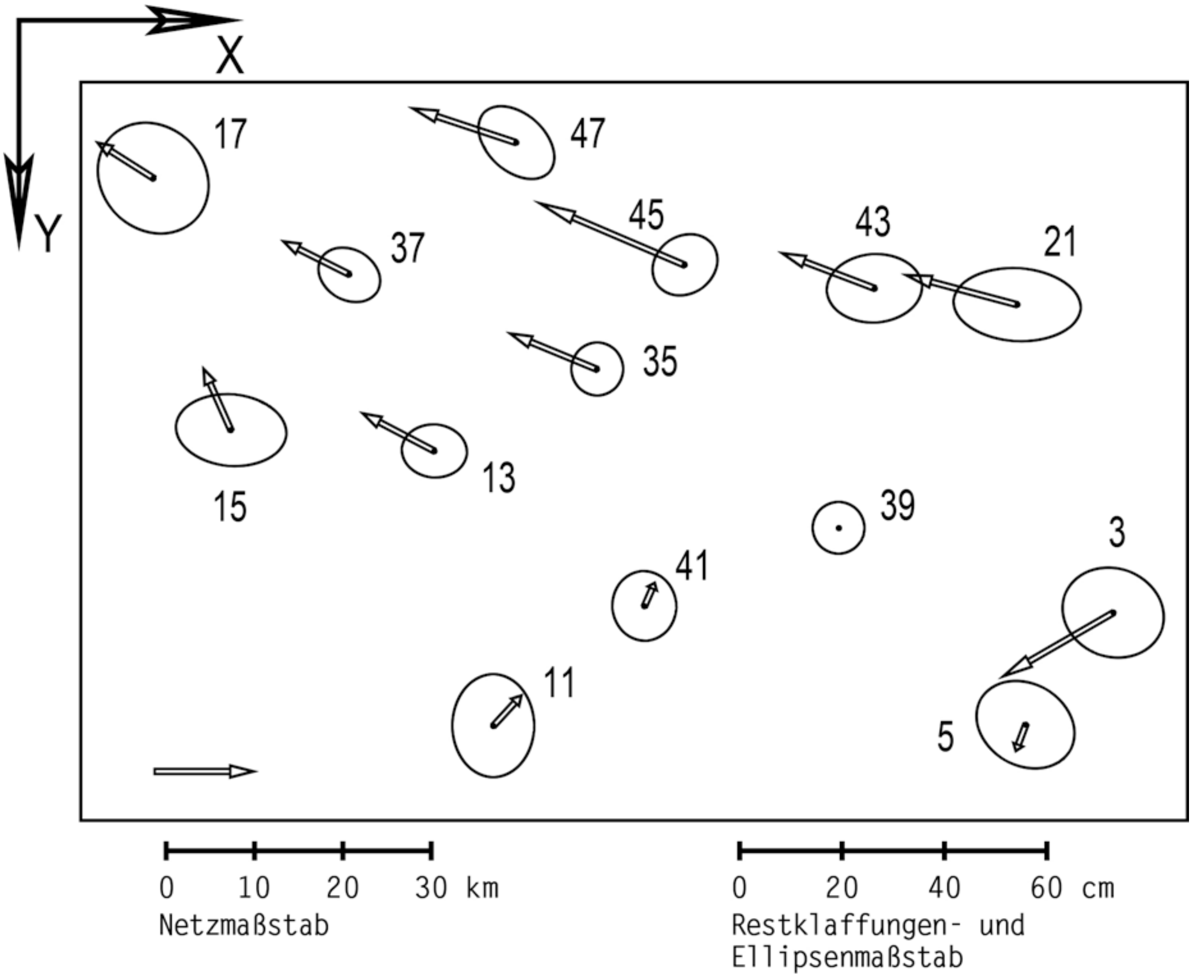


Abb. 2c   Auffelderung auf den östlichen Block, Epochen 1 - 2A

Die dargestellten Restklaffungen sind das Ergebnis der Zweiparametertransformationen (Version c in Tabelle 1).
Die nicht blockkonformen Einzelpunktbewegungen werden den Abbildungen 2b und 2c entnommen.
Das Ergebnis ist eindeutig; eine geringe Änderung des Signifikanzniveaus bleibt ohne Einfluß.

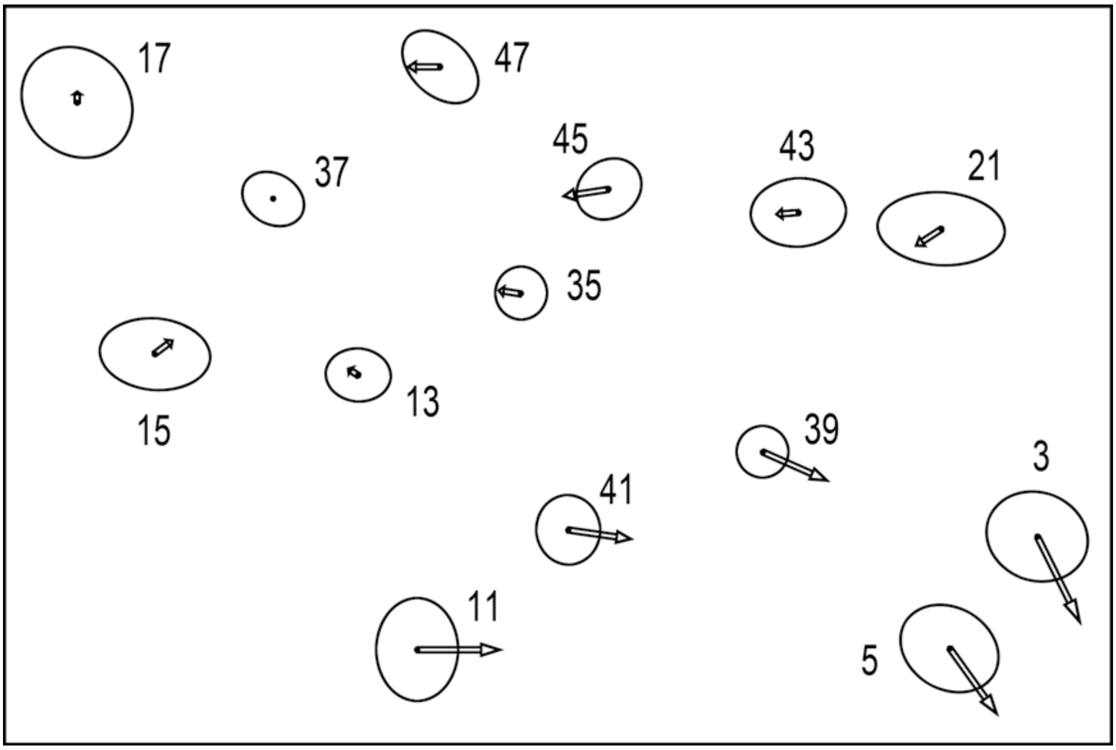


Abb. 3a   Gesamtauffelderung, Epochen 1 - 2B

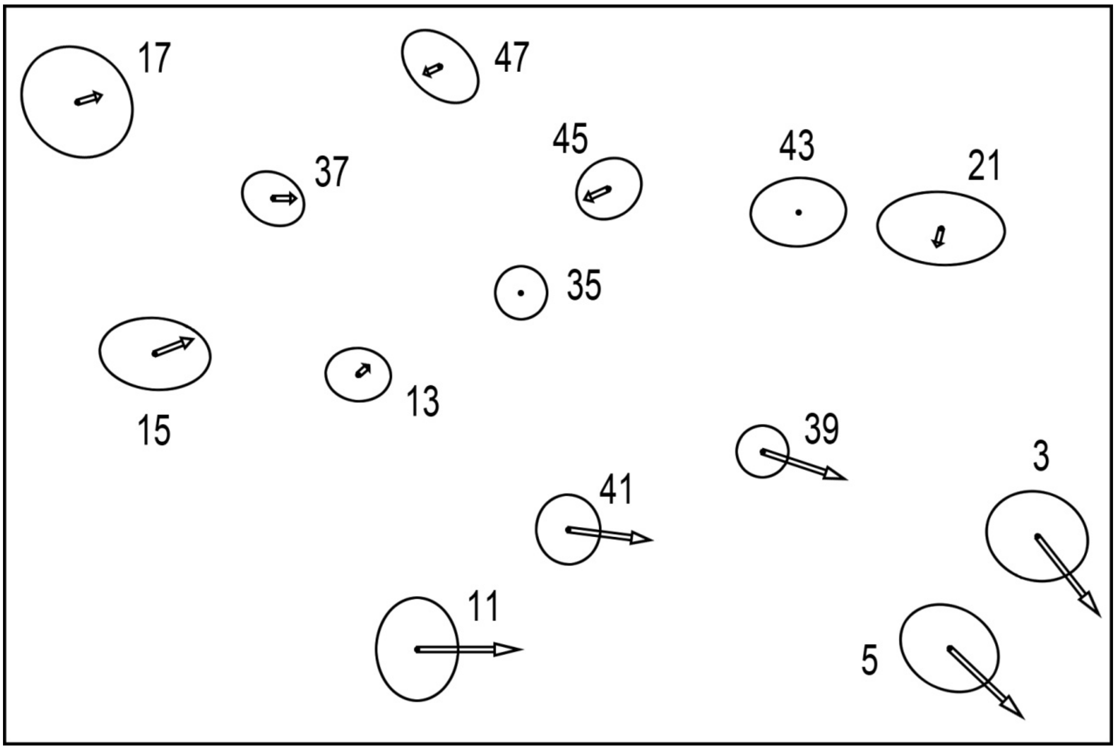


Abb. 3b   Auffelderung auf den westlichen Block, Epochen 1 - 2B

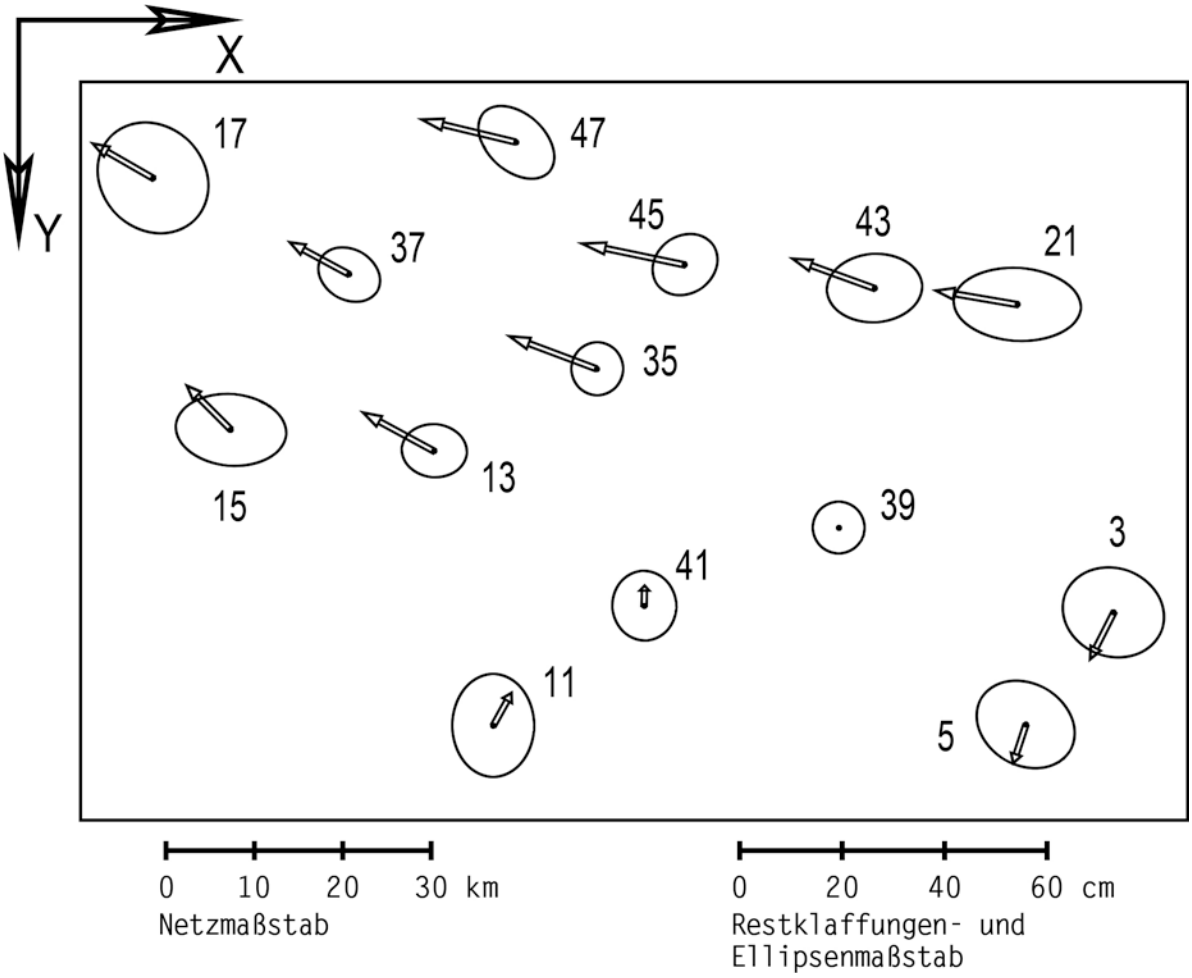


Abb. 3c Auffelderung auf den östlichen Block, Epochen 1 - 2B

Die dargestellten Restklaffungen sind das Ergebnis der Zweiparametertransformationen (Version c in Tabelle 1). Im westlichen Block bleiben alle Klaffungsvektoren innerhalb der Konfidenzellipsen. Im östlichen Block überschreitet Punkt 3 diese Schwelle und Punkt 5 liegt unmittelbar an der Grenze. Beide Punkte zeigen dieselbe Tendenz, was Anlaß für weitere Analysen sein könnte. Es ist jedoch zu beachten, daß das gewählte Minimumsprinzip bei einfachen Modellen und wenig Übereinstimmungen dazu neigt, einige Residuen zu null zu machen und damit die zugehörigen Beobachtungen (siehe Punkt 39) überzubewerten, während anderen Punkten zu große Restklaffungen zugewiesen werden.

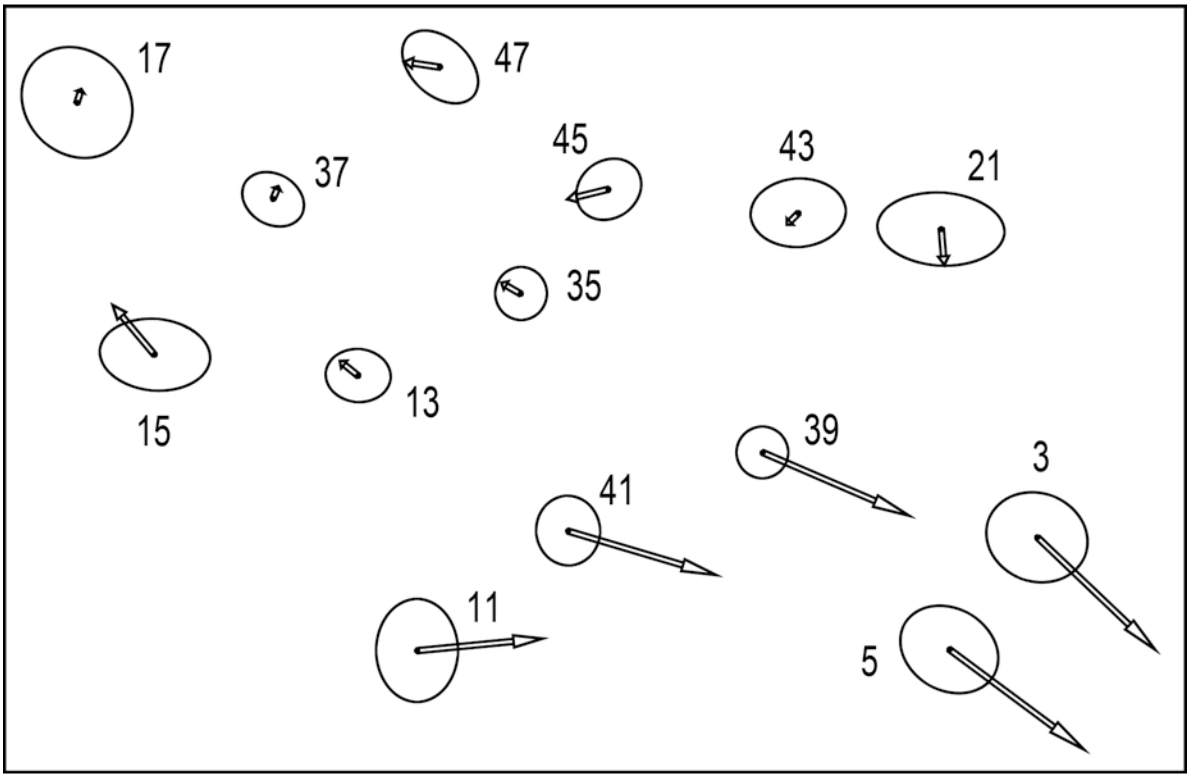


Abb. 4a Gesamtauffelderung, Epochen 1 - 3A

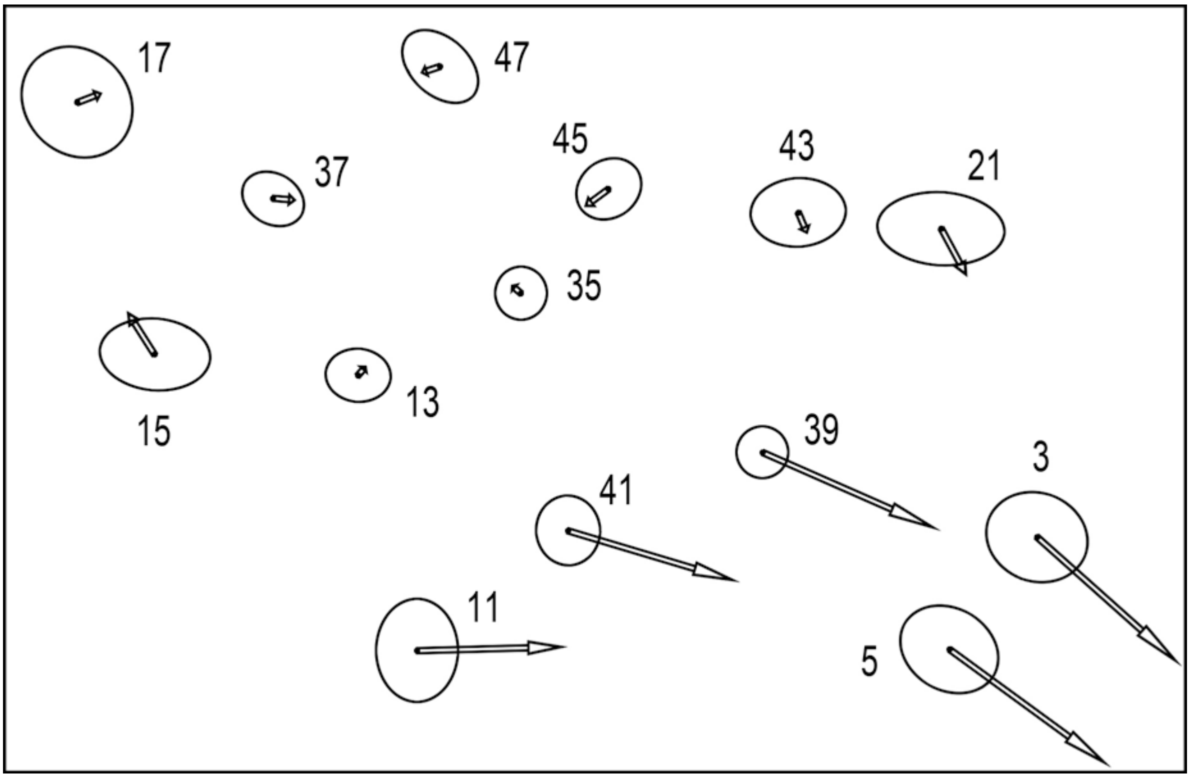


Abb. 4b Auffelderung auf den westlichen Block, Epochen 1 - 3A

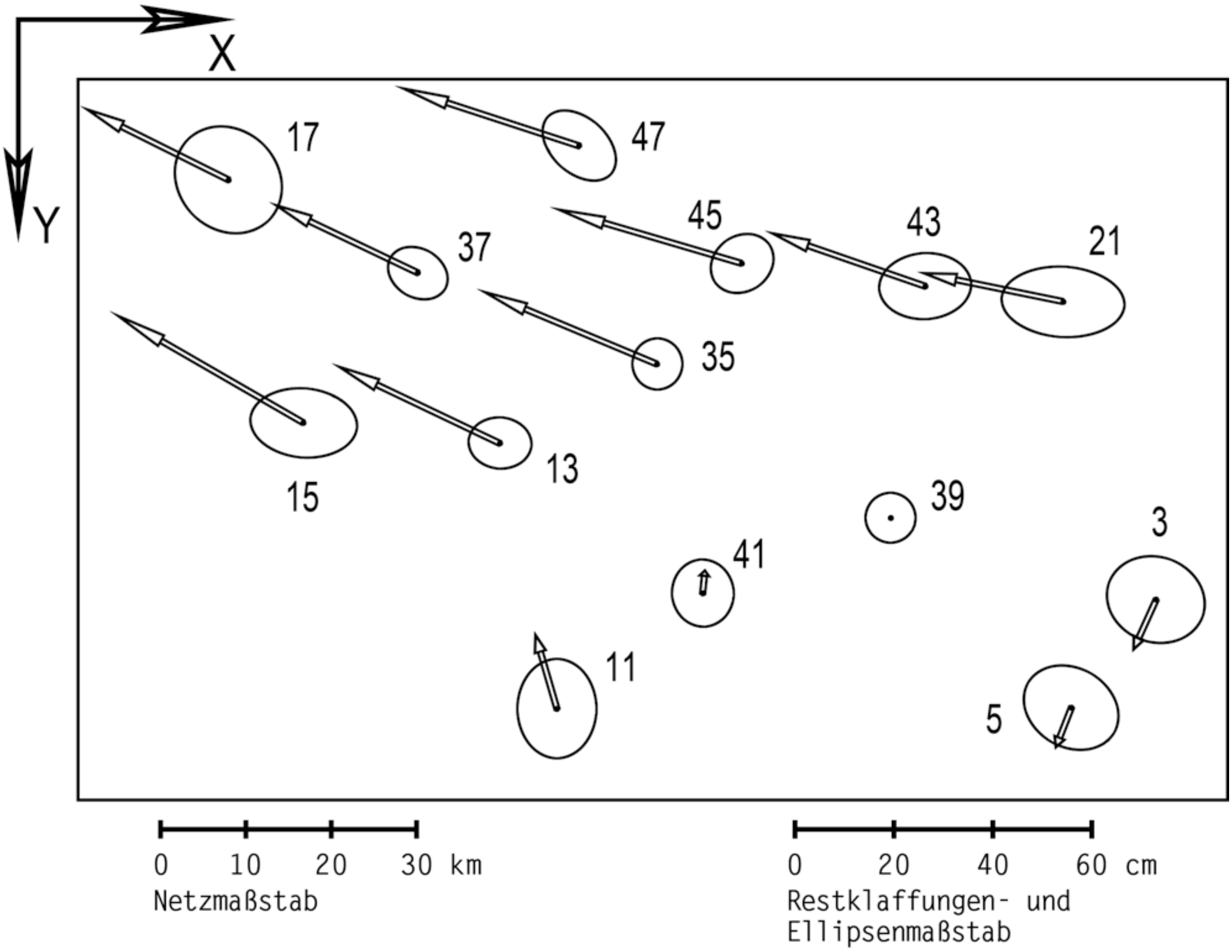


Abb. 4c Auffelderung auf den östlichen Block, Epochen 1 - 3A

Die dargestellten Restklaffungen sind das Ergebnis der Zweiparametertransformationen (Version c in Tabelle 1). Im westlichen Block werden die Punkte 15 und 21 als signifikant verändert identifiziert. Im Ostteil überschreiten die Deformationen bei Punkt 11 und 3 die Schwelle, während Punkt 5 unmittelbar an der Grenze liegt. Die Restklaffungsbilder beider Teilauffelderungen machen klar, daß bei einer Dreiparametertransformation die Rotation die Deformationen auffängt, und es daher nicht möglich ist, die Einzelpunktdeformationen aufzudecken. Außerdem ist auch hier die Anmerkung zu Abbildung 3c bezüglich der Schätzeigenschaften zu beachten.

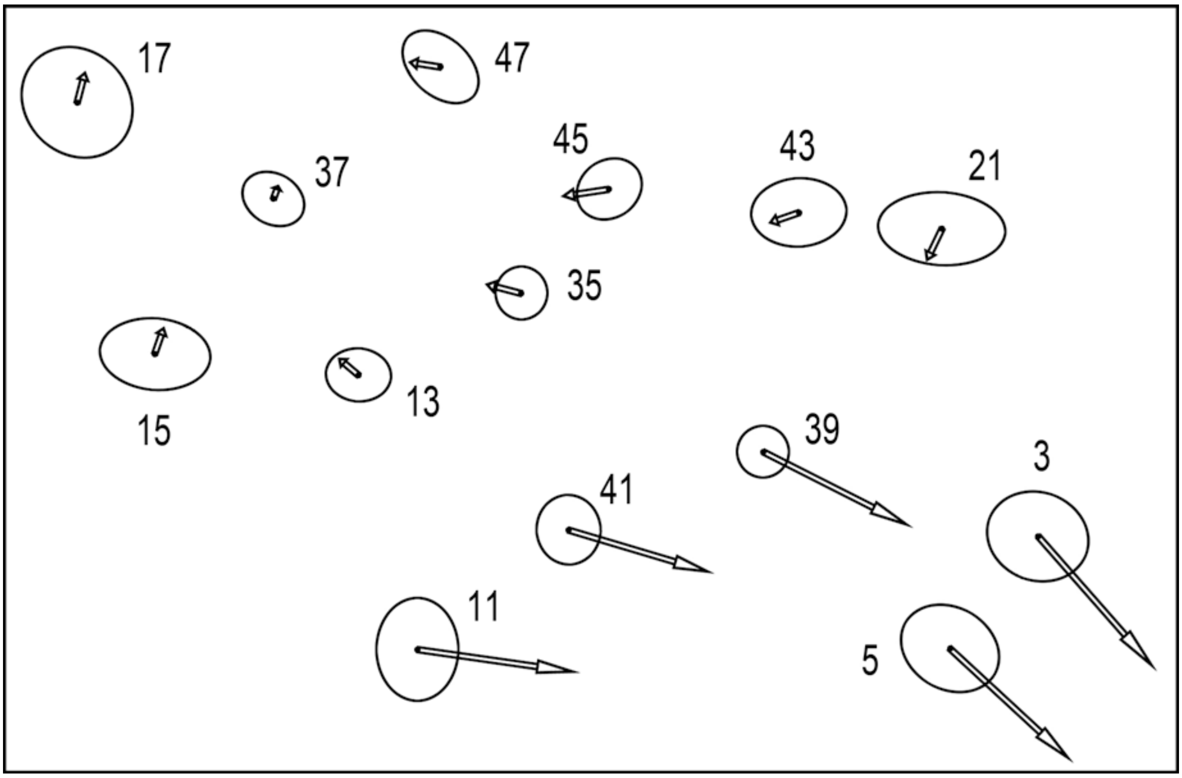


Abb. 5a   Gesamtauffelderung, Epochen 1 - 3B

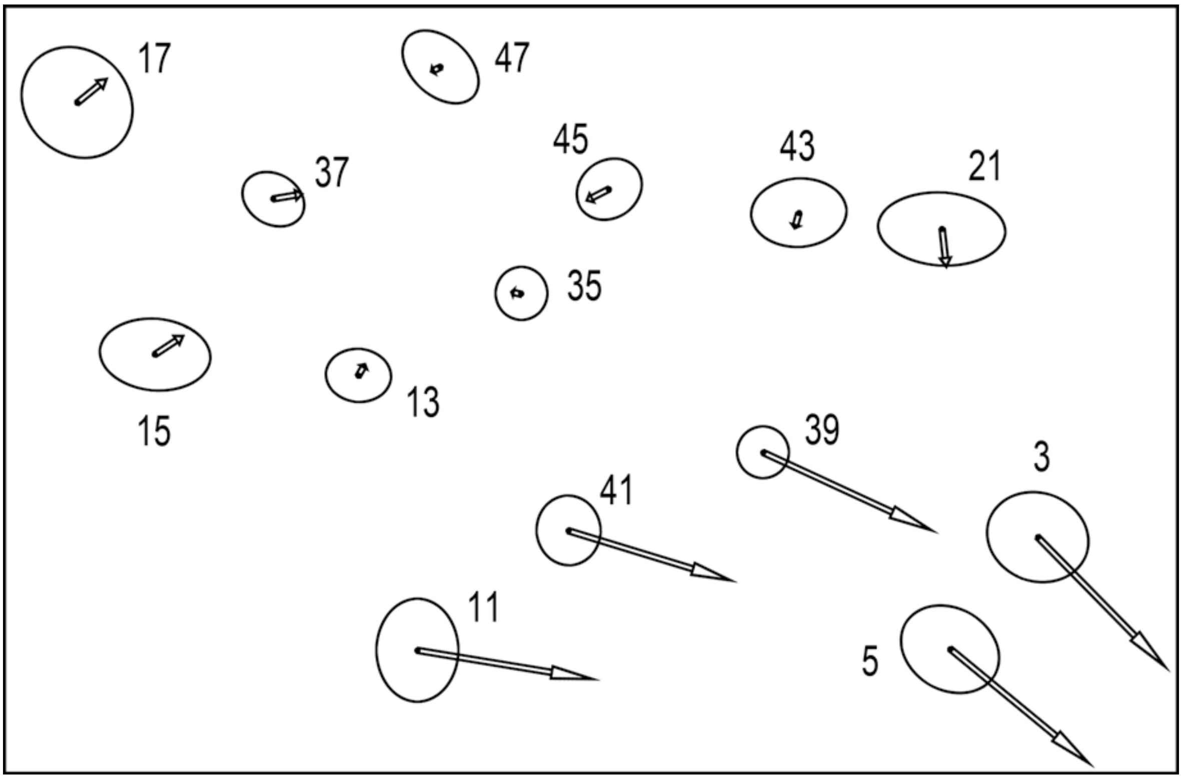


Abb. 5b   Auffelderung auf den westlichen Block, Epochen 1 - 3B

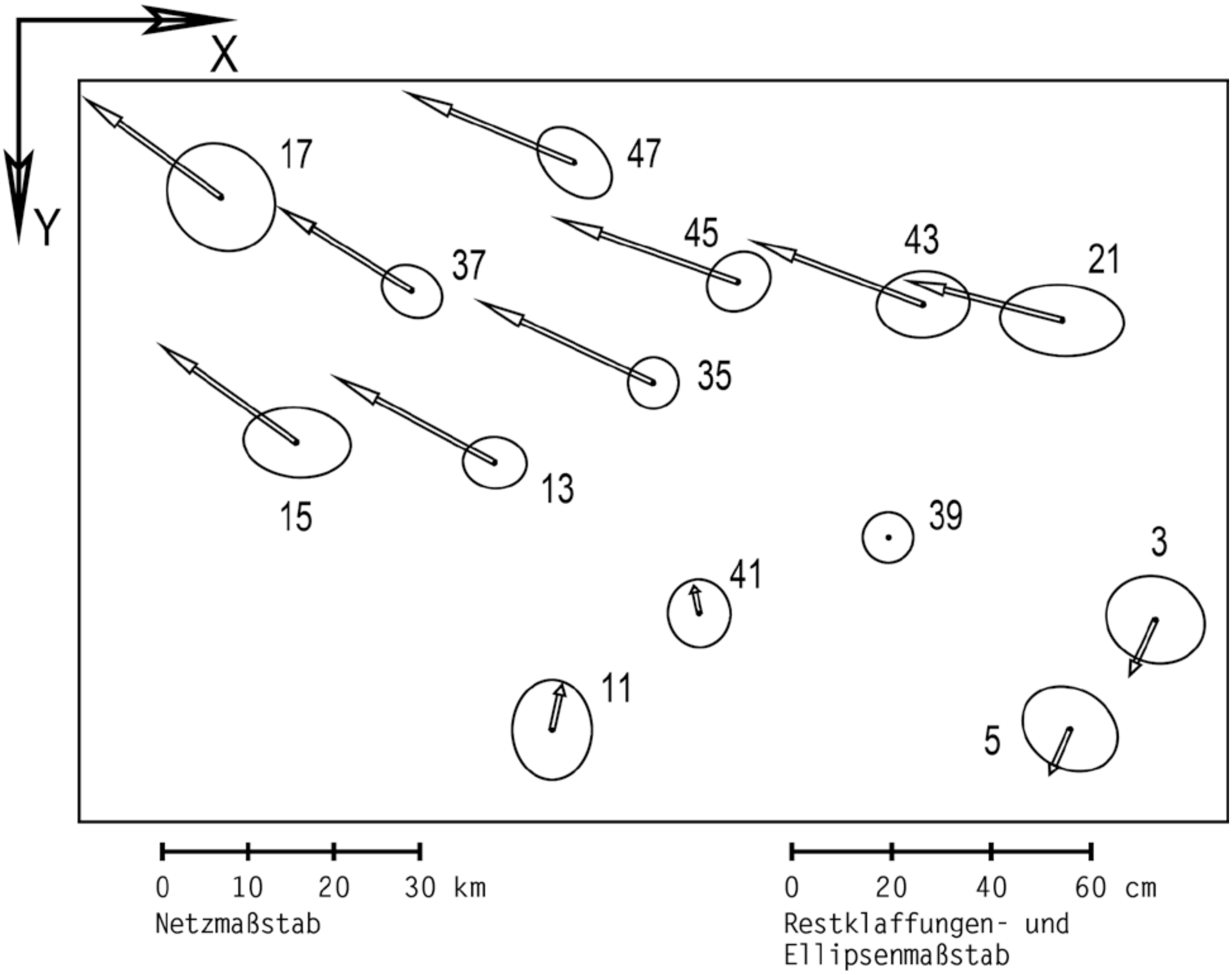


Abb. 5c Auffelderung auf den östlichen Block, Epochen 1 - 3B

Die dargestellten Restklaffungen sind das Ergebnis der Zweiparametertransformationen (Version c in Tabelle 1). Im westlichen Block werden keine Einzelpunktbewegungen identifiziert, allerdings liegt der Punkt 21 so dicht an der Signifikanzschwelle, daß er als verdächtig eingestuft werden könnte.
Im östlichen Block erweisen sich die Punkte 3 und 5 nach den gewählten Kriterien als signifikant verändert. Ursachen für diese unzutreffenden Ergebnisse sind die geringe Anzahl von Punkten innerhalb des Blocks und der große Klaffungsvektor im Punkt 11 mit entgegengesetzter Richtung sowie die bei Abbildung 3c erläuterte Eigenschaft des Schätzprinzips.

6. LITERATUR

FUCHS, H.: *Contribution to the Adjustment by Minimizing the Sum of Absolute Residuals.* Manuscripta Geodaetica, Vol. 7 (1982) 151-207

KRARUP, T., JUHL, J., KUBIK, K.: *Götterdämmerung over least squares adjustment.* ISP Congress Hamburg 1980, Comm. III, 369-378

SEEBER, G.A.F.: *Linear Regression Analysis.* John Wiley & Sons, New York 1977

ANALYSIS OF THE SIMULATED MONITORING NETWORK USING THE FREDERICTON APPROACH

by

A. CHRZANOWSKI, Y.Q. CHEN, J.M. SECORD
University of New Brunswick
Fredericton, N.B.
CANADA

1. GENERAL REMARKS

Two simulations, A and B, of a tectonic movement have been prepared by the Karlsruhe group. Each simulation consisted of 3 epochs of observations of the geodetic network shown in Fig. 1. Initially, the observation data (distances and directions in each epoch) were circulated without any suggestion of the accuracies. Therefore, as the first step in the analysis, the Fredericton group applied the MINQUE (Minimum Norm Quadratic Unbiased Estimation) principle to assess the observation data obtaining the standard deviations listed below:

Epoch	Directions	Distances
1	σ = 0.46"	σ = 0.026 m
2A, 2B 3A, 3B	σ = 0.35"	σ = 0.100 m

Subsequently, The Karlsruhe group distributed their suggestions for the accuracies to be taken in the analysis, as shown below.

Epoch	Directions	Distances
1	σ = 0.1 mgon (σ = 0.324")	σ = 0.01 m
2A, 2B 3A, 3B	σ = 0.1 mgon (σ = 0.324")	σ = 0.08 m

In the adjustment of the first epoch (common to both simulations), the assumption that the variance factor was known apriori led to the failure of the χ^2 test on its compatibility with the aposteriori estimate of the factor. Nevertheless the Fredericton group performed its deformation analysis using both sets of accuracies. Both analyses have led to the same deformation models with only small discrepancies (up to 7 % only) in the values of the deformation parameters. The results discussed below are based on the MINQUE accuracies.

A brief review of the Fredericton Approach is given first.

2. SUMMARY OF THE FREDERICTON APPROACH

The Fredericton Approach consists of the following steps:

Step 1: Assessment of the observation data from individual epoch adjustment using the MINQUE principle in estimating the observation accuracies (if necessary) and using τ_{max} criteria for rejection of residuals.

Step 2: Trend analysis for the selection of deformation models based on the graphical display of the "best" displacements for each pair of epochs being compared. Here, these "best" displacements can be obtained using either the "best" minimum constraints as described in the FIG report (***CHRZANOWSKI et al.***, 1981) or the newly developed method based on the Vector Space Projection (***CHEN***, 1983).

Step 3: Approximation of the displacement field through the least squares fitting of the selected deformation models as described in (***CHRZANOWSKI et al.***, 1982) and in more detail in (***CHEN***, 1983).

Step 4: Final selection of the "best" deformation model based on:
1. compliance with the trend
2. global test
3. significance of the estimated deformation parameters
4. simplicity of the model (the model with the fewest parameters is given a priority)
5. physical understanding of the deformation.

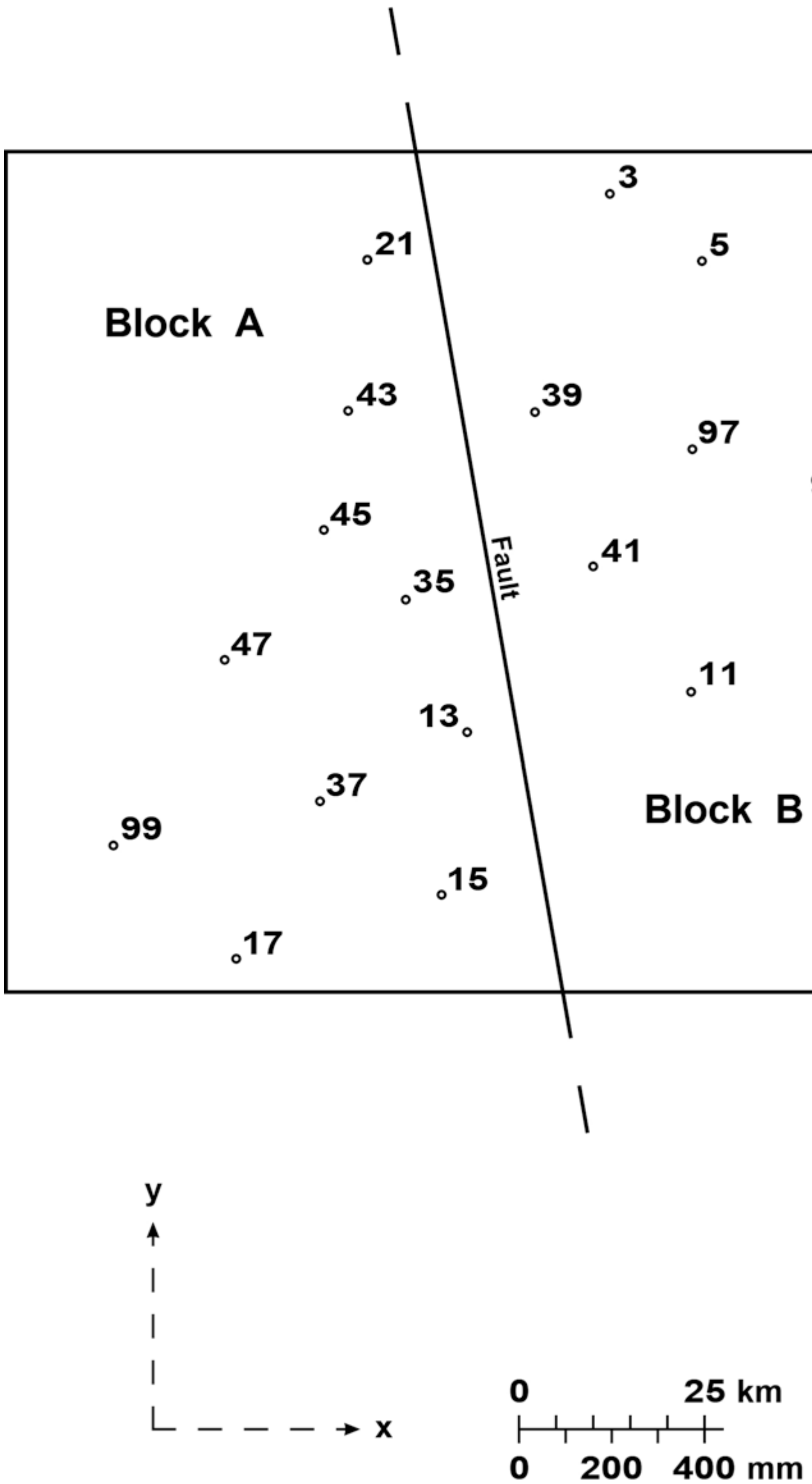


FIG. 1 Points in the Simulated Monitoring Network and the Subdivision into Blocks

Step 5: Simultaneous, multi-epoch estimation of the deformation parameters based on the selected (step 4) "best" models.

Step 6: Graphical presentation of the deformations.

3. RESULTS OF THE ANALYSIS - SIMULATION A

Step 1: This has already been discussed in the General Remarks above. No observations were rejected.

Step 2: Figures 2, 3 and 4 show the "best" displacements for the epochs 2A-1, 3A-2A and 3A-1 based on the vector space projections. Table 1 shows the selected deformation models.

Step 3: Table 1 gives the results of the least squares fittings of the selected deformation models, global tests and significances of the estimated parameters for those models which passed the global test.

Step 4: According to the criteria the following deformation models from Table 1 have been selected as the "best" models:

Epochs 2A-1: Model 3 with the following significant ($1-\alpha \geq 0.95$) deformations: rigid body displacement of B vs. A, displacement of pt. 45 vs. A, displacement of pt. 3 vs. B.

Epochs 3A-1: Model 4 with the following significant ($1-\alpha \geq 0.95$) deformations: rigid body displacement of B vs. A, displacement of pt. 15 vs. A, displacement of pt. 11 vs. B.

Epochs 3A-2A: Model 4 with the following significant ($1-\alpha \geq 0.95$) deformations: rigid body displacement of B vs. A and C, displacements of pts. 15 and 45 vs. A, displacements of pts. 3 and 11 vs. B.

Note: in epochs 3A-2A either model 3 (block C moving together with block B plus an additional displacement) or model 4 could be taken as the "best" model depending on the physical interpretation. In model 4 the stability of block C (pts. 97 and 9) could be interpreted as an additional discontinuity (fault line) between the blocks C and B, whereas in model 3, the block C would be moving together with B vs. A with an additional surface displacement (e.g. wrong monumentation of pts. 97 and 9). Model 4 has finally been selected, having fewer deformation parameters.

Step 5: Table 2 gives the final values of the deformation parameters of the "best" models from the simultaneous 3-epoch solution using the mathematical model:

$$\begin{pmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 \\ \chi_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \upsilon_1 \\ \upsilon_2 \\ \upsilon_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I & 0 & 0 \\ I & B_{2-1} & 0 \\ I & B_{2-1} & B_{3-2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi \\ e_{2-1} \\ e_{3-2} \end{pmatrix}$$

where χ_i is the vector of coordinates in the i-th epoch

υ_i is the vector of residuals

B_{ij} is the design matrix of the displacement function for epochs i-j

e_{ij} is the vector of the deformation parameters (coefficients of the displacement function) for epochs i-j

ξ is the vector of unknown constants.

Step 6: Figure 5 gives a display of deformations for three pairs of epochs and Figure 6 displays the final results of the deformation analysis.

Note that all the single point displacements in Fig. 6 are shown with respect to Block A which has been modelled as stable while in Fig. 5 the single point displacements in Block B (pts. 3 and 11) are shown with respect to block B.

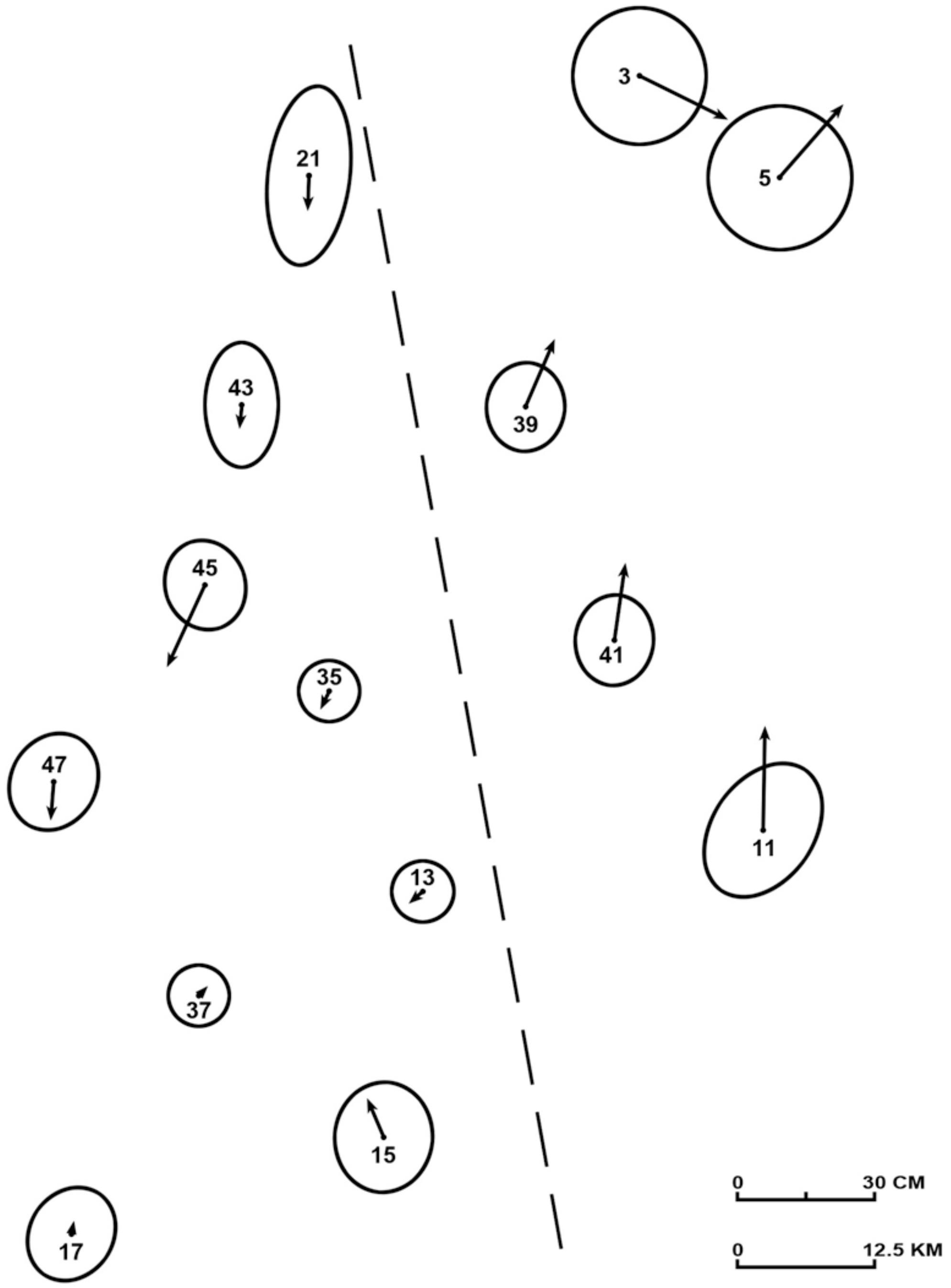


FIG. 2 Simulation A - the "best" displacements and their error ellipses at $\alpha = 0.05$
Epochs 2A-1

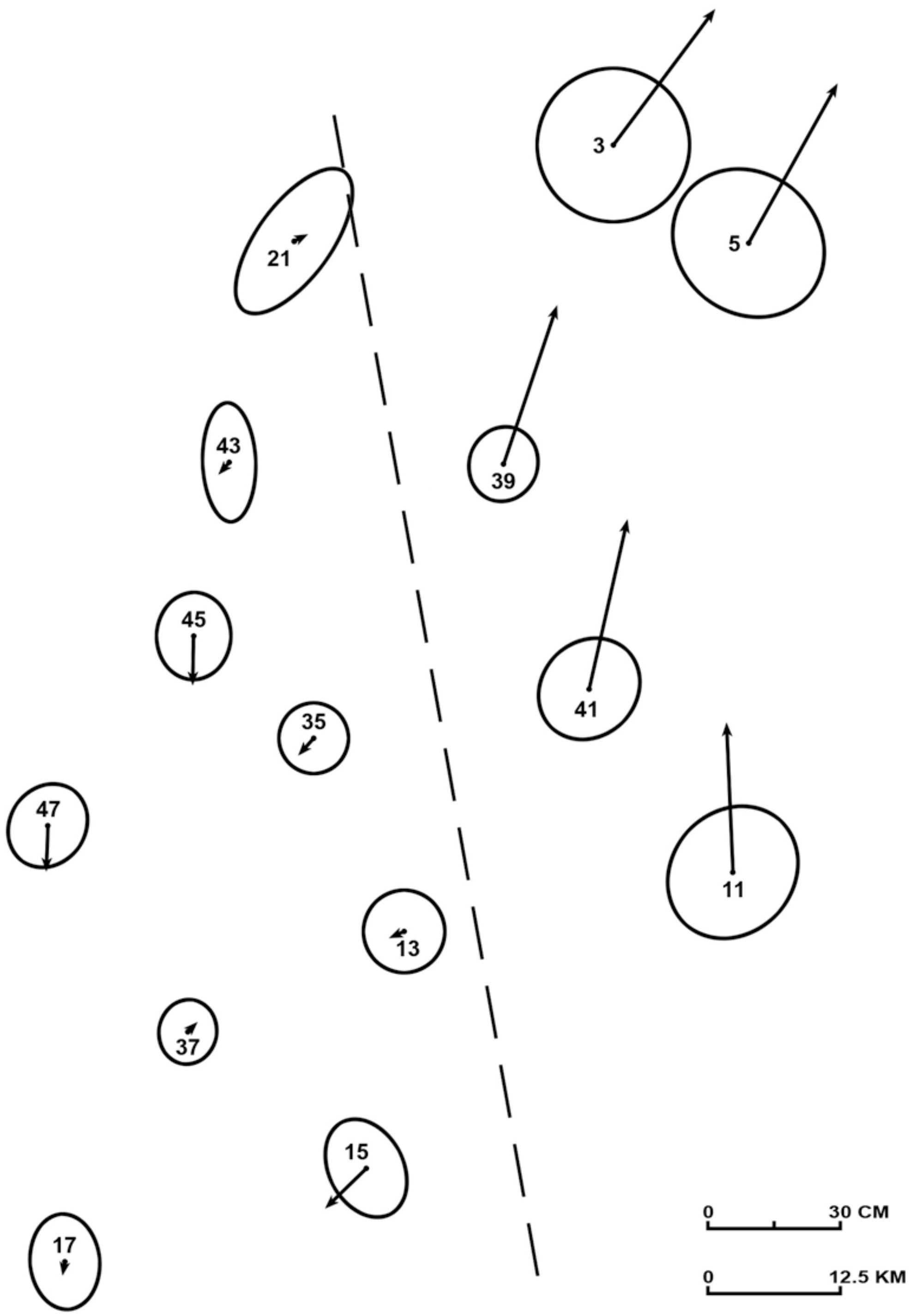


FIG. 3 Simulation A - the "best" displacements and their error ellipses at $\alpha = 0.05$
Epochs 3A-1

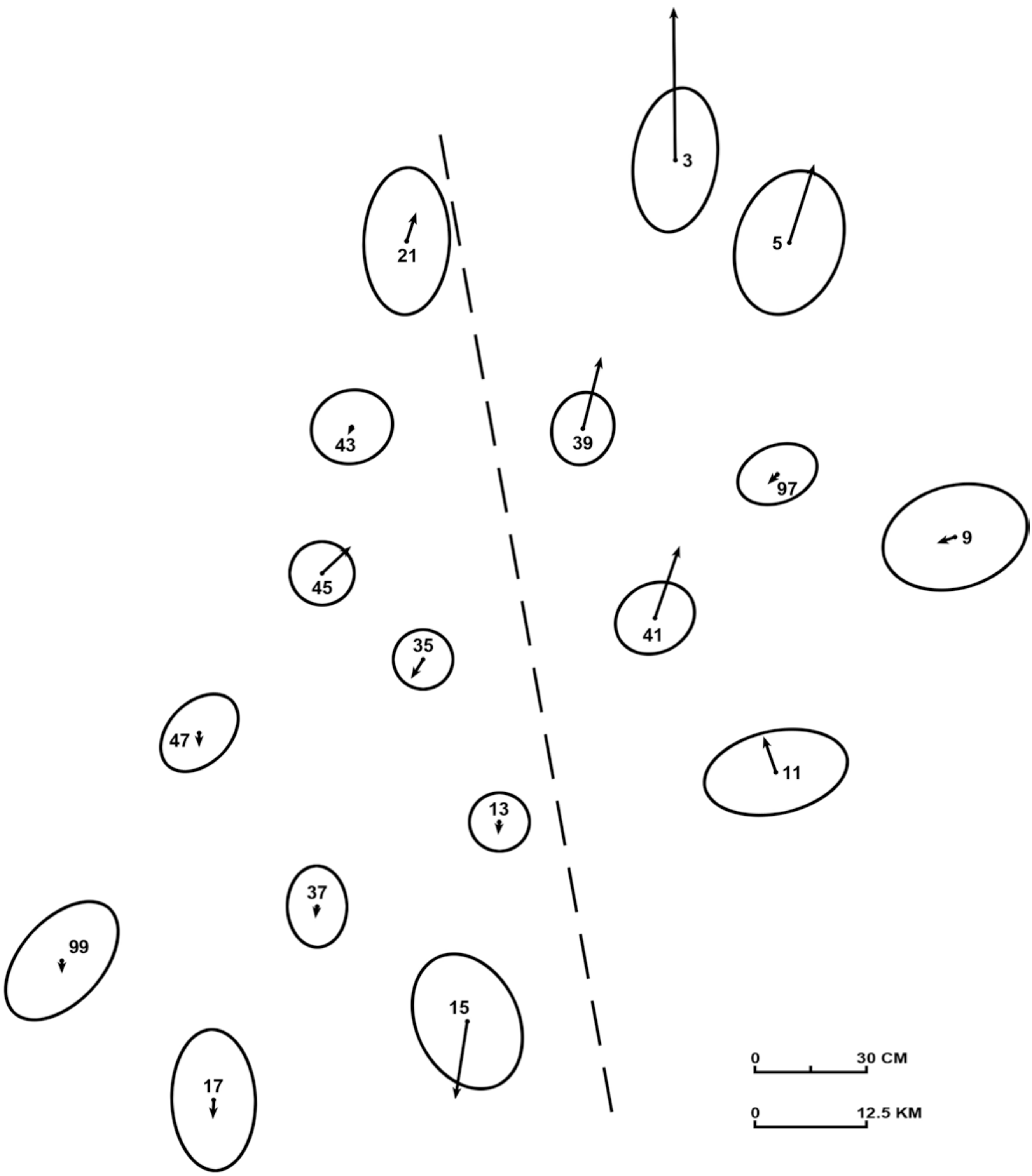


FIG. 4 Simulation A - the "best" displacements and their error ellipses at $\alpha = 0.05$ Epochs 3A-2A

Table 1. Results of the Deformation Analysis - <u>Simulation A</u>

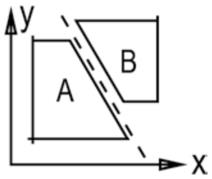
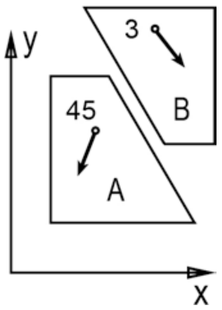
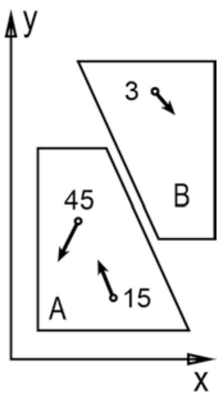
EPOCHS 2A-1				
Deformation Model			Parameters and their significance $(1-\alpha)$	Global Test $T^2 \lessgtr F_{0.05}$
1.	No deformation	$dx = 0$ $dy = 0$		<u>7.26 > 1.60</u>
2.		$dx_A = 0 \quad dx_B = a_B$ $dy_A = 0 \quad dy_B = b_B$		<u>4.50 > 1.61</u>
3.		$dx_A = 0 \quad dx_B = a_B$ $dy_A = 0 \quad dy_B = b_B$ $dx_3 = a_B + a_3$ $dy_3 = b_B + b_3$ $dx_{45} = a_{45}$ $dy_{45} = b_{45}$	a_B = 73 mm (0.99) b_B = 222 mm (0.99) Total B = 234 mm, 18° (> 0.99) a_3 = 101 mm (0.97) b_3 = -258 mm (> 0.99) Total 3 = 277 mm, 159° (> 0.99) a_{45} = -74 mm (> 0.99) b_{45} = -125 mm (> 0.99) Total 45 = 145 mm, 211° (> 0.99)	0.87 < 1.67
4.		The same as Model 3 plus movements of Pt. 15: $dx_{15} = a_{15}$ $dy_{15} = b_{15}$	a_B = 74 mm (0.99) b_B = 221 mm (> 0.99) Total = 233 mm, 19° (> 0.99) a_3 = 101 mm (0.97) b_3 = -258 mm (> 0.99) Total = 277 mm, 159° (> 0.99) a_{45} = -74 mm (> 0.99) b_{45} = -125 mm (> 0.99) Total = 145 mm, 211° (> 0.99) a_{15} = -38 mm (0.71) b_{15} = 71 mm (0.93) Total = 80 mm, 332° <u>(0.91)</u>	0.70 < 1.71

Table 1 (Continued)

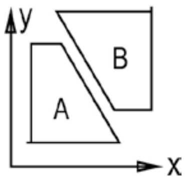
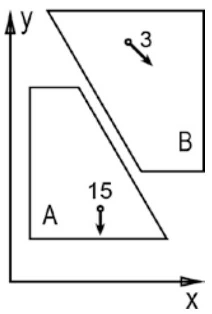
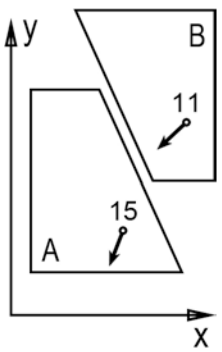
		EPOCHS 3A-1	
1. No deformation	$dx = 0$ $dy = 0$		13.02 > 1.60
2. 	$dx_A = 0 \quad dx_B = a_B$ $dy_A = 0 \quad dy_B = b_B$	a_B = 113 mm (> 0.99) b_B = 427 mm (> 0.99) Total B = 442 mm, 15° (> 0.99)	1.51 < 1.62
3. 	$dx_A = 0 \quad dx_B = a_B$ $dy_A = 0 \quad dy_B = b_B$ $dx_{15} = a_{15}$ $dy_{15} = b_{15}$ $dx_3 = a_B + a_3$ $dy_3 = b_B + b_3$	a_B = 107 mm (> 0.99) b_B = 428 mm (> 0.99) Total B = 441 mm, 14° (> 0.99) a_3 = 33 mm (0.54) b_3 = -67 mm (0.94) Total 3 = 74 mm, 154° (0.84) a_{15} = -66 mm (0.94) b_{15} = -106 mm (> 0.99) Total 15 = 125 mm, 212° (> 0.99)	1.06 < 1.67
4. 	$dx_A = 0 \quad dx_B = a_B$ $dy_A = 0 \quad dy_B = b_B$ $dx_{15} = a_{15}$ $dy_{15} = b_{15}$ $dx_{11} = a_B + a_{11}$ $dy_{11} = b_B + b_{11}$	a_B = 130 mm (> 0.99) b_B = 410 mm (> 0.99) Total = 431 mm, 18° (> 0.99) a_{15} = -68 mm (0.95) b_{15} = -107 mm (0.99) Total = 127 mm, 213° (0.99) a_{11} = -117 mm (0.99) b_{11} = -32 mm (0.57) Total = 121 mm, 255° (0.98)	0.83 < 1.67

Table 1 (Continued)

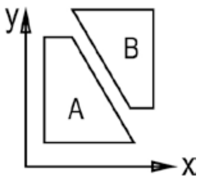
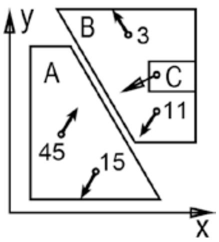
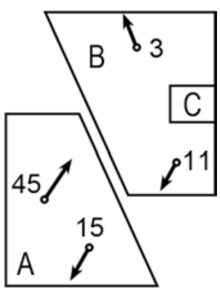
		EPOCHS 3A-2A		
1.	No deformation	dx = 0 dy = 0		<u>6.09 > 1.55</u>
2.		$dx_A = 0$ $dx_B = a_B$ $dy_A = 0$ $dy_B = b_B$		<u>3.84 < 1.56</u>
3.	 Block C consists of pts. 9 and 97	$dx_A = 0$ $dx_B = a_B$ $dy_A = 0$ $dy_B = b_B$ $dx_C = a_B + a_C$ $dy_C = b_B + b_C$ $dx_{15} = a_{15}$ $dy_{15} = b_{15}$ $dx_3 = a_B + a_3$ $dy_3 = b_B + b_3$ $dx_{45} = a_{45}$ $dy_{45} = b_{45}$ $dx_3 = a_B + a_3$ $dy_3 = b_B + b_3$ $dx_{11} = a_B + a_{11}$ $dy_{11} = b_B + b_{11}$	a_B = 47 mm (0.81) b_B = 196 mm (> 0.99) Total B = 202 mm, 14° (> 0.99) a_C = -81 mm (0.99) b_C = -202 mm (> 0.99) Total C = 217 mm, 202° (> 0.99) a_{45} = 89 mm (> 0.99) b_{45} = 95 mm (> 0.99) Total 45 = 130 mm, 43° (> 0.99) a_3 = -62 mm (> 0.74) b_3 = 194 mm (> 0.99) Total 3 = 204 mm, 342° (> 0.99) a_{11} = -97 mm (0.96) b_{11} = -96 mm (0.98) Total 11 = 136 mm, 225° (> 0.99) a_{15} = -34 mm (0.61) b_{15} = -174 mm (> 0.99) Total 15 = 177 mm, 191° (> 0.99)	0.18 < 1.67
4.		The same as model 3 but block C is separate and stable i.e. $dx_C = 0$ $dy_C = 0$	a_B = 66 mm (0.99) b_B = 199 mm (> 0.99) Total B = 210 mm, 18° (> 0.99) a_{45} = 91 mm (> 0.99) b_{45} = 94 mm (> 0.99) Total 45 = 131 mm, 44° (> 0.99) a_3 = -68 mm (0.66) b_3 = 195 mm (> 0.99) Total 3 = 207 mm, 341° (> 0.99) a_{11} = -98 mm (0.98) b_{11} = -101 mm (0.96) Total 11 = 141 mm, 224° (0.98) a_{15} = -35 mm (0.50) b_{15} = -174 mm (> 0.99) Total 15 = 177 mm, 191° (> 0.99)	0.2 < 1.72

Table 2. Simultaneous Estimation of the Deformation Parameters for the Three Epochs of Observations in Simulation A.

Epochs	Block B $\Delta x_B = a_B$ $\Delta y_B = b_B$	Point 3 $\Delta x_3 = a_B + a_3$ $\Delta y_3 = b_B + b_3$	Point 11 $\Delta x_{11} = a_B + a_{11}$ $\Delta y_{11} = b_B + b_{11}$	Point 15 $\Delta x_{15} = a_5$ $\Delta y_{15} = b_5$	Point 45 $\Delta x_{45} = a_{45}$ $\Delta y_{45} = b_{45}$	Global Test $T^2 \gtrless F_{0.05}$
2A-1	a_B = 65 mm (26)* b_B = 213 mm (25)	a_3 = 103 mm (44) b_3 = -254 mm (34)			a_{45} = - 74 mm (24) b_{45} = -127 mm (28)	0.36 < 1.50
3A-2A	a_B = 66 mm (22) b_B = 196 mm (20)	a_3 = - 68 mm (52) b_3 = 196 mm (39)	a_{11} = - 98 mm (37) b_{11} = -101 mm (42)	a_{15} = - 35 mm (37) b_{15} = -174 mm (42)	a_{45} = 91 mm (24) b_{45} = 94 mm (24)	

* Standard deviations are given in parentheses.

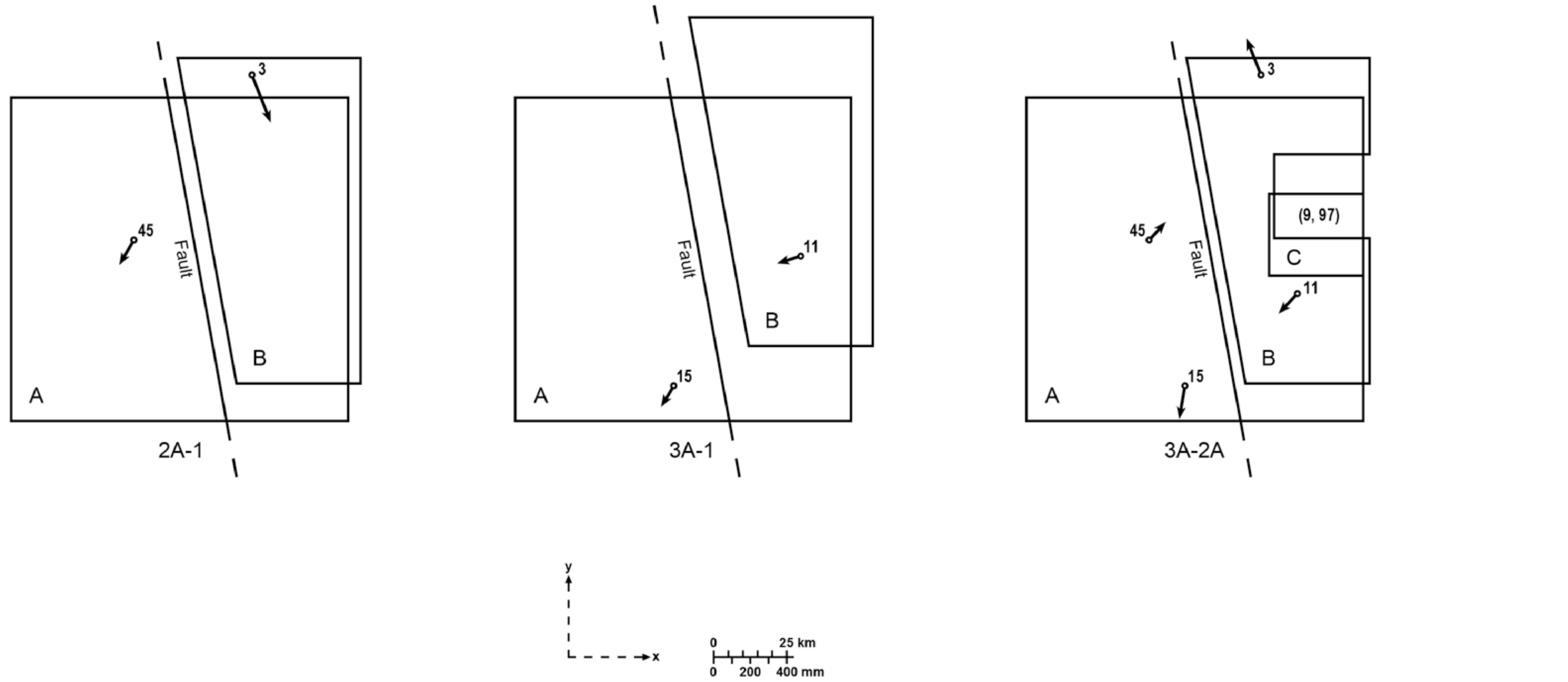


FIG. 5 Simulation A - Depiction of Significant Deformations (movement of block B vs. block A and of single points).

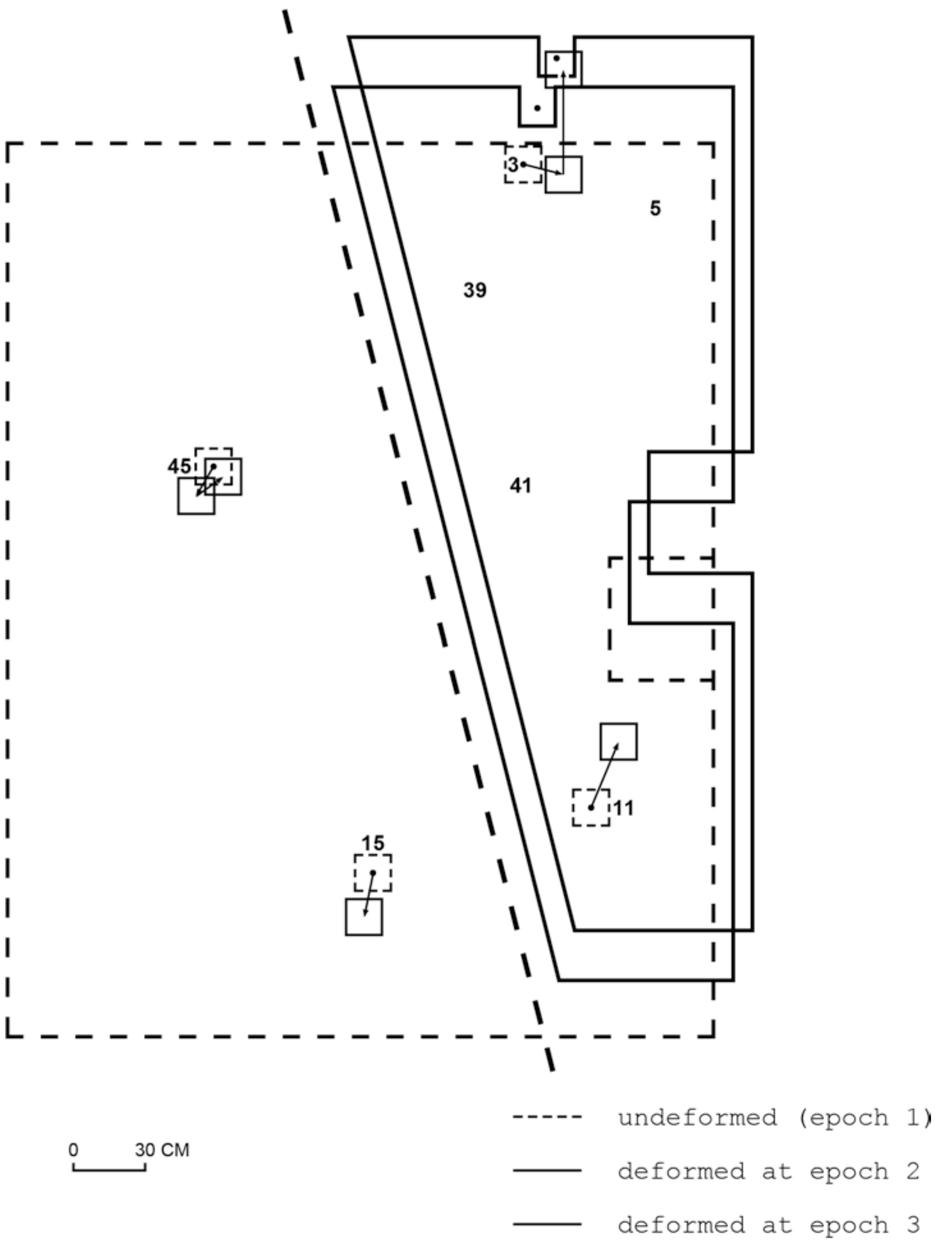


FIG. 6 Simulation A – Depiction of the final deformation model from a simultaneous three-epoch solution.

4. RESULTS OF THE ANALYSIS - SIMULATION B

Step 1: No observation were rejected.

Step 2: Figures 7, 8 and 9 show the best "best" displacements for the epochs 2B-1, 3B-1 and 3B-2B. Table 3 shows the selected deformation models.

Step 3: The results are summarized in Table 3.

Step 4: Due to a rather obvious trend illustrated during the Step 2, the selection of the "best" deformation model was straightforward in all three epoch comparisons:

rigis body displacement of block B with respect to block A and with respect to block C (containing pts. 9 and 97 in epochs 3B-2B).

Step 5: Table 4 gives the final values of the deformation parameters of the "best" models from the simultaneous 3-epoch solution using the same mathematical model as in simulation A.

Step 6: Figure 10 gives a display of deformations for the three pairs of epochs and Fig. 11 displays the final results of the deformation analysis.

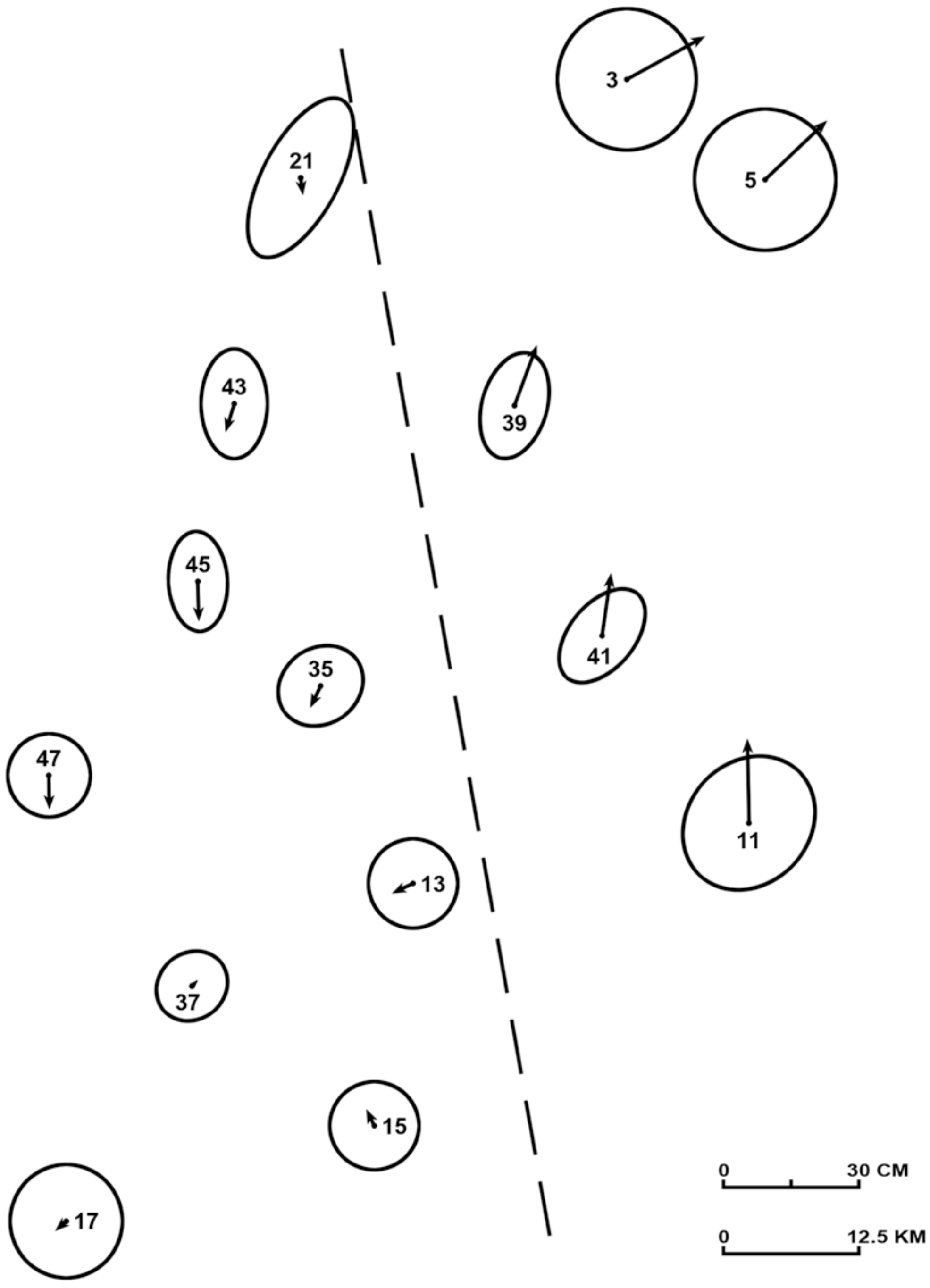


FIG. 7 Simulation B - the "best" displacements and their error ellipses at $\alpha = 0.05$
Epochs 2B-1

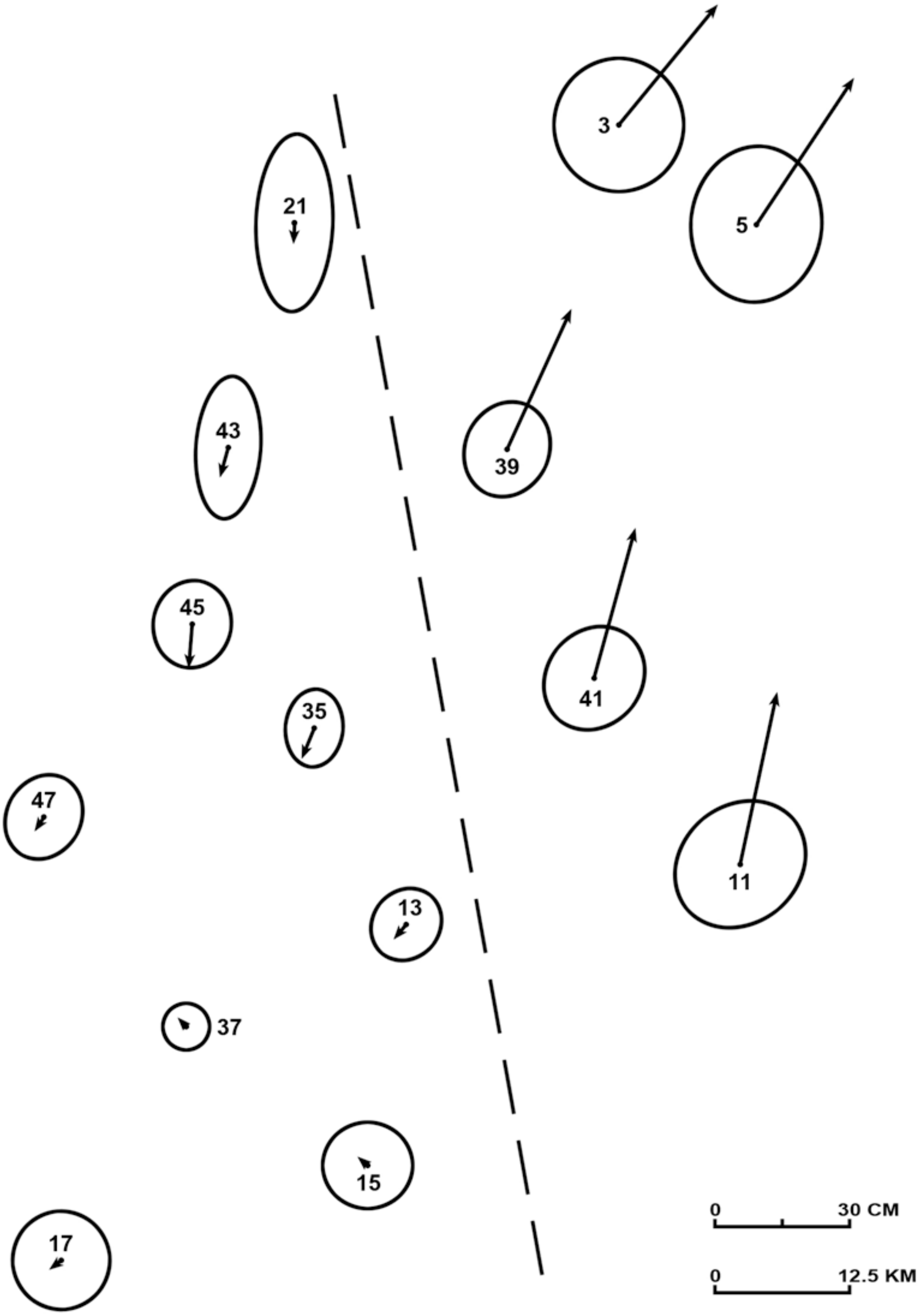


FIG. 8 Simulation B - the "best" displacements and their
error ellipses at $\alpha = 0.05$
Epochs 3B-1

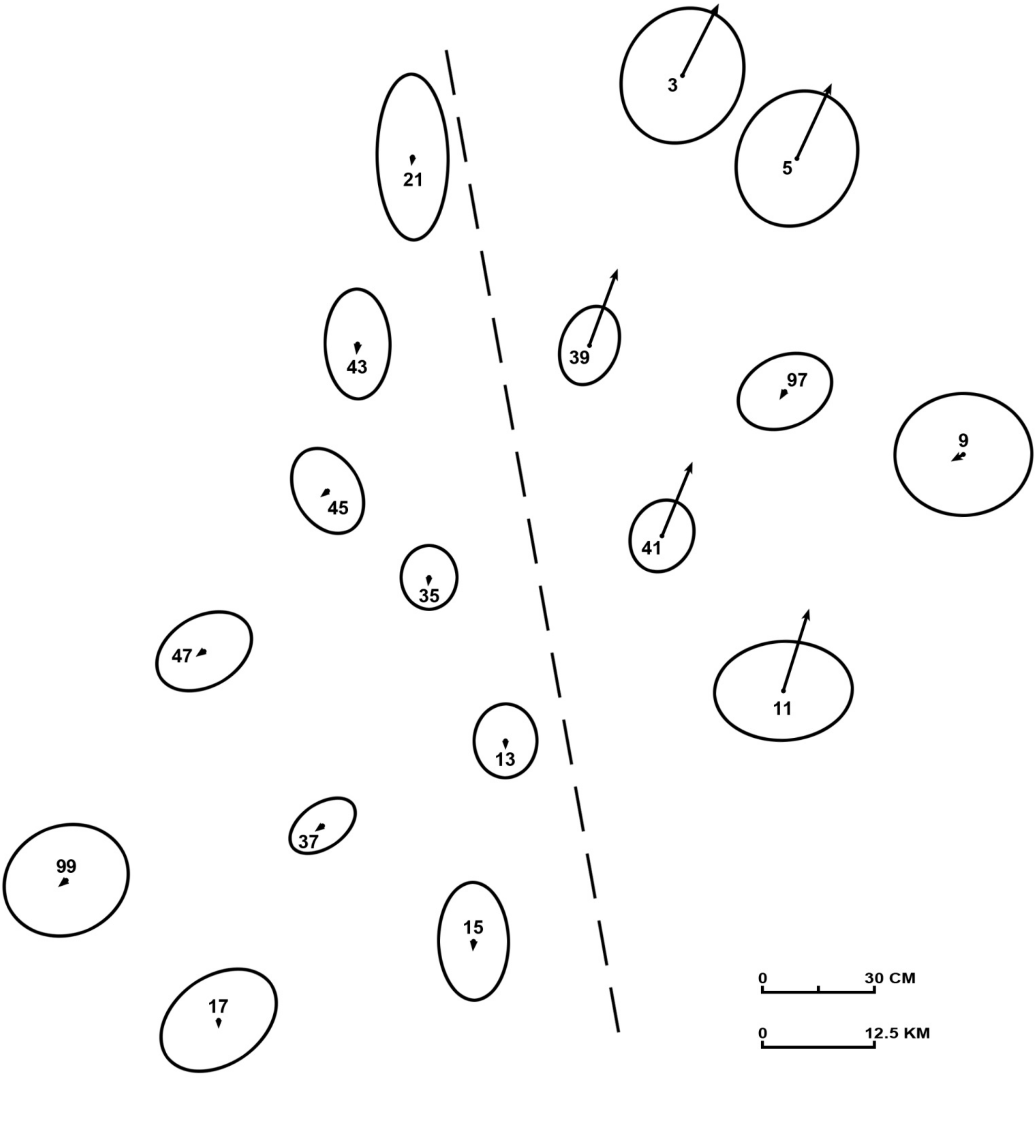


FIG. 9 Simulation B - the "best" displacements and their
error ellipses at $\alpha = 0.05$
Epochs 3B-2B

Table 3. Results of the Deformation Analysis - Simulation B

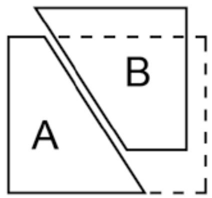
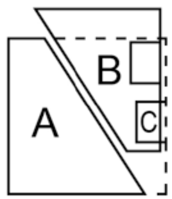
Epochs	Deformation Model	Parameters and their significances $(1-\alpha)$	Global Test $T^2 \lesseqgtr F_{0.05}$
2B-1 3B-1 3B-2B	No deformation " "		3.56 > 1.60 12.66 > 1.60 3.82 > 1.55
2B-1	 $dx_A = 0$ $dx_B = a_B$ $dy_A = 0$ $dy_B = b_B$	$a_B = 63$ mm (0.97) $b_B = 214$ mm (> 0.99) Total B = 223 mm, 16° (0.99)	0.73 < 1.62
3B-1	The same as above	$a_B = 153$ mm (> 0.99) $b_B = 429$ mm (> 0.99) Total B = 455 mm, 20° (0.99)	0.81 < 1.62
3B-2B	 $dx_A = 0$ $dx_B = a_B$ $dy_A = 0$ $dy_B = b_B$ $dx_C = 0$ $dy_C = 0$	$a_B = 88$ mm (> 0.99) $b_B = 209$ mm (> 0.99) Total B = 227 mm, 23° (> 0.99)	0.1 < 1.6

Table 4. Simultaneous Estimation of the Deformation Parameters for the Three Epochs of Observations in Simulation B.

Epochs	Block B (Points 3, 5, 11, 38, 41) $\Delta x_B = a_B$ $\Delta y_B = b_B$	Global Test $T^2 \gtrless F_{0.05}$
2B-1	a_B = 62 mm (24)* b_B = 215 mm (23)	0.3 < 1.42
3B-2B	a_B = 87 mm (22) b_B = 210 mm (19)	

*Standard deviations are given in parentheses.

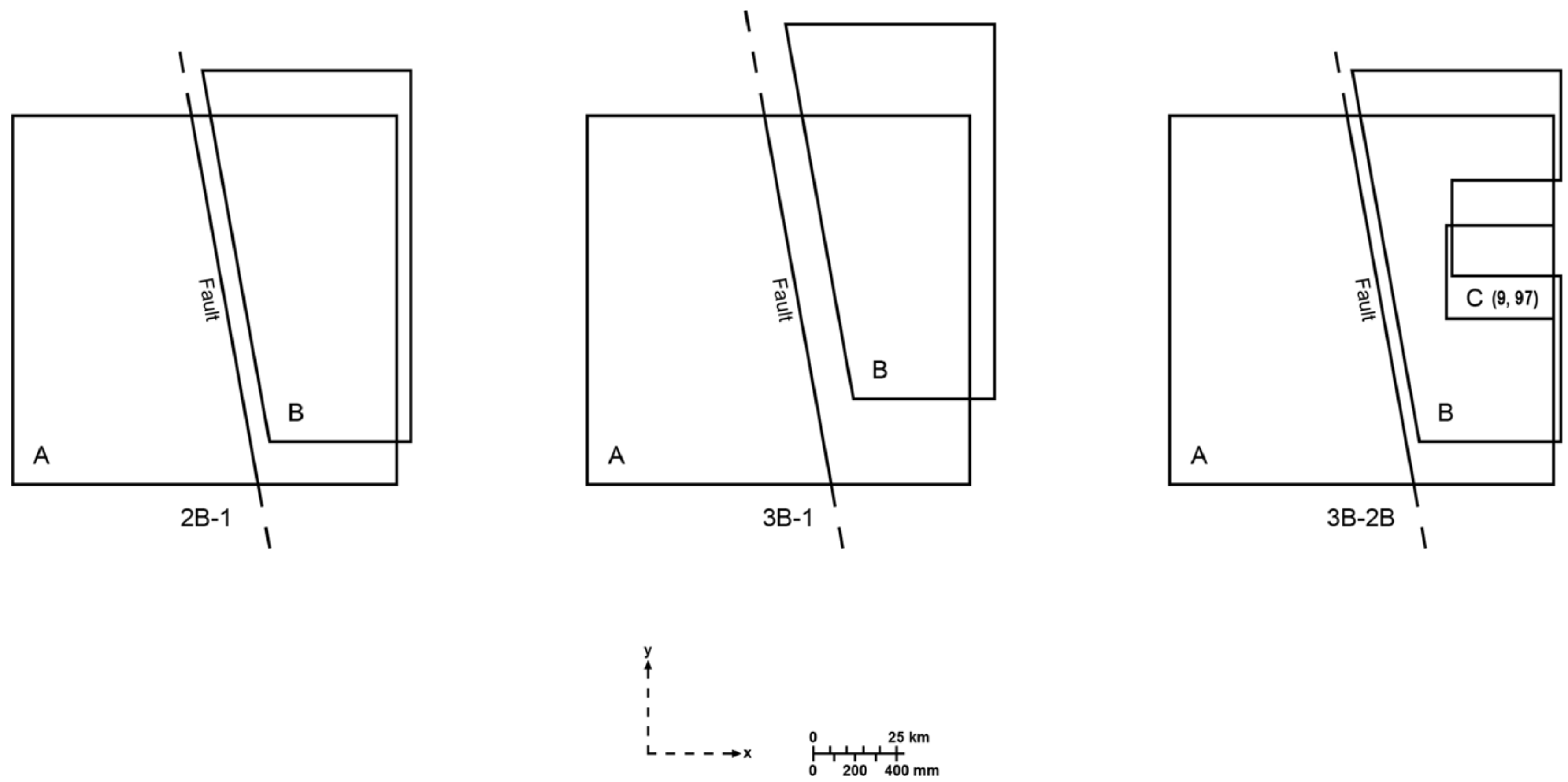


FIG. 10 Simulation B - Depiction of Significant Deformations(movement of block B vs. block A).

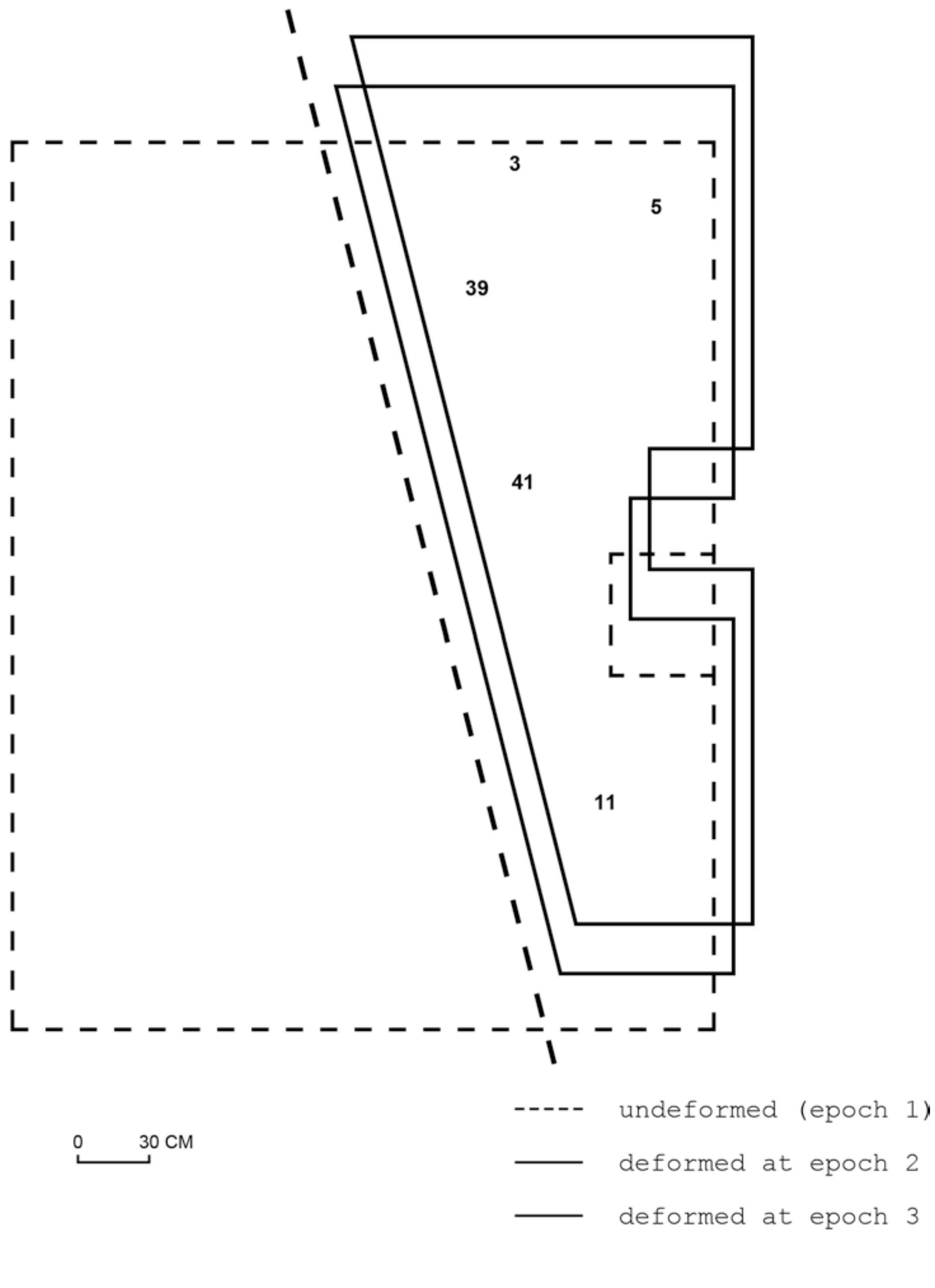


FIG. 11 Simulation B – Depiction of the final deformation model from a simultaneous three-epoch solution.

5. REFERENCES

CHEN, Y.Q.: *Deformation Analysis – A Generalized Method.* Ph.D. Dissertation, University of New Brunswick, Fredericton 1983

CHRZANOWSKI, A. and Members of the "ad hoc" Committee: *A Comparison of Different Approaches into the Analysis of Deformation Measurements.* FIG XVI Congress, Montreux, Switzerland, Paper No. 602.3, Montreux 1981

CHRZANOWSKI, A., CHEN, Y.Q., and SECORD, J.M.: *A Generalized Approach to the Geometrical Analysis of Deformation Surveys.* 3rd (FIG) Symposium on Deformation Measurements, Budapest, August 25-27, Vol. 3, pp. 155 - 179, Budapest 1982

DEFORMATIONSMESSUNG "COSSONAY - LUSSERY"
EIN BEISPIEL GEODAETISCH-GEOLOGISCHER ZUSAMMENARBEIT

von

Theo ENGEL, Francis NOVERRAZ

Institut für Geodäsie und Vermessung,
Geologisches Laboratorium
Eidgenössische Technische Hochschule, Lausanne

ZUSAMMENFASSUNG

Seit 1981 führt das "Institut de Géodésie et Mensuration" der ETH-Lausanne in Cossonay - Lussery Rutschungsmessungen durch. Das Ziel dieser Messungen ist, Ungewissheiten geologischer Natur zu beheben.

Im folgenden wird die geologische Fragestellung präsentiert, welche weitgehend die Disposition des Kontrollnetzes bestimmt hat.

Erste Resultate geben Anlass zu einer möglichen physikalischen Interpretation. Angesichts der schwachen Verschiebungsbeträge ist eine statistische Untersuchung der Messergebnisse angezeigt.

RESUMÉ

Depuis 1981, l'Institut de Géodésie et Mensuration de l'EPF-Lausanne effectue des mesures de déformation sur la zone instable de Cossonay - Lussery. Ce dispositif a été conçu en vue de permettre de lever diverses incertitudes au niveau de l'interprétation géologique du glissement.

Tout d'abord, la géologie du site est présentée.

Les premiers résultats donnent lieu à une interprétation physique. Vu les faibles mouvements mesurés, une analyse statistique des résultats semble être indiquée.

ABSTRACT

Since 1981, the "Institut de Géodésie et Mensuration" of the Federal Institute of Technology in Lausanne is monitoring a landslide near Cossonay - Lussery using geodetic methods. The main objective of these measurements is to resolve ambiguities of geological nature.

The geological problem is presented hereafter. It has largely influenced the design of the monitoring network.

The first results allow a physical interpretation. As the displacements remain very small, a statistical assessment is proposed.

1. EINFUEHRUNG

Anlässlich des 3. Symposiums über Deformationsmessungen in Budapest wurde verschiedentlich auf das Fehlen am geeigneten Messdaten zum Testen von Deformations-Analysemethoden hingewiesen.

Seit 1981 ist das "Institut de Géodésie et Mensuration" der ETH-Lausanne (IGM) an einem interdisziplinären Forschungsprojekt über Rutschgebiete beteiligt, dessen Zielsetzung bereits verschiedentlich beschrieben wurde [MISEREZ, ENGEL, 1982(1); MISEREZ et al., 1982].

Seit Projektbeginn wurden auf neun Testgebieten der Westschweiz Messdispositive installiert, die regelmässig beobachtet werden.

Dank dieser Aktivität verfügt das IGM über Datenmaterial, welches obgenannter Nachfrage für Testmaterial wenigstens zum Teil entgegenkommt. Was den Netzdesign anbelangt, sind diese Daten vom theoretischen Standpunkt aus gesehen nicht immer ideal. Hingegen beinhalten sie ganz eindeutig alle Schwierigkeiten, die sich beim Konzipieren von Kontrolldispositiven im unwegsamen, schwer einzusehenden Terrain stellen können. Damit erlauben sie, die Deformations-Analysemethoden auch anhand ganz konkreter Beispiele zu testen.

In diesem Sinne wurden die Messdaten von Cossonay - Lussery der Gruppe C der FIG Kommission 6 zur Verfügung gestellt.

Nebst den üblichen Anforderungen zur Quantifizierung der Verschiebungsgrössen sollte dieses Messdispositiv auch der Klärung von verschiedenen geologischen Unklarheiten dienen. Diese Anforderung hat die Netzanlage stark beeinflusst. Deshalb enthält dieser Bericht zusätzlich zur Beschreibung der geodätischen Gegebenheiten einführend auch eine geologische Erläuterung der Rutschzone.

2. GEOLOGISCHE LAGEBESCHREIBUNG

Die Rutschzone von Cossonay - Lussery erstreckt sich längs des rechtsufrigen Venogetals über eine Länge von 3,7 km. Bergseits ist sie durch die 530 - 570 m hoch gelegene Cossonay-Ebene abgegrenzt und zieht sich über einen ca. 1 km breiten Abhang bis zu den Ufern der Venoge, welche eine mittlere Höhe von 430 m aufweist.

Geologisch wird der ganze Komplex der Molasseformation des "unteren Chattien" (untere Süsswassermolasse) zugeteilt. Die Schichtung verläuft mit einer mittleren Neigung von 5 - 7° in SSO Richtung.

Die Molasseformation weist zwei Kluftsysteme auf : Das erste ist NW-SO orientiert und bestimmt den Talverlauf südlich von Cossonay, während das zweite mehr oder weniger rechtwinklig dazu steht und so den Talverlauf nördlich von Cossonay bestimmt. Beide Kluftsysteme scheinen ferner in der Instabilität der Zone eine nicht unwesentliche Rolle zu spielen.

Ueberlagert wird die Molasseformation von einer siltig-kiesigen Rhônemoräneschicht, deren Mächtigkeit von einigen Metern bis zu maximal 15 m variiert. Dieses Material findet man auch in der Rutschzone wieder.

3. DURCHGEFUEHRTE GEOLOGISCHE UNTERSUCHUNGEN

Für die Untersuchung der Rutschzone wurden 11 Kernbohrungen durchgeführt, was eine Totallänge von 230 m darstellt. Acht dieser Bohrungen wurden mit Inklinometern ausgerüstet, deren Deflexionen mit einer Digitiltsonde [WILSON, MIKKELSEN, 1977] regelmässig gemessen werden.

Im oberen Teil des Rutsches zeigen die Bohrprofile eine kompakte Molasse. Die Existenz von Harnischflächen lässt aber trotzdem rezente oder ältere Bewegungen vermuten. Diese gehen auch aus der Oberflächenkartierung eindeutig hervor. Es darf also angenommen werden, dass hier ein plattenweises Abrutschen "Schicht-auf-Schicht" stattgefunden hat, welches bergseits durch die vorgenannte Klüftung abgegrenzt wird.

Die talseitig gelegenen Bohrungen zeigen über 10 - 20 m Tiefe stark zerrüttetes Rutschmaterial, welches sich aus Teilen der abgebrochenen Molasseplatten und des Moränematerials zusammensetzen.

4. ZIEL DER GEODAETISCHEN MESSUNG

Wie einführend bereits erwähnt, geht es in Cossonay - Lussery nicht nur darum, die Terrainbewegungen zu quantifizieren. Es soll auch das Verschiebungsfeld der Punkte genau ermittelt werden, mit dem Ziel, folgende geologischen Fragen zu klären :

1) Um was für eine Rutschung handelt es sich ? Die möglichen Varianten können durch zwei Extremsituationen begrenzt werden :

   a) Tiefgründige Verschiebung mit einer Schicht-auf-Schicht Bewegung der Molasse. In diesem Falle wäre das Verschiebungsfeld SSO ausgerichtet, was der Orientierung der Falllinie der Molasseschichten entspricht.

   b) Oberflächenbewegung. In diesem Falle verlaufen die Bewegungen in Richtung der Hangfalllinien, d.h. mehr oder weniger OSO-wärts.

2) Der obere Teil der Rutschzone ist durch markante Terrainstufen geprägt; können diese als plattenweises Abbrechen der Molasseschichten interpretiert werden ?

3) Stimmen die Inklinometermessungen mit den geodätischen Messungen überein ? Sollte dies nicht zutreffen, besteht die Möglichkeit, dass die Rutschflächen tiefer verlaufen als die Reichweite der Bohrungen, worin die Inklinometer verankert sind. Die Verankerung der Inklinometer würde in diesem Falle nicht wie üblich in stabilem Grund fundieren.

5. NETZDISPOSITION

Die Netzdisposition wurde in Abbildung 1 dargestellt. Konzipiert wurde sie als Absolutnetz [CHRZANOWSKI, SECORD, 1983] mit den angenommenen Fixpunkten 1, 2, 26, 630 (633), 722, 724.

Die restlichen Punkte wurden, soweit als möglich, auf drei parallel zur Fallrichtung verlaufenden Linien disponiert und in zwei Gruppen aufgeteilt :

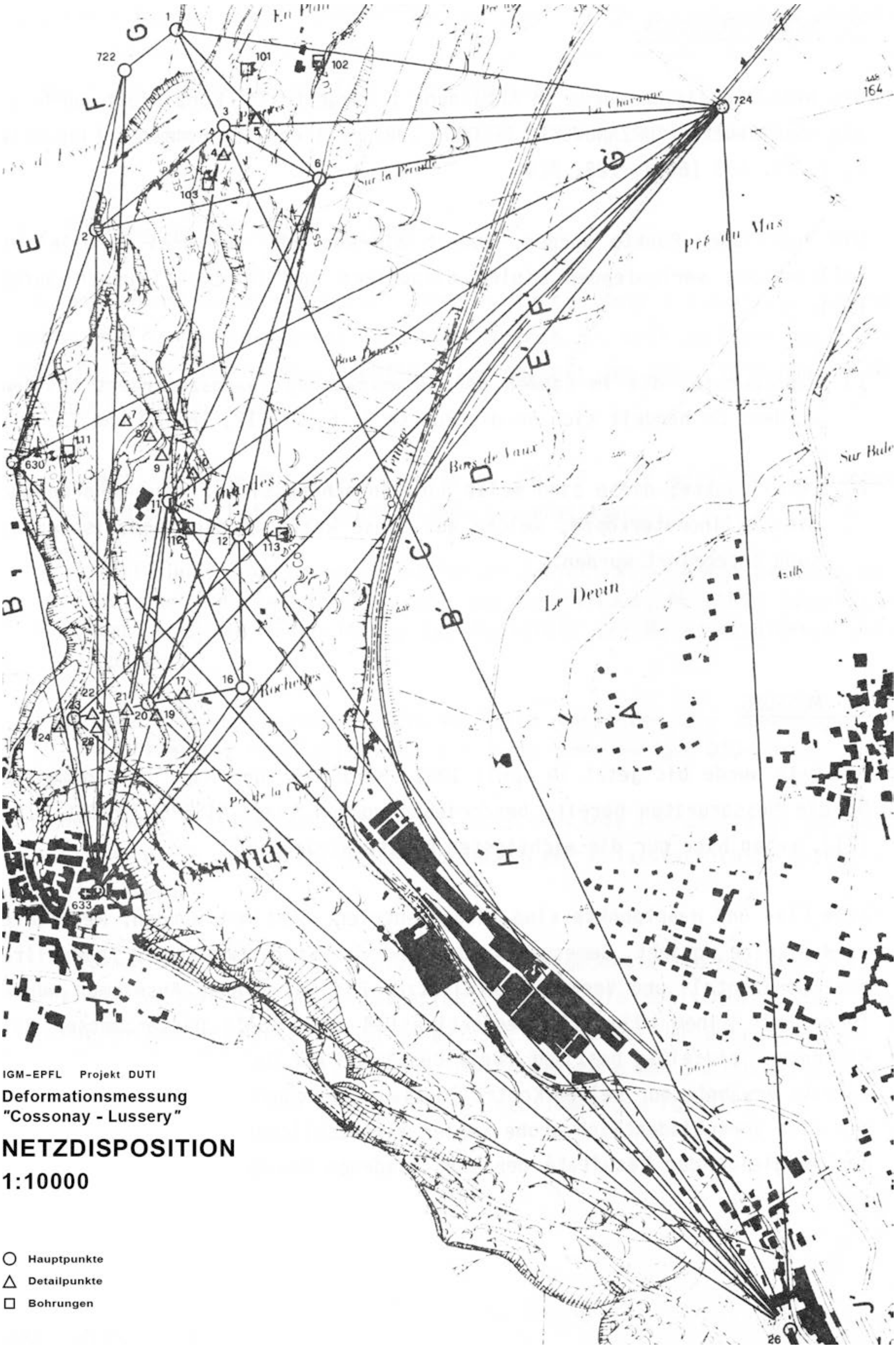
1) Hauptpunkte, die im Rahmen der Gesamtmessung zwangszentriert bestimmt wurden. Es handelt sich um die Punkte 3, 6, 11, 12, 16, 20 und 23.

2) Detailpunkte; diese sind meist nur einfach bestimmt. Dazu gehören auch die Inklinometerköpfe, welche auf diese Weise in die geodätischen Messung integriert wurden.

6. MESSUNG

Das Netz wurde bis jetzt im April 1981, März 1982 und März 1983 gemessen. Da die Messarbeiten bereits beschrieben worden sind [MISEREZ, ENGEL, 1982 (2)], seien hier nur die wichtigsten Punkte wiederholt.

Alle Fix- und Hauptpunkte sind zwangszentriert bestimmt worden. Messfehler wurden keine notiert. Gemessen wurden jeweils mit einem Wild T2 Theodoliten zwei Horizontal- und Vertikalwinkelsätze. Bis auf einige Ausnahmen wurden ferner mit einem Wild DI4L respektive DI4 oder AGA14 Distanzmesser alle Distanzen beidseitig bestimmt. Beim Bestimmen der Detailpunkte sind, wie bereits erwähnt, nur selten Kontrollmessungen durchgeführt worden. Darum haben sich verschiedentlich grobe Fehler eingeschlichen. Diese konnten durch den Vergleich der Resultate der verschiedenen Messepochen aufgedeckt werden.


IGM-EPFL Projekt DUTI
Deformationsmessung
"Cossonay - Lussery"
NETZDISPOSITION
1:10000
Hauptpunkte
Detailpunkte
Bohrungen
Le Devin
Pré du Mas
Cossonay

7. INTERPRETATION DER RESULTATE

Die geodätische Messung wurde zum Lösen ganz bestimmter geologischer Fragen angesetzt. Es scheint darum sinnvoll, die Interpretation der Resultate mit der geologischen Fragestellung in Verbindung zu bringen.

Frage 1 : Ist es möglich, aus den Resultaten der Messungen auf den Rutschtyp zu schliessen ?

Wie bereits erwähnt, kann der Rutsch von Cossonay - Lussery durch die zwei Extremsituationen begrenzt werden :

a) tiefgründiger Rutsch mit einer mittleren Rutschrichtung von 160 - 170 gon

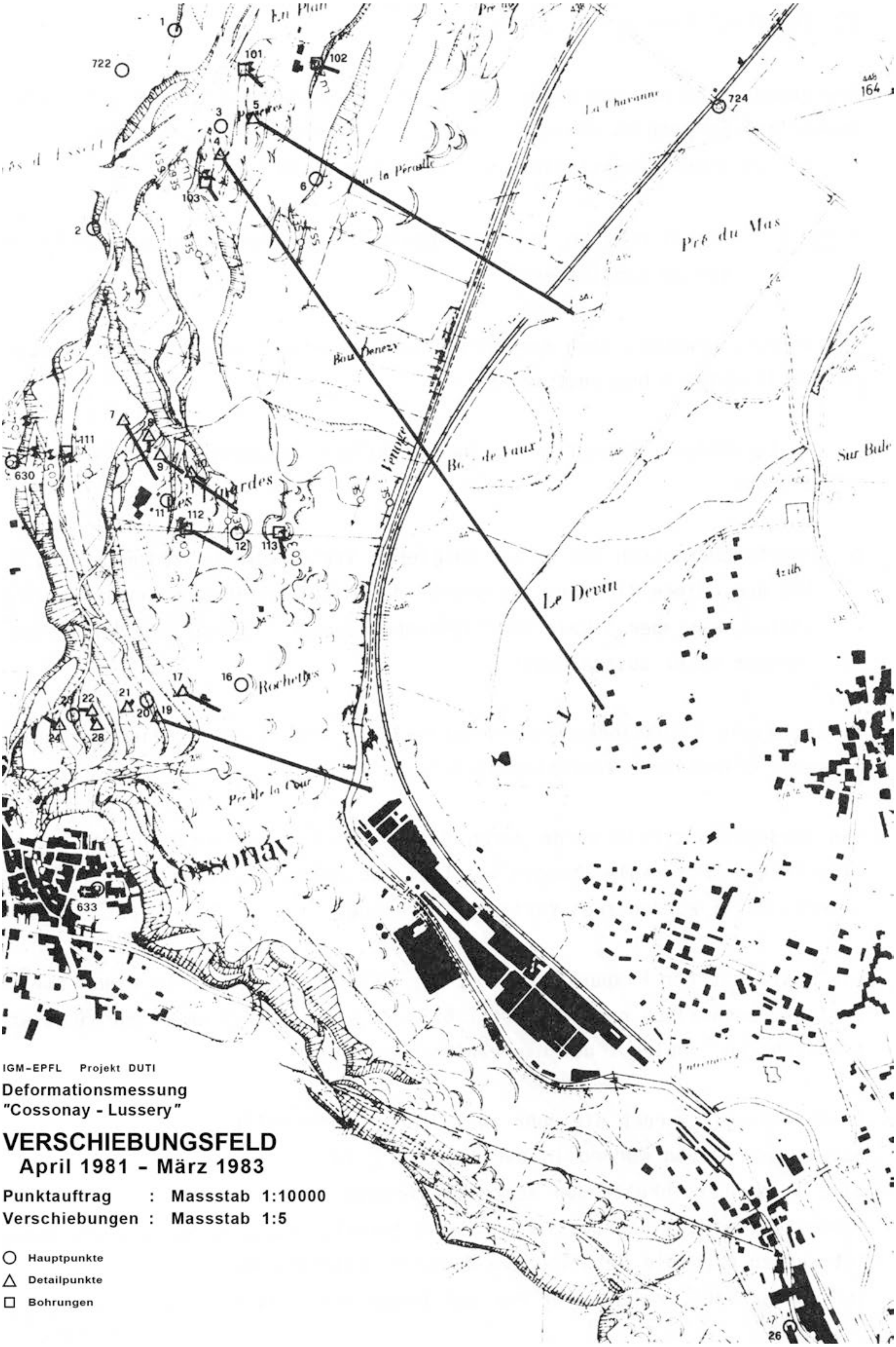
b) Oberflächenrutsch mit einer mittleren Verschiebungsrichtung von 130 - 140 gon. Diese Richtung entspricht der mittleren Orientierung der Falllinien, was aber lokale Oberflächenbewegungen mit beträchtlichen Abweichungen nicht ausschliesst.

Diese beiden Situationen unterscheiden sich also hauptsächlich durch verschieden orientierte Verschiebungsfelder.

Das Verschiebungsfeld wurde durch Gauss-Helmert Transformation der minimal gerechneten Netzausgleichungen von 1981 und 1983 auf diejenige von 1982 bestimmt. Dabei wurden zwei Varianten berechnet :

Die erste mit den Fixpunkten 1, 2, 26, 630, 722 und 724, in einer zweiten Variante zusätzlich noch der Punkt 633. Es handelt sich um einen nicht stationierbaren, schlecht definierten Hochpunkt.

In Abbildung 2 wurden die über zwei Jahre festgestellten Deformationen aufgezeichnet. Davon wurden in der Tabelle 1 für beide berechneten Varianten alle 1 cm überschreitenden Werte der Grösse nach geordnet, wobei nur die mindestens einmal überbestimmten Werte berücksichtigt wurden. Nicht beachtet wurden auch die Detailpunkte 4 und 5. Letztere weisen sehr grosse Verschiebungen auf, welche aber nur auf lokale Abrisszonen hinweisen.



IGM-EPFL Projekt DUTI
Deformationsmessung
"Cossonay - Lussery"
VERSCHIEBUNGSFELD
April 1981 - März 1983
Punktauftrag : Massstab 1:10000
Verschiebungen : Massstab 1:5
Hauptpunkte
Detailpunkte
Bohrungen
Pré du Mas
Le Devin
Cossonay
La Charanne
Sur Bule

	Variante 1		Variante 2	
Punktnummer	ϕ [gon]	D [cm]	ϕ [gon]	D [cm]
11	129	8,5	132	8,5
6*	139	6,8	143	7,0
3	150	5,7	152	5,6
20	158	4,6	164	4,9
12	159	1,5	170	1,8
10	159	1,0	179	1,3
16	(200)	(0,8)	194	1,2

* : Extrapolierter Wert
ϕ : Verschiebungsrichtung
D : Verschiebungsgrösse

Variante 1 : Fixpunkte 1, 2, 26, 630, 722, 724
Variante 2 : Fixpunkte 1, 2, 26, 630, 633, 722, 724

Tabelle 1 - Klassierung der gemessenen Verschiebungen 1981 - 1983 nach ihrer Grösse

Vergleicht man nun diese Werte mit den mittleren Rutschrichtungen für tiefgründige oder Oberflächenbewegungen, so stellt man fest, dass mit abnehmendem Verschiebungsbetrag die Orientierung zunehmend die Richtung des Tiefenrutsches annimmt. Bei grossen Werten hingegen findet man immer näherungsweise die Orientierung in Richtung der Hangfalllinien.

Aus dem Vergleich der Resultate beider Varianten geht aber auch hervor, dass die Wahl der Fixpunkte einen Einfluss auf die Resultate hat. Angesichts der schwachen Verschiebungsbeträge ist die Beantwortung der gestellten Fragen nur nach einer statistischen Untersuchung der Stabilität der Fixpunkte möglich.

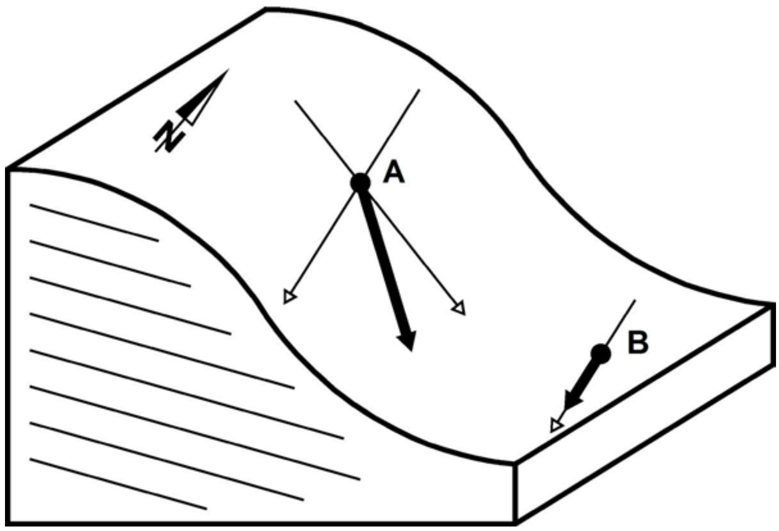
Qualitativ ist folgende Antwort möglich :

Antwort 1 : Die Bewegung setzt sich aus zwei sich überlagernden Komponenten zusammen :

a) Eine Komponente von ca. 0,5 cm/Jahr in SSO-Richtung, was einer Tiefenbewegung "Schicht-auf-Schicht" entsprechen würde.

b) Eine Komponente in OSO-Richtung, die einer Oberflächenbewegung gleichzusetzen ist, wobei Hangneigung und sehr lokale Oberflächenanomalien ihr Ausmass bestimmen.

In Abbildung 3 wurde dies graphisch dargestellt.



A : Punkt in Hanglage. Die Verschiebungsrichtung setzt sich aus den beiden vorhandenen Verschiebungskomponenten zusammen.

B : Punkt in mehr oder weniger flachem Gebiet. Es verbleibt einzig die tiefgründige Verschiebungskomponente

Abb. 3 - Schematische Darstellung des möglichen Bewegungsverlaufes im Rutschgebiet von Cossonay - Lussery

Frage 2 : Erlauben die Messungen, auf ein plattenweises Abbrechen der Molasse zu schliessen ?

Zur Beantwortung dieser Frage muss das Verschiebungsfeld sämtlicher Punkte (Haupt- und Detailpunkte) berücksichtigt werden.

Angesichts der nur sehr kleinen Verschiebungsbeträge fällt aber die Ungenauigkeit bei der Bestimmung der nicht kontrollierten Detailpunkte allzusehr ins Gewicht.

Auf eine Beantwortung dieser Frage wird deshalb verzichtet.

Frage 3 : Besteht eine Uebereinstimmung zwischen den geodätischen und inklinometrisch gemessenen Verschiebungen ?

Die entsprechenden Werte wurden in Tabelle 2 gegenübergestellt :

Punkt Nr.	Inklinometerwerte		Geodätische Werte	
	ϕ [gon]	D [cm]	ϕ [gon]	D [cm]
101	120	1,6	164	1,5
102	135	1,3	137	1,4
103	135	1,5	179	1,3
111	165	4,4	220	2,5
112	145	3,3	148	3,9
113	225	2,3	203	1,7

Tabelle 2 : Vergleich der inklinometrisch und geodätisch gemessenen Verschiebungen

Die hier gestellte Frage ist aus folgenden Gründen schwierig zu beantworten :

1) Messtechnisch bereitet das Bestimmen von Inklinometerköpfen einige Schwierigkeiten, die sich durch eine Zentrierungsgenauigkeit von bis zu

5 mm ausdrücken kann. Eine Verbesserung kann erreicht werden, indem das Inklinometerrohr direkt in die Messstation integriert wird [CACOŃ, 1982]. Es könnte aber auch die Verschiebung eines nahe am Inklinometer gelegenen Messpunktes gemessen werden, wenn gewährleistet ist, dass dessen Verschiebung mit jener des Inklinometers identisch ist.

2) Wegen eines nicht vermeidbaren Dralls des Inklinometerrohres ist es nicht möglich, seine Verschiebungsrichtung genau zu messen. Ungenauigkeiten von mindestens ± 10 gon sind üblich.

Diese Einschränkungen verlangen eine entsprechend nuancierte Beantwortung der gestellten Frage.

Antwort 3 : Qualitativ wird eine gute Uebereinstimmung zwischen geodätisch und inklinometrisch bestimmten Verschiebungen festgestellt. Von einer quantitativen Bewertung muss aber angesichts der schwachen Bewegungsbeträge abgesehen werden.
Im besonderen ist auch eine Bestätigung der zur Frage 1 gegebenen Antwort nicht möglich.

8. SCHLUSSFOLGERUNGEN

Eine korrekte geologische Interpretation des Rutsches von Cossonay - Lussery ist nur möglich, wenn über detaillierte Kenntnisse betreffend Grösse und Orientierung des Verschiebungsfeldes verfügt wird. Für eine vertiefte Zusammenarbeit zwischen Geodäten und Geologen sind somit ideale Bedingungen gegeben. Die vorstehend untersuchten Messresultate konnten dies weitgehend bestätigen.

Speziell interessant ist die Feststellung, dass die geodätischen Untersuchungen bezüglich der Rutschrichtung anscheinend auf einen Einfluss der tiefliegenden Molasse hinweisen. Da die möglichen Aussagen auf Werten beruhen, die vom Messtechnischen her nahe der Signifikanzschwelle liegen, ist jedoch bei der Interpretation Vorsicht angezeigt.

Hier manifestiert sich nun das Interesse einer statistischen Weiterführung der Analyse. Cossonay - Lussery stellt also nicht nur, wie einführend gesagt wurde, ein realistisches Beispiel einer geodätischen Kontrollmessung in schwierigem Terrain dar, es beinhaltet ebenfalls eine Fülle von Material für eine vertiefte theoretische Untersuchung.

LITERATUR

CHRZANOWSKI, A., und J.M. SECORD : **Report of the ad hoc committee on the analysis of deformation survey.** FIG XVII Internat. Congress, Sofia, Bulgaria, June 19-28, 1983

MISEREZ, A., und Th. ENGEL : **Présentation du project "Détection et utilisation des terrains instables" (DUTI).** III Internat. Symposium on deformation measurements by geodetic methods, Budapest, August 25-27, 1982 (1)

MISEREZ, A., und Th. ENGEL : **Bemerkungen zum Netz Cossonay.** Notiz an die Mitglieder der FIG "ad hoc" Studiengruppe über Deformationsanalyse, 21.12.1982 (2)

MISEREZ, A.; H.H. GABUS; H. DUPRAZ; R. DURUSSEL; O. KOELBL; J.-J. STUBY, und Th. ENGEL : **Mensuration et Photogrammétrie au glissement de La Frasse, 1981 - 1982.** Mensuration, Photogrammétrie, Génie rural, Novembre 1982

WILSON, S.D., und P.E. NIKKELSON : **Foundation Instrumentation, Inclinometers.** U.S. Department of Transportation, Federal Highway Administration, Office of Development, Implementation Division, Washington, D.C., July 1977

THREEDIMENSIONAL DEFORMATION ANALYSIS OF GEODETIC NETWORKS BY MEANS OF FINITE ELEMENTS

by

E.W. GRAFAREND

Department of Geodetic Science
Stuttgart University
Keplerstr. 11
D-7000 Stuttgart 1
Federal Republic of Germany

ABSTRACT

Observables of type horizontal and vertical directions, distances, astronomical longitude and latitude, azimuths are used to compute Cartesian coordinates of network points ***at various observational epochs*** in a geocentric-equatorial reference frame which is holonomic in spacetime. Coordinate differences are used to compute the displacement vector and its functionals of type local translation, local rotation and local deformation with respect to a tetrahedron finite element. Numerical results from different threedimensional networks are presented.

ZUR AUSWIRKUNG VON BEOBACHTUNGSFEHLERN AUF DEFORMATIONEN ODER DEFORMATIONEN ALS BEOBACHTUNGSFEHLER GEDEUTET

von

Lothar Gründig
Joachim Bahndorf
Matthias Neureither

Institut für Anwendungen der Geodäsie im Bauwesen

Universität Stuttgart
Keplerstraße 10
7000 Stuttgart 1
Bundesrepublik Deutschland

ZUSAMMENFASSUNG

Im vorliegenden Beitrag wird gezeigt, daß nicht jede aufgrund statistischer Analaysen berechnete Punktverschiebung zwischen 2 verschiedenen Meßepochen vorbehaltlos als tatsächliche Deformation gedeutet werden darf. Im Datenmaterial verbleibende unerkannte Beobachtungsfehler können Pseudodeformationen erzeugen, die zu Fehlschlüssen bei der Interpretation der Ergebnisse führen.
Zum Zwecke einer Beurteilung der dem Datenmaterial und der Netzanlage inhärenten Störeinflüsse wurde ein Deformationsanalyseverfahren entwickelt. Dieses Instrument kann nicht nur zur Auswertung durchgeführter Messungen eingesetzt werden, sondern liefert bereits in der Planungsphase von Deformationsnetzen wertvolle Hinweise auf Schwachzonen des anzulegenden Netzes, die damit frühzeitig erkannt und vermieden werden können.

ABSTRACT

In this paper it is shown that point displacements being calculated between different measurement epochs are not necessarily real deformations. Errors in the observables which might stay undetected even by a statistical analysis of the residuals might cause pseudo-deformations leading to misconclusions in interpreting the results of the deformation analysis. In order to judge the data material of deformation control networks a program system was developed which allows to take into account such disturbing influences.
This program system may also be applied to get valuable hints where to improve zones of weakness during the planning of a deformation control network in order to avoid bad configurations.

1. EINFUEHRUNG

Bei der Analyse von Deformationen in geodätischen Netzen ist der Vermessungsingenieur auf genaue und zuverlässige Auswerteverfahren angewiesen, wenn die zu erwartenden Deformationen nur geringfügig größer sind als die Meßgenauigkeit. Das vermutete Verformungsverhalten, das in Zusammenarbeit mit Bauingenieuren oder Geologen erarbeitet wird, bildet die Grundlage für eine bestmögliche Netzanlage und für eine Beschreibung des funktionalen Deformationsmodells. Aus dem Ergebnis der Analyse werden dann neue Schlüsse gezogen, welche die Vermutungen gerechtfertigt erscheinen lassen, in Frage stellen oder zu völlig anderen Vermutungen Anlaß geben.

Bei der Beurteilung des Deformationsverhaltens arbeitet man auf der Basis statistischer Tests und es gilt, die Voraussetzung für die Anwendbarkeit der Testverfahren sicherzustellen. Testverfahren, die auf der Basis von Ersatzbeobachtungen - Koordinaten - arbeiten, gehen davon aus, daß die der Koordinatenberechnung zugrunde liegenden Beobachtungen nur zufällig von ihren wahren Werten abweichen und die Abweichungen normalverteilt sind. Diese Hypothese wird bei der Ausgleichung der Einzelepochen geprüft, indem die Beobachtungen hinsichtlich grober Fehler getestet werden. Die als Ergebnis aus den Einzelausgleichungen gewonnenen Koordinatenvariablen werden zusammen mit ihrer Varianz-Kovarianzmatrix für eine Analyse mehrerer Epochen bereitgestellt.

Das Beobachtungsmaterial wird also durch Ersatzbeobachtungen und deren entsprechenden stochastischen Eigenschaften ersetzt. Dies ist sicher zulässig, wenn verbleibende Restfehler im Datenmaterial nur im Bereich der statistischen Grenzwerte zufällig streuen. Abhängig von der Kontrollierbarkeit der Beobachtungen bei der jeweiligen Netzanlage könnten jedoch wesentlich größere - in der Einzelausgleichung nicht mit genügender Sicherheit erkennbare - Beobachtungsfehler verbleiben, welche die Koordinaten unzulässig stark verfälschen. Als Maß für die Verfälschung der Ausgleichungsergebnisse wurden von BAARDA (1968) Größen der äußeren Zuverlässigkeit eingeführt, aus denen sich die Auswirkungen eines groben Beobachtungsfehlers auf die Koordinaten ableiten lassen. Beim Vergleich zweier Einzelepochen können die Maße der äußeren Zuverlässigkeit unmittelbar als Deformationen gedeutet werden. Sind diese signifikant oder werden sie durch die statistischen Grenzwerte bei der Analyse automatisch berücksichtigt? Sind umgekehrt Deformationen auch auf Beobachtungsfehler zurückführbar?

2. MOTIVATION

Bei den schon in BAHNDORF, GRÜNDIG (1982) durchgeführten Netzanalysen hat sich gezeigt, daß verbleibende unerkannte Restfehler zu signifikanten Deformationen führen können. So blieb ein durch fehlerhafte Streckenreduktion hervorgerufener Fehler bei der lagemäßigen Analyse eines Netzes unerkannt und führte zu einer als signifikant festgestellten scheinbaren Deformation. Bei der dreidimensionalen Analyse wurde der Fehler erkannt und ausgeschaltet, die Deformation in dem entsprechenden Punkt war nicht mehr signifikant.

Weitere Beispiele aus der Praxis haben gezeigt, daß in der Regel weitaus mehr Punkte als deformiert erkannt werden, als es aufgrund tatsächlich vorliegender Verhältnisse möglich sein kann.

Rein statistische Auswerteverfahren stoßen hier auf die Grenze ihrer Leistungsfähigkeit. Es ist notwendig, entweder detailliertere Aussagen aus dem Beobachtungsmaterial selbst abzuleiten oder Zusatzinformationen zur Beurteilung heranzuziehen, die im Deformationsmodell nicht erfaßt sind. Dadurch gelingt es, gesichertere Schlüsse über tatsächlich existente Deformationen zu ziehen.

Im folgenden wird eine Methode vorgestellt, die eine genaue Analyse der Meßdaten hinsichtlich verbleibender Beobachtungsinhomogenitäten und deren Auswirkungen auf festgestellte Deformationen erlaubt. Um den durch unerkannte Beobachtungsfehler verursachten Pseudodeformationen systematisch nachzugehen, wurden eine Reihe von Untersuchungen an verschiedenen Deformationsnetzen durchgeführt, über die zusätzlich berichtet werden soll.

3. THEORETISCHER HINTERGRUND

Das Grundprinzip einer geometrischen Deformationsanalye läßt sich in aller Kürze so darlegen:
Gemessen seien zu i = 1,..., n Meßepochen Beobachtungsgrößen l_i.
Zwischen diesen Größen und den Koordinatenvariablen x_i bestehe ein funktionaler Zusammenhang, der durch ein Gauß-Markoff-Modell der Form

$$v_i = A_i x_i - l_i \qquad P_i \tag{1}$$

mit dem Residuenvektor v_i und der Modellmatrix A_i beschreibbar ist. Die Stochastik einer Epoche sei in der Gewichtsmatrix P_i erfaßt.

Ordnen wir die Variablen aller Epochen im Vektor

$x = [x_1 \ldots x_i \ldots x_n]$

an, so gelten unter der Hypothese "die Variablen zwischen den Epochen stehen in Beziehungen zueinander, welche in der Matrix B und dem konstanten Vektor w funktional modelliert sind" die Bedingungen

$$Bx = w \qquad (2)$$

Es ist Hauptaufgabe der Analyse, die Zuverlässigkeit des Ansatzes (1) zu prüfen und die Gültigkeit der Bedingungen (2) festzustellen, zu verwerfen oder neu zu modellieren.
Die Vorgehensweise des hier beschriebenen Analyseverfahrens läßt sich in vier Segmente gliedern, die logisch aufeinanderfolgen:

Phase 1: Analyse der Einzelepochen und Bestimmung der Koordinaten mitsamt ihrer Varianz-Kovarianzmatrix in freier Netzausgleichung

Phase 2: Beurteilung der inneren und äußeren Zuverlässigkeit Deformationsanalyse aller Epochen zur Feststellung von signifikanten Einzelpunktverschiebungen

Phase 3: Beurteilung der deformierten Punkte und erneute Deformationsanalyse mit diesen Punkten, um zusammengehörende Punktgruppen erfassen zu können

Phase 4: Beurteilung der Auswirkung möglicher verbleibender grober Beobachtungsfehler auf die erkannten Deformationen in einer gemeinsamen Ausgleichung mit den als identisch angenommenen Punkten

Die die Thematik dieses Berichts berührenden Lösungskonzepte werden im folgenden beschrieben. Besonderen Wert gelegt wird dabei auf eine eingehende Beurteilung der Messungsdaten hinsichtlich ihrer Auswirkung auf die Ergebnisse der Deformationsanalyse. Dies ist unumgänglich, wenn man bedenkt, daß sämtliche Verfahren auf der Hypothese "normalverteilte Beobachtungen" basieren.

Die Grundlage der Überprüfungen bildet die statistische Analyse der als unabhängig von allen anderen Epochen betrachteten Beobachtungen der Epoche 1. Diese erfolgt in den Einzelausgleichungen durch "Data Snooping" unter Verwendung von

$$Q_{vv} = Q_{ll} - A\,Q_{xx}\,A' \qquad (3)$$

Q_{vv}, Q_{xx} sind Kofaktorenmatrizen der Verbesserungen bzw. der Variablen. Für jede Beobachtung k (k = 1...i...n) wird der Redundanzanteil $r_k = (Q_{vv}P)_{kk}$ gebildet. Überschreitet

$$w_k = \frac{v_k \sqrt{P_{kk}}}{\sqrt{r_k}} \qquad (4)$$

einen gegebenen kritischen Wert k, so wird ein grober Fehler vermutet, der nach FÖRSTNER (1974) die Größe

$$\nabla l_k = -\frac{v_k}{r_k} \qquad (5)$$

besitzt, wenn die übrigen Beobachtungen als fehlerfrei angenommen werden können. ∇l_k wirkt sich mit

$$\nabla x_i = -(A'A\,P)^{-1} A'P\,\nabla l_k \qquad (6)$$

auf die Koordinaten aus.
Liegt genügend große Redundanz im Beobachtungsmaterial vor, so ist die Schätzung der Varianz von Beobachtungsgruppen eine Kontrolle und ein Maß für den richtig gewählten stochastischen Ansatz.
Aus den Beobachtungen der Gruppe m rechnet sich die geschätzte Varianz der Beobachtungsgruppe zu:

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{v'P\,v}{r(m)}}\;(m) \qquad (7)$$

Nach PERSSON (1981) unterliegen die geschätzten Varianzkomponenten genähert der χ^2-Verteilung und können mit dem Test der F-Verteilung geprüft werden. Eine falsch gewählte Varianz kann wie verbleibende Beobachtungsfehler bei der anschließenden Analyse der Epochen zu Pseudodeformationen führen, da dort die Einzelbeobachtungen unberücksichtigt bleiben. Nach HAWKINS (1980) handelt es sich bei einer solchen Fehlentscheidung um einen Fehler 3. Art.

Es wurde korrekt geschlossen, daß eine Unstimmigkeit vorliegt. Der Schluß, es handle sich um eine Deformation und diese Deformation sei signifikant, ist jedoch falsch, wenn in Wirklichkeit ein grober Beobachtungsfehler Ursache dieser Deformation ist.
Offenbar ist dieser Fehler 3. Art dann wahrscheinlich, wenn Deformation und Beobachtungsfehler stark korreliert sind, d.h., wenn der Beobachtungsfehler Ursache der Punktverschiebung ist.

Zur Beurteilung des Beobachtungsmaterials wird der Grenzwert für erkennbare grobe Fehler $\nabla_0 l_i$ aus angenommenen Irrtumswahrscheinlichkeiten bestimmt; z.B. folgt aus $\alpha = 0{,}1$ %, $\beta = 80$ % der Nichtzentralitätsparameter $\delta_0 = 4{,}13$ und entsprechend BAARDA (1968) ergibt sich damit:

$$\nabla_0 l_i = \delta_0 \sqrt{\frac{1}{r_i P_{ii}}} \tag{8}$$

Die Auswirkung dieses Grenzwertes auf die Punktkoordinaten kann Pseudodeformationen verursachen.
Aus (6) und (8) folgt:

$$\nabla_0 x = -(A' P A)^{-1} A' P \nabla_0 l_i \tag{9}$$

$\nabla_0 x_i$ gibt die systematische Verfälschung des Unbekanntenvektors an, wenn ein grober Fehler $\nabla_0 l_i$ im Datenmaterial verbleibt. Obwohl abhängig von der Wahl des Koordinatensystems gibt ∇x bzw. $\nabla_0 x$ schon bei der Ausgleichung der Einzelepoche Hinweise auf verschiebungsgefährdete Punkte aufgrund von groben Beobachtungsfehlern.

Bei der Deformationsanalyse wird die Hypothese "Einzelpunktverschiebung" getestet. Entsprechend PELZER (1971) wird im Globaltest die Identität zweier Netze als nicht wahrscheinlich verworfen, wenn die Testgröße

$$\frac{\Omega_B}{\Omega_0} \quad \text{mit} \quad \Omega_B = \frac{(x_I - x_{II})^T \, Q_{dd} \, (x_I - x_{II})}{r_B} \quad \text{und} \quad \Omega_0 = \frac{v_I' P_I v_I + v_{II}' P_{II} v_{II}}{r_I + r_{II}}$$

den Grenzwert der Fisherverteilung überschreitet. Die nach NIEMEIER (1976) durchgeführte Identifikation des als verschoben vermuteten Punktes zieht eine Elimination des Punktes mit dem größten Ω-Anteil nach sich. Die Analyse wird wiederholt, nachdem eine S-Transformation entsprechend STRANG VAN HEES (1982) auf die als unverändert betrachteten Punkte durchgeführt wurde.

Da die Hypothese Einzelpunktverschiebung willkürlich ist - es könnten auch Punktgruppen verschoben sein - muß die Signifikanz der Einzelpunktverschiebung nach Erreichen des $\frac{\Omega}{\Omega_0}$ Grenzwertes geprüft werden. Als Prüfgröße bietet sich der t-Test mit der Testgröße $\frac{\Delta d}{\sigma d}$ an. Dieser liefert ein zusätzliches Maß für die Zuverlässigkeit der Hypothese "Punktverschiebung". Ein Beispiel für eine zunächst falsch interpretierte Einzelpunktverschiebung ist in Abb. 7 dargestellt. Punkt 21 wurde als signifikant verschoben gelöst; die Schlußprüfung dokumentierte - wie die Zeichnung - die Zugehörigkeit zur Gruppe der nichtverschobenen Punkte.
Um die Auswirkungen grober Beobachtungsfehler auf Deformationen zu beurteilen, muß auf die Originalbeobachtungen der einzelnen Epochen zurückgegriffen werden. Eine gemeinsame Ausgleichung der Beobachtungen zweier Epochen ermöglicht es, die Auswirkung von Beobachtungsfehlern in Richtung der erkannten Deformationen zu bestimmen und so mögliche Pseudodeformationen aufzudecken. Die als nicht identisch betrachteten Punkte werden bei dieser Analyse verschieden bezeichnet. Liegt eine Verschiebung des Punktes k nach $\overline{k}$ mit Richtung φ_k vor, so ergibt sich die Auswirkung des Beobachtungsfehlers ∇l_j auf die Deformation d_k zu:

$$\nabla d_{kj} = \left(\nabla x_{\overline{k}} - \nabla x_k\right)_j \cos\varphi_k + \left(\nabla y_{\overline{k}} - \nabla y_k\right)_j \sin\varphi_k \tag{10}$$

Der Maximalwert ∇d_k gibt die Auswirkung von möglicherweise verbleibenden Beobachtungsfehlern auf die Deformation d_k an, analog zur Auswirkung eines groben Fehlers auf den Durchschlag eines Tunnelnetzes. Mit ∇d_{kj} lassen sich mögliche Beobachtungsfehler als Deformationsanteile unmittelbar deuten. Schon bei der Planung eines Analysenetzes kann mit (10) die Auswirkung grober Beobachtungsfehler (Grenzwerte) in Richtung der vermuteten Deformation bestimmt werden. Analog zur Optimierung des Durchschlags bei Tunnelnetzen kann so die Optimierung eines Netzes zur Deformationsanalyse durchgeführt werden.

4. PRAKTISCHE AUSWERTUNGEN

Um die Wirksamkeit der Lösungsansätze und der gewählten Vorgehensweise aufzuzeigen, werden im folgenden einige Testbeispiele analysiert.

4.1 MONTSALVENS

Abbildung 1 zeigt das Netz "Montsalvens". Die strichlierten Pfeile symbolisieren die berechneten Punktverschiebungen zwischen den beiden Original-Meßepochen (Maßstab angegeben). Daneben sind die Auswirkungen möglicher nicht entdeckter grober Fehler ∇d auf die Deformationen eingezeichnet (durchgezogene Pfeile). Man erkennt sofort, daß es sich um tatsächliche Verschiebungen handeln muß, da die ∇d bei weitem nicht die Größe der festgestellten Deformationen erreichen. Kritisch ist lediglich Punkt 10, wo der halbe Anteil der Deformation auf einen im Datenmaterial enthaltenen groben Beobachtungsfehler zurückgeführt werden kann.

Interessant ist ein konstruiertes Beispiel, das sich von den Originaldatensätzen dadurch unterscheidet, daß in Epoche 2 in der Richtungsbeobachtung von Punkt 4 nach Punkt 9 ein grober Fehler von 50 mgon aufgebracht wurde, der beim "Data Snooping" nicht als solcher erkannt wurde (Abb. 2).
Die Deformationsanalyse berechnet eine Verschiebung des Punktes 9 zwischen beiden Epochen von 1,2 cm, die ohne zusätzliche Untersuchungen als hochsignifikant angenommen werden könnte. Die anschließende Beurteilung der Beobachtungen in einer gemeinsamen Ausgleichung beider Epochen erbringt jedoch den Nachweis, daß ein solcher Schluß sehr gefährlich sein muß, denn die Deformation läßt sich ebenso gut auf einen nicht erkannten Meßfehler in der genannten Richtungsbeobachtung zurückführen.
Abb. 3 enthält die Auswirkung der Grenzwerte nicht erkannter grober Beobachtungsfehler $\nabla_0 l_i$ auf die Lage der Punkte ($\nabla_0 x_i$). Es liegt hier ein typisches Beispiel für eine zur Feststellung von Deformationen ungeeignete Netzanlage vor. Höchstempfindlich gegenüber Pseudodeformationen sind die Punkte 5, 8, 9, 10 und 14. Die Koordinaten dieser Punkte sind durch unkontrollierte Beobachtungen bestimmt, wobei Beobachtungsunstimmigkeiten sich wegen der schlechten äußeren Zuverlässigkeit als scheinbare Deformationen zwischen zwei Epochen niederschlagen können. Im Vergleich dazu sei das im Anhang näher behandelte Testbeispiel "Delft" kurz angesprochen. Abb. 4 zeigt dieses hinsichtlich der Feststellbarkeit von tatsächlichen Deformationen weitaus zuverlässigere Netz. In allen Punkten weisen die Werte der äußeren Zuverlässigkeit der Beobachtungen homogenes und isotropes Verhalten auf und liegen durchweg innerhalb des dreifachen Betrages der jeweils eingezeichneten Fehlerellipse.

4.2 LAUSANNE

Während es sich beim Netz "Montsalvens" um einen simulierten Datensatz handelte, ist das im Anschluß beschriebene Beispiel "Lausanne" ein echt gemessenes Deformationsnetz. Abbildung 5 zeigt dieses Netz, von dem zum Zeitpunkt der Berechnungen zwei Epochen vorlagen.
Die Verschiebungstendenz im inneren Teil des Netzes ist anhand der eingezeichneten Deformationspfeile eindeutig erkennbar. Die aus dem Rahmen fallende Deformation im Punkt 114 ist nicht aussagekräftig, da dieser Punkt nur einfach polar abgesetzt und damit völlig unkontrolliert ist.
Wie aus der Zeichnung zu entnehmen ist, resultiert die berechnete Verschiebung in Punkt 101 aus einem groben Beobachtungsfehler, der erst bei der gemeinsamen Ausgleichung beider Epochen in der Richtungsbeobachtung von 3 nach 101 lokalisiert werden konnte. In allen anderen Punkten sind die Pseudodeformationsanteile aufgrund von Inhomogenitäten im Datenmaterial verschwindend gering. Abb. 6 zeigt die ∇s der Punkte in Richtung der Beobachtungen, erzeugt durch die jeweils möglichen Beobachtungsfehler für Epoche 2. Sehr schön ist die große Auswirkung der Richtungsbeobachtung 3-101 auf die Lage des Punktes 101 ersichtlich.

5. LITERATUR

BAARDA, W.: "A testing Procedure for Use in Geodetic Networks". Netherlands Geod. Commission, Vol. 2, No. 5, Delft 1968

BAHNDORF, J., und L. GRÜNDIG: "Dreidimensionale Ausgleichung und Deformationsanalyse zur Bauwerkskontrolle". III. Int. Symposium über Deformationsmessungen mit geod. Methoden, Budapest 1982

FÖRSTNER, W.: "Die Suche nach groben Fehlern in photogrammetrischen Lageblöcken". DGK, Reihe C, Heft 175, München 1977

HAWKINS, D.M.: "Identification of Outliers". Chapman and Hall Ltd., London 1980

NIEMEIER, W.: "Grundprinzip und Rechenformeln einer strengen Analyse geodätischer Deformationsmessungen". Beiträge VII. Int. Kurs für Ingenieurmessungen hoher Präzision, Darmstadt 1976, Band II, S. 465-482

PELZER, H.: "Zur Analyse geodätischer Deformationsmessungen". DGK, Reihe C, Heft 164, München 1971

PERSSON, C.-G.: "On the Estimation of Variance Components in Linear Models and Related Problems". Stockholm 1981

STRANG VAN HEES, G.L.: "Variance-Covariance Transformations of Geodetic Networks". Manuscripta Geodaetica, Vol. 7, 1982, S. 1-20

Anhang

Im Anschluß an den eigentlichen Bericht werden hier die Ergebnisse zweier Testdatensätze diskutiert, die zu Vergleichszwecken von der FIG-Arbeitsgruppe "Deformationsanalyse" zur Verfügung gestellt wurden. Die Analysen wurden entsprechend der im Bericht dargelegten Vorgehensweise durchgeführt.

1. Netz "Delft"

Von diesem Netz liegen fünf Epochen vor, wobei die Punkte lagemäßig durch Richtungs- und Streckenmessungen festgelegt sind. Die zahlenmäßigen Auswertungen für dieses Beispiel können der nachfolgenden Tabelle entnommen werden.

Epochenvergleich	Einzelpunkttest			Gruppentest		
	Pkt.-Nr.	Verschiebungsbetrag [cm]	Verschiebungsrichtung [gon]	Gruppe	Verschiebungsbetrag [cm]	Verschiebungsrichtung [gon]
1-2A	3 5* 11* 39* 41* 45	27,5 32,0 25,5 25,5 23,0 15,0	95 45 25 30 25 230	*	26,0	30
1-2B	3* 5* 11* 39* 41*	28,0 29,0 24,0 23,5 21,5	50 45 15 25 20	*	24,5	30
1-3A	3* 5* 11* 15 31* 41*	44,0 47,0 40,5 7,0 44,0 45,0	30 25 0 260 20 15	*	42,0	20
1-3B	3* 5* 11* 39* 41*	49,0 50,0 46,0 46,0 43,0	40 35 15 25 20	*	46,5	30

Tabelle 1   Ergebnisse der Einzelpunktanalyse "Delft"

Eine graphische Darstellung der signifikanten Verschiebungen zwischen den Epochen 1 und 3A zeigt Abb. 7.
In allen vier Epochenvergleichen erbrachte der Gruppentest (Phase 3 der Deformationsanalyse) für die Punkte 5, 11, 39 und 41 ein gemeinsames Deformationsverhalten mit den jeweils angegebenen gemeinsamen Verschiebungsparametern. Zwischen Epoche 1 und 2A wurde in Punkt 3 eine Einzelpunktverschiebung erkannt. Bei allen weiteren Vergleichen erwies sich Punkt 3 ebenfalls als zur genannten, gemeinsam verschobenen Punktgruppe gehörig. Einzelpunktverschiebungen - bezogen auf Epoche 1 - traten darüber hinaus nur in Epoche 2A für Punkt 45 und in Epoche 3A für Punkt 15 auf. Fälschlicherweise wurde bei den Vergleichen zwischen Epoche 1 einerseits und den Epochen 2B, 3A und 3B andererseits in Punkt 21 eine signifikante Verschiebung festgestellt. Mit Hilfe des t-Testes wurde dieser Fehlschluß aufgedeckt. Punkt 21 wurde in die Gruppe der nicht verschobenen Punkte zurückgeführt.
Die abschließende Beurteilung mittels gemeinsamer Ausgleichung zweier Epochen in Phase 4 der Deformationsanalyse machte deutlich, daß die Auswirkungen verbleibender Beobachtungsinhomogenitäten auf die Punktlage so gering sind, daß echte Deformationen für die angegebenen Punkte vorliegen. In Abb. 7 ist dies durch Vergleich der zu vermutenden Pseudodeformationsanteile (durchgezogene Pfeile) mit den Vektoren für die berechneten Deformationen (strichlierte Pfeile) ersichtlich.
Abb. 8, in der die tatsächlichen Auswirkungen der einzelnen Beobachtungsinhomogenitäten auf die Punktlage graphisch dargestellt sind, bestätigt diese Aussage, denn nahezu alle durch mögliche Beobachtungsfehler hervorgerufene Änderungen der Punktlage bleiben innerhalb der jeweiligen Fehlerellipse und können somit nicht signifikant sein.

2. Netz "Hollister"

Ein weiteres Deformationsnetz, das während zehn verschiedener Kampagnen beobachtet wurde, besteht im Bereich der Verwerfungsspalten San Andreas, Sargent und Calaveras im Westen der Vereinigten Staaten. Beobachtungen liegen vor in Form von Schrägstrecken und Höhenunterschieden.
Die dreidimensionale Ausgleichung der Einzelepochen bildete die Grundlage für die nur lagemäßig durchgeführte Deformationsanalyse, da mangels ausreichender Höheninformation eine Analyse für die dritte Dimension nicht

möglich war.
Aus der Vielzahl der Berechnungsergebnisse sei hier lediglich der Vergleich zwischen Epoche 1 und Epoche 6 zahlenmäßig vorgestellt. Die Analyse der übrigen Epochen erbrachte ähnliche Ergebnisse.

Epochen-vergleich	Einzelpunkttest			Gruppentest		
	Pkt.-Nr.	Verschie-bungs-betrag [cm]	Verschie-bungs-richtung [gon]	Gruppe	Verschie-bungs-betrag [cm]	Verschie-bungs-richtung [gon]
	15	0,6	20			
	21*	4,6	270			
	22*	3,2	245			
	23*	5,0	230	*	4,5	250
	24*	4,9	245			
	25*	4,0	255			
	27	9,4	245			
	31	6,3	240			
	32	7,0	245			
	42**	10,4	230			
	44**	11,5	220			
	45**	10,9	230	**	11,3	230
	47**	11,0	230			
	48**	11,5	225			
	49**	10,2	225			

Tabelle 2   Ergebnisse der Einzelpunktanalyse "Hollister"

Abb. 9 zeigt die Anlage des Netzes Hollister und die signifikanten Verschiebungen zwischen den Epochen 1 und 6.
Die Ergebnisse des Einzelpunkttests verdeutlichen bereits die Tendenz einer relativen Verschiebung der Blöcke entlang der San-Andreas-Spalte. Diese Verschiebung nimmt jenseits der Calaveras-Spalte um rund das Doppelte zu, so daß eine Zerlegung des Verwerfungsgebietes in drei Teilblöcke gerechtfertigt erscheint. Der sich in Phase 3 der Deformationsanalyse anschließende Gruppentest bestätigt diese These.
Die Beurteilung hinsichtlich der Lageauswirkung im Datenmaterial enthaltener restlicher Beobachtungsfehler läßt erkennen, daß in keinem Punkt des Netzes Pseudodeformationen zu vermuten sind, da die Größe der Deformationen diese Auswirkungen (maximal 3 cm) erheblich überschreitet.

In Abb. 10 sind von Epoche 1 die Grenzwerte der äußeren Zuverlässigkeit für jede Beobachtung in den einzelnen Punkten graphisch aufgetragen. Damit ist rein visuell ein Eindruck von der guten Zuverlässigkeit des Netzes hinsichtlich der Erkennbarkeit von tatsächlichen Deformationen möglich.

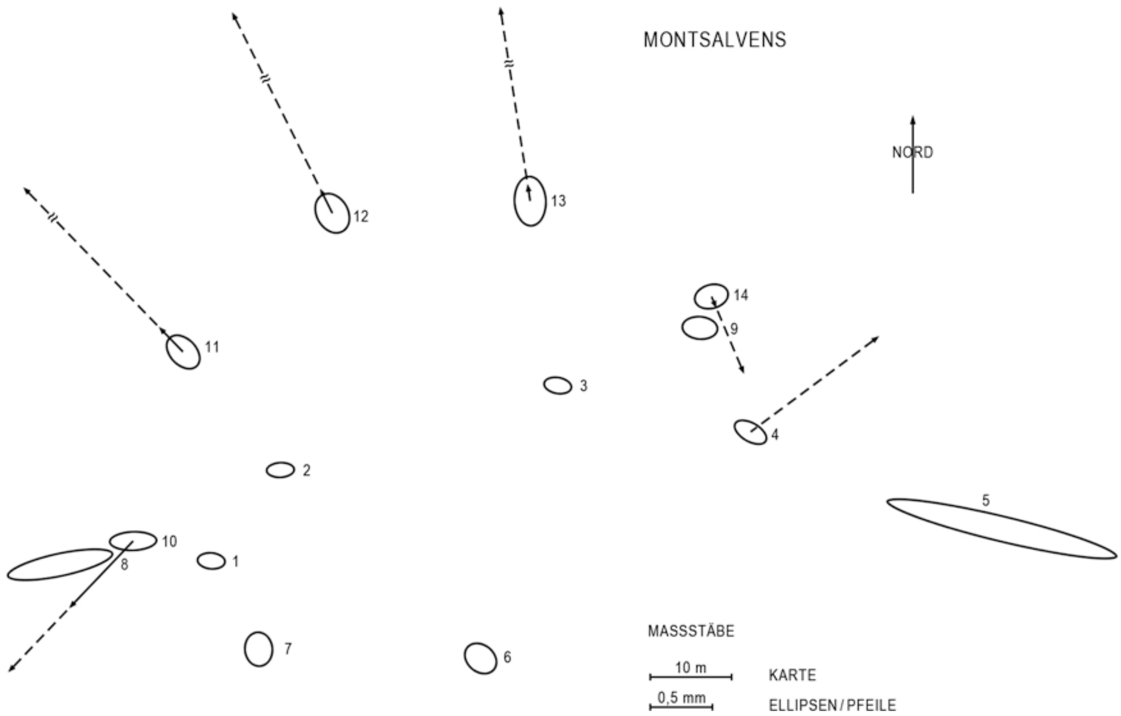


Abb. 1 Montsalvens - Verschiebungen zwischen Epoche 1 und Epoche 2

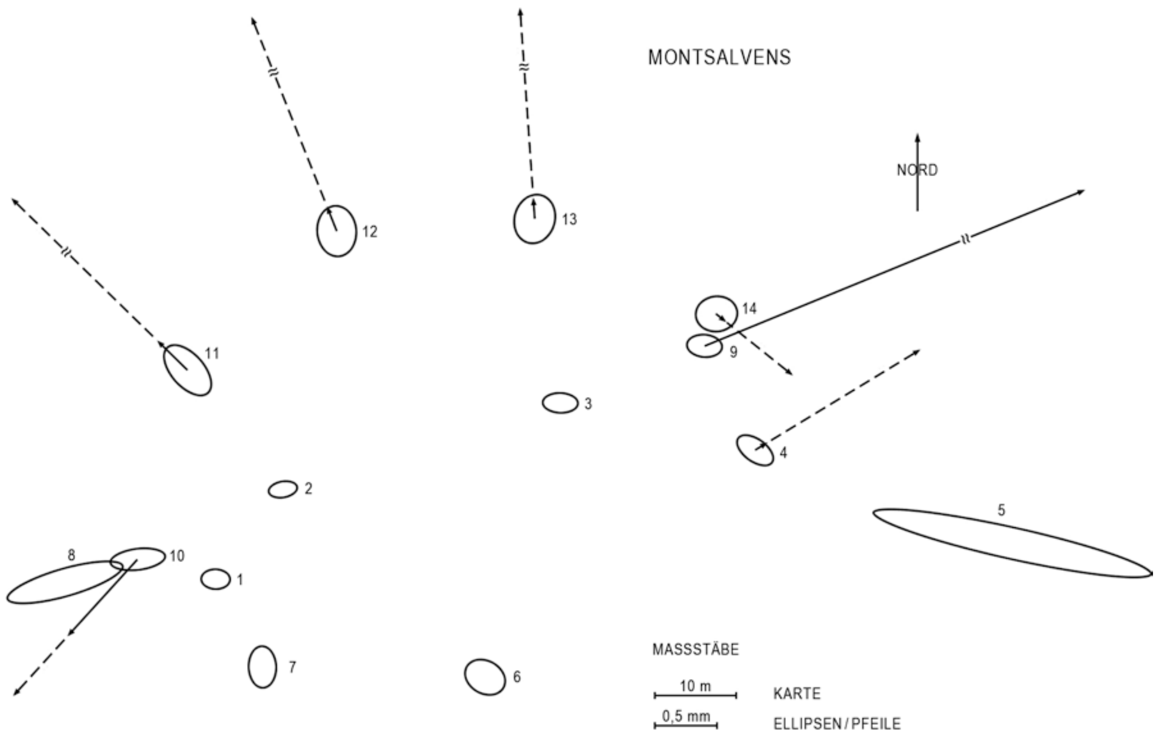


Abb. 2 Montsalvens - Verschiebungen zwischen Epoche 1 und Epoche 2 mit grobem Fehler

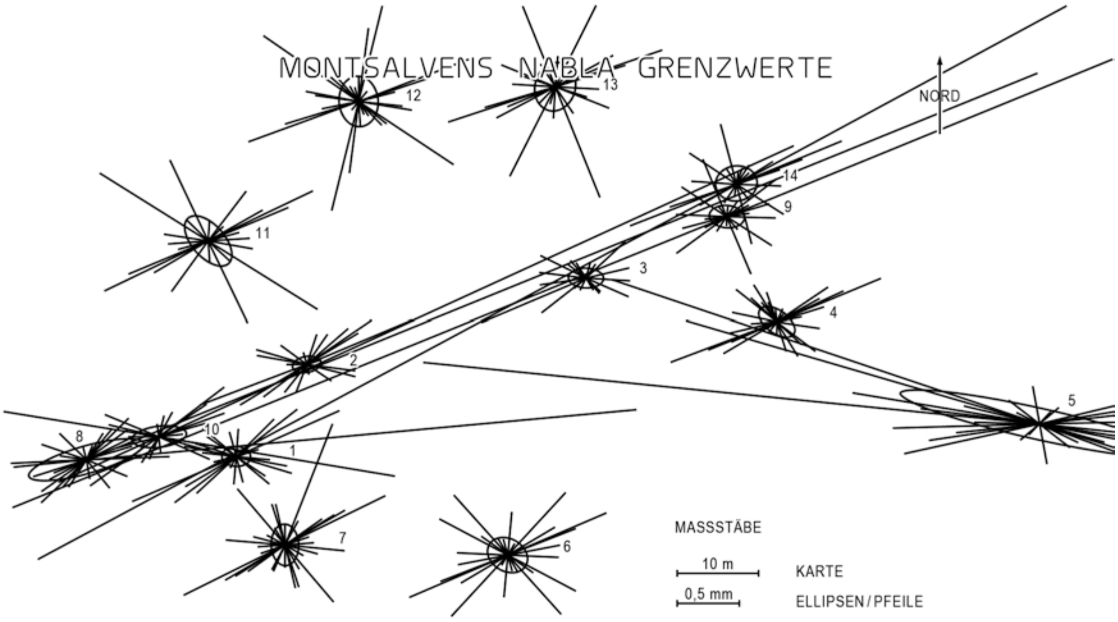


Abb. 3   Montsalvens - Grenzwerte der äußeren Zuverlässigkeit

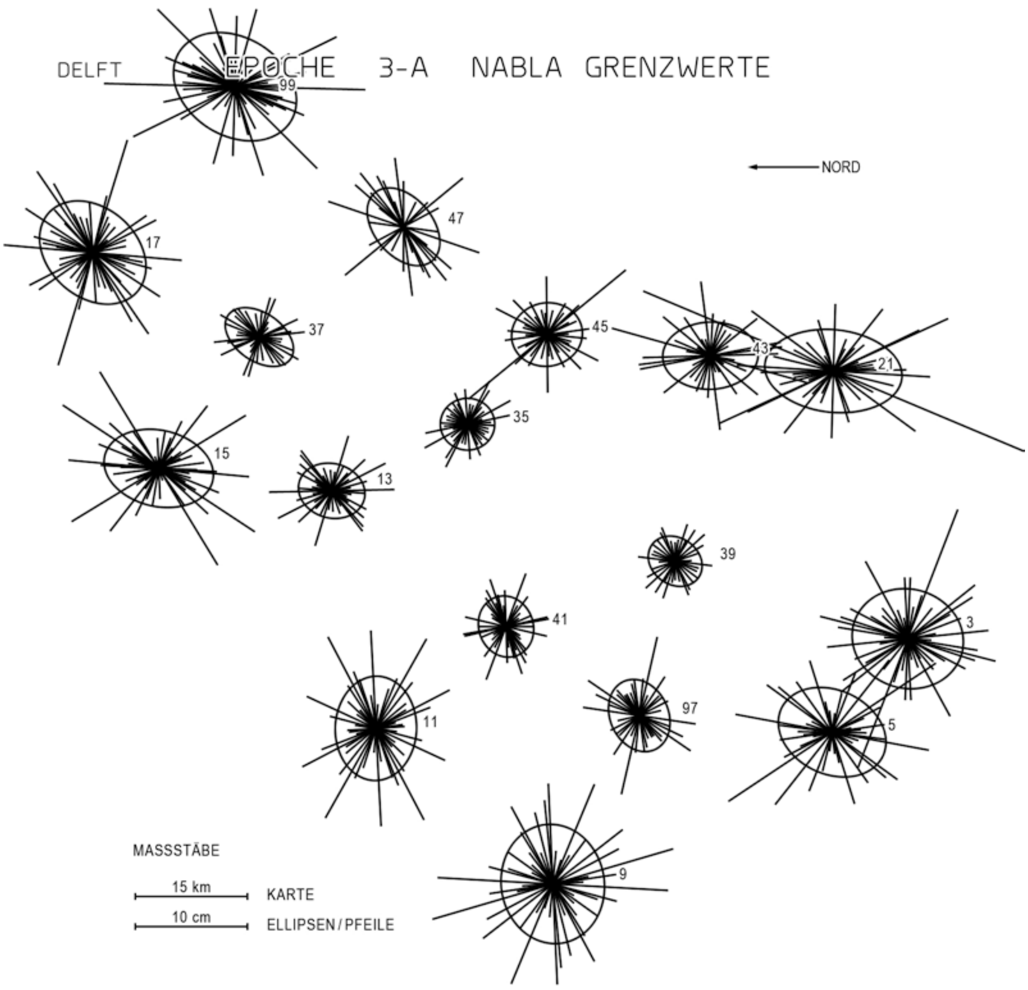


Abb. 4   Delft - Grenzwerte der äußeren Zuverlässigkeit (Epoche 3-A)

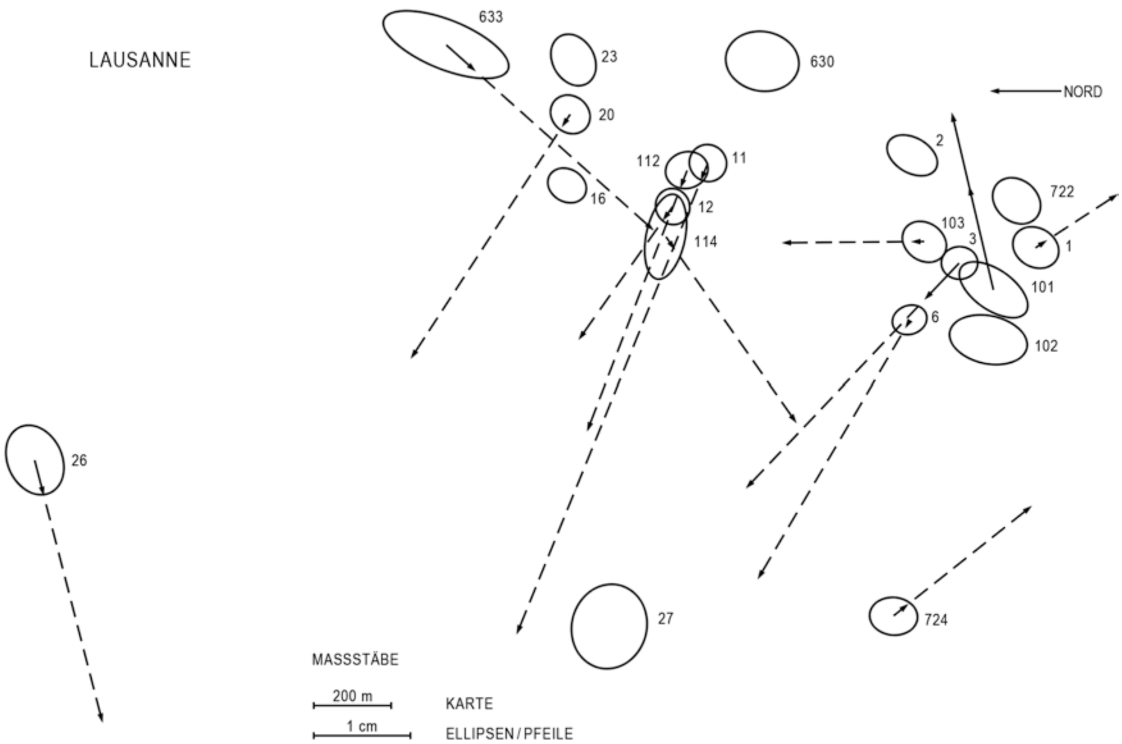


Abb. 5   Lausanne - Verschiebungen zwischen Epoche 1 und Epoche 2

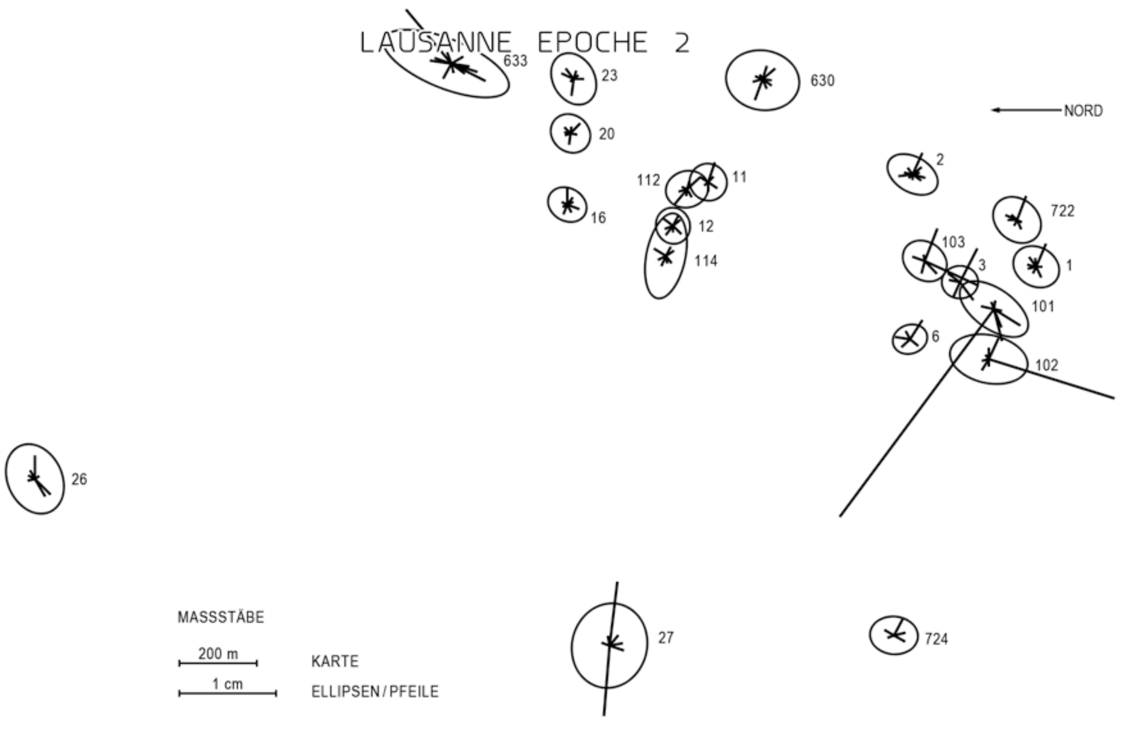


Abb. 6   Lausanne - Auswirkungen möglicher verbleibender Beobachtungsfehler auf die Punktlage (Epoche 2)

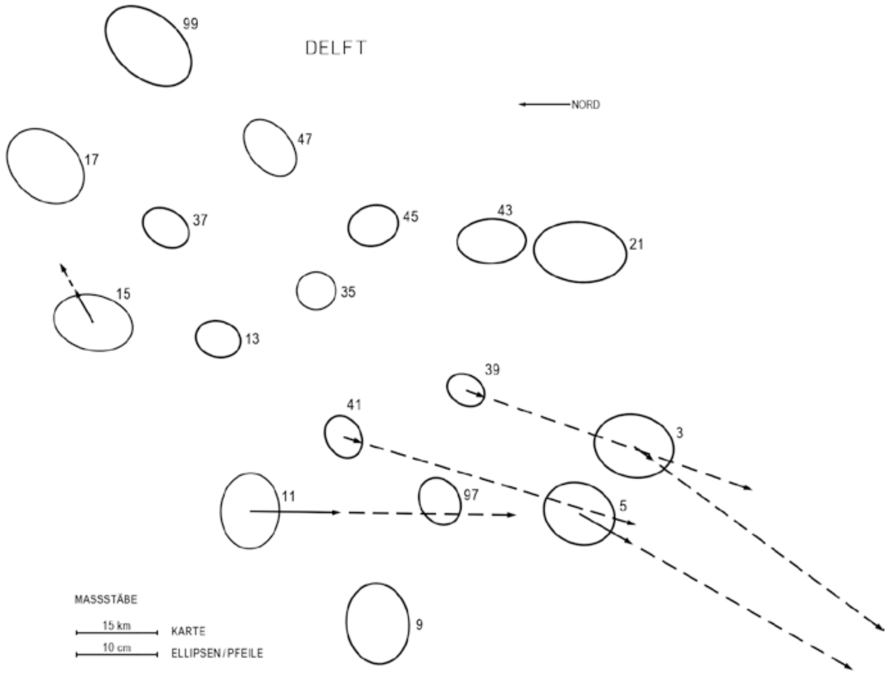


Abb. 7   Delft - Verschiebungen zwischen Epoche 1 und Epoche 3-A

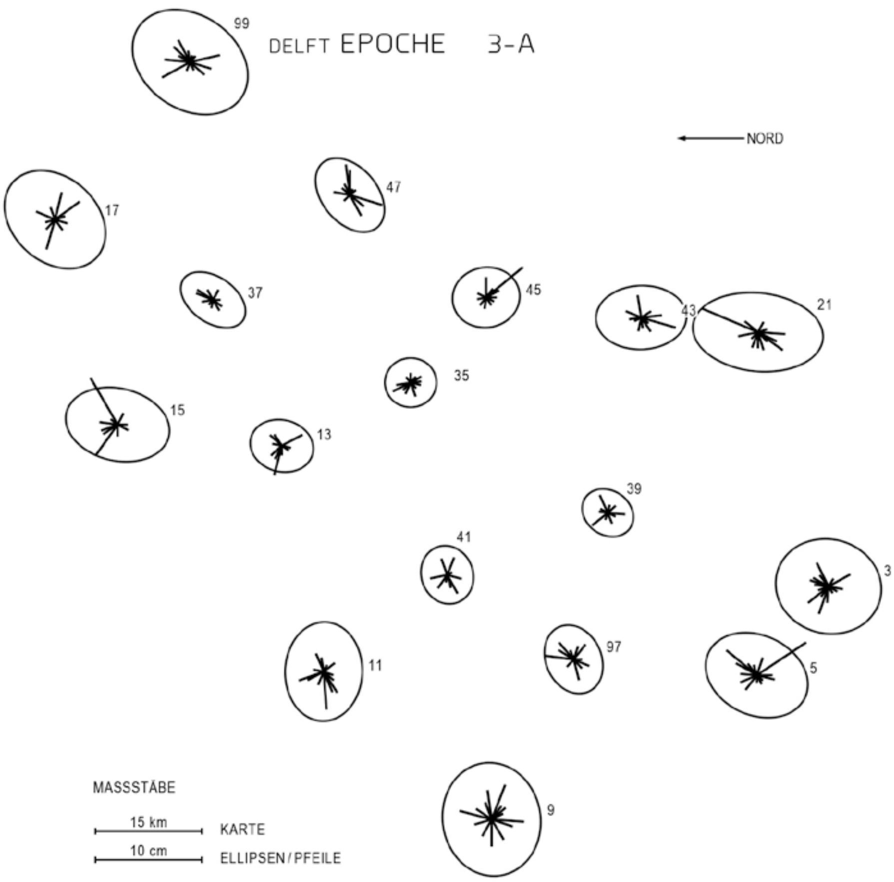


Abb. 8   Delft - Auswirkungen möglicher verbleibender Beobachtungsfehler auf die Punktlage (Epoche 3-A)

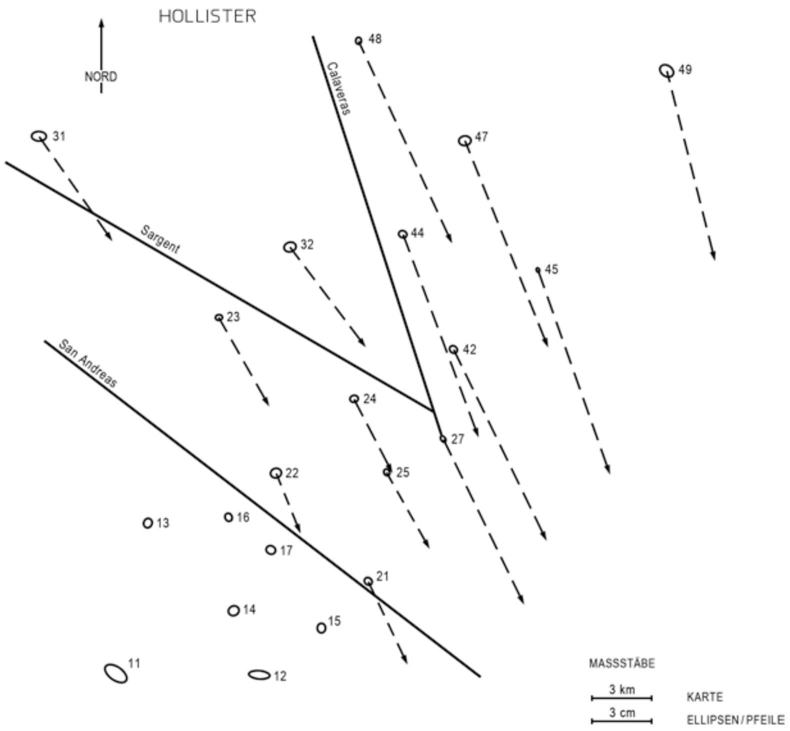


Abb. 9 Hollister - Verschiebungen zwischen Epoche 1 und Epoche 6

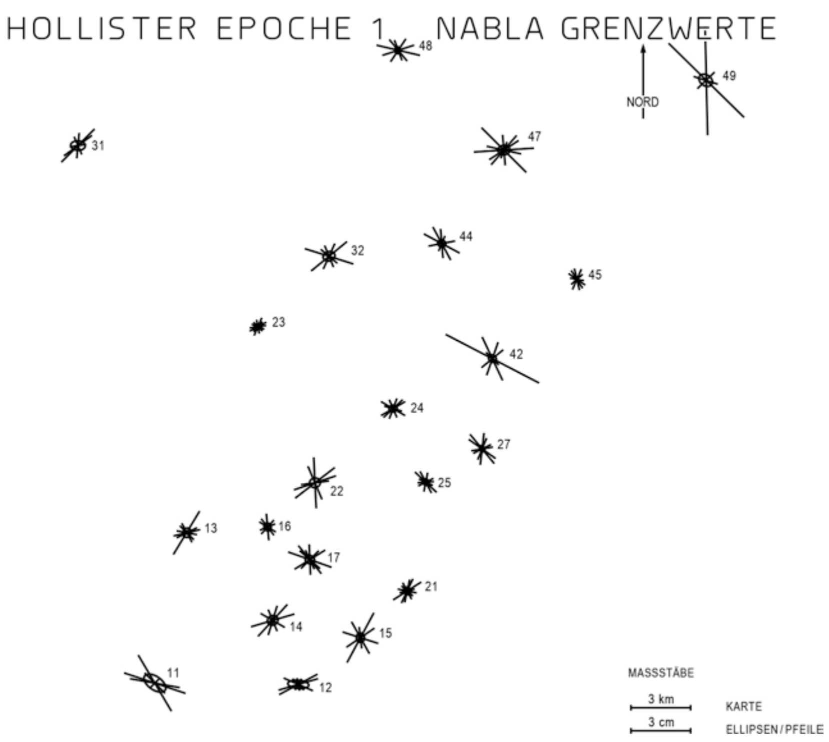


Abb. 10 Hollister - Grenzwerte der äußeren Zuverlässigkeit (Epoche 1)

DAS ANALYSEVERFAHREN DES GEODÄTISCHEN INSTITUTS DER UNIVERSITÄT KARLSRUHE STAND 1983

von

Bernhard Heck
Geodätisches Institut
Universität Karlsruhe
Englerstraße 7
7500 Karlsruhe 1
Bundesrepublik Deutschland

ZUSAMMENFASSUNG

Die Entwicklung des Karlsruher Verfahrens zur Deformationsanalyse geht auf die Jahre 1975/76 zurück. Seither wurden Teile der ursprünglichen Konzeption in Anpassung an den Stand der Forschung abgeändert bzw. erweitert. Die gegenwärtig verwendete Form des Verfahrens baut auf dem allgemeinen linearen Hypothesentest auf und ist als spezielle Anwendung der statistischen Testtheorie zu sehen. Die einzelnen Schritte im Ablauf des Analyseverfahrens werden ausführlich dargestellt.

ABSTRACT

The origin of the Karlsruhe approach into deformation analysis dates back to the years 1975/76. Adapting this approach to new scientific developments some parts of the original concept have been changed respectively generalized. The present form of the approach is based on the general linear hypothesis test and can be understood as a special application of the statistical test theory. The four main steps of the presently used approach are described in detail.

1. URSPRÜNGE 1975/76

Das Grundkonzept des Karlsruher Verfahrens zur Deformationsanalyse wurde in den Jahren 1975/76 erarbeitet. Anlaß für die Entwicklung eines Analyseverfahrens waren konkrete Aufgaben, die sich aus der Zusammenarbeit mit der Landesvermessung Baden-Württemberg ergaben. Ein zentrales Problem war dabei die Schaffung und softwaremäßige Realisierung eines Analyseverfahrens speziell für zweidimensionale horizontale lokale Deformationsnetze, wie sie zur Überwachung von Brücken oder Staudämmen angelegt werden.

Zunächst beschränkte man sich auf den Fall "absoluter" Deformationsnetze, bei denen die Gesamtmenge der Netzpunkte a priori unterteilt werden kann in eine Untermenge von Stützpunkten und eine Untermenge von Objektpunkten. Das a priori als stabil angenommene Teilnetz der Stützpunkte dient als Referenzpunktfeld, auf das sich die ermittelten Verschiebungen in den Objektpunkten beziehen. Die Deformation des Objekts wird dann mit Hilfe der Verschiebungen der Objektpunkte dargestellt. Ursprünglich war die Anzahl der gemeinsam auszuwertenden Epochen auf zwei beschränkt. Daneben konnte davon ausgegangen werden, daß sich das Netzdesign in den beiden Epochen nicht wesentlich unterscheidet; kleine Änderungen im Design waren zugelassen, wobei Konfigurationsdefekte und Punktausfälle aber auszuschließen waren. Weiter mußte vorausgesetzt werden, daß in beiden Epochen genügend stabile Stützpunkte (mindestens 2) zur Verfügung stehen. Als Beobachtungen waren Horizontalentfernungen und/oder horizontale Richtungen vorgesehen.

Bevor die eigentlich interessierenden Objektdeformationen abgeleitet werden können, ist die Stabilität der als fest angenommenen Referenzpunkte zu überprüfen. Falls mehr als zwei Referenzpunkte vorhanden waren, wurde diese Untersuchung wie folgt durchgeführt: Die den beiden Epochen zugeordneten Beobachtungen wurden jeweils in eine freie Netzausgleichung eingeführt. Auf diese Weise erhielt man zwei Paare von Koordinaten für die Referenzpunkte (und Objektpunkte). Eine Helmert-Transformation der Ergebnisse der Epoche t_2 auf die Epoche t_1 führte zur Restklaffungen, deren Beträge zur Beurteilung der Stabilität der Stützpunkte herangezogen wurden. Als instabil erkannte Stützpunkte wurden aus der Menge der Referenzpunkte entfernt und im weiteren wie Objektpunkte behandelt.

In einem weiteren Schritt wurden die Verschiebungen in den Objektpunkten und instabilen Stützpunkten ermittelt. Zu diesem Zweck wurde eine gemeinsame Ausgleichung aller den beiden Epochen angehörenden Beobachtungen durchgeführt, innerhalb welcher die Referenzpunkte nur ein Paar von Koordinatenunbekannten erhielten. Den Objektpunkten und instabilen Stützpunkten wurden dagegen zwei Paare von Koordinatenunbekannten zugeordnet; die Näherungskoordinaten dieser Punkte waren als identisch vorauszusetzen. Der Verschiebungsvektor in einem Objektpunkt bzw. instabilen Stützpunkt ergab sich dann als Differenz der auf die beiden Epochen bezogenen ausgeglichenen Koordinatenpaare. Die Genauigkeit dieses zweidimensionalen Vektors wird charakterisiert durch die relative Fehlerellipse zwischen dem Objektpunkt zur ersten Epochen und demselben Objektpunkt zur zweiten Epoche. Um das durch die relative Fehlerellipse gegebene Fehlermaß in einen Konfidenzbereich für den Verschiebungsvektor umzuwandeln, sind die Achsen der Ellipse mit einem Vergrößerungsfaktor zu multiplizieren, der zunächst anhand der Normalverteilung (bei vorgegebener Sicherheitswahrscheinlichkeit $1-\alpha$) abgeleitet wurde.

Das Kernstück des Verfahrens bildete eine simultane graphische Darstellung der Verschiebungsvektoren zusammen mit ihren Konfidenzellipsen. Anhand dieser Graphiken erhält man nicht nur einen sowohl qualitativen als auch quantitativen Eindruck des Verschiebungsfeldes, sondern kann die Stabilität der Objektpunkt recht gut beurteilen. Zeichnet man die relative Konfidenzellipse mit dem Endpunkt des Verschiebungsvektors als Zentrum, so gilt ein Punkt als verschoben, wenn der Anfangspunkt des Verschiebungsvektors außerhalb der Ellipse liegt. Erste praktische Auswertungen nach dieser Methode bestätigten die günstigen Eigenschaften des Analyseverfahrens, insbesondere den hohen Grad an Anschaulichkeit, der vor allem für den Praktiker und den meist nicht-geodätischen Auftraggeber von Bedeutung ist. Dieser Teil des Analyseverfahrens ist deshalb auch noch in der heutigen Konzeption des Karlsruher Verfahrens enthalten.

2. WEITERENTWICKLUNGEN BIS 1982

Während die ersten Ansätze zum Karlsruher Analyseverfahren aus rein geometrischen Überlegungen entstanden waren, versuchte man in der Folgezeit, das Verfahren auch statistisch zu begründen. Zunächst gelang es, den geometrischen Test auf Einzelpunktverschiebungen in den Objektpunkten in die Theorie des allgemeinen linearen Hypothesentests einzuordnen (***HECK, KUNTZ, MEIER-HIRMER,*** 1977). Anstoß dazu gaben - neben Lehrbüchern der mathematischen Statistik (z.B. ***SEARLE,*** 1971) - u.a. die Arbeiten von ***KOCH*** (1975) und ***PELZER*** (1971), in denen die Testtheorie von Neyman-Pearson auf geodätische Aufgabenstellungen angewandt wurde. Die strenge Ableitung des Tests auf Einzelpunktverschiebungen ergab eine Fisher-verteilte Testgröße, welche geometrisch in dem in Abschnitt 1 angegebenen Sinn interpretiert werden konnte. Der Vergrößerungsfaktor für die Halbachsen der relativen (Helmertschen) Fehlerellipse nimmt den Wert $\sqrt{2F_{2,f;1-\alpha}}$ an, wobei mit f die Anzahl der Freiheitsgrade der gemeinsamen Ausgleichung beider Epochen und mit α die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 1. Art beim Testen bezeichnet ist (***HECK, KUNTZ, MEIER-HIRMER,*** 1977; ***HECK,*** 1978; ***KUNTZ, SCHMITT,*** 1978; ***KUNTZ, MEIER-HIRMER, SECKEL,*** 1979).

Die Beurteilung der Stabilität der Stützpunkte anhand der Beträge der Restklaffungen erwies sich sehr bald als unbefriedigend. Zunächst wurde das Modell der Helmert-Transformation beibehalten, der eigentliche Test jedoch auf eine statistische Grundlage gestellt. Durch Anwendung des allgemeinen Hypothesentests auf dieses Problem konnten die Klaffungsvektoren (nach der Helmert-Transformation) in allen Stützpunkten mit Hilfe eines 2-dimensionalen Fisher-Tests geprüft werden. Aufgrund des stark vereinfachten stochastischen Modells innerhalb der Helmert-Transformation brachte aber auch diese Methode Fehlschlüsse mit sich. Aus diesem Grunde wurde das ungenügende Modell der Helmert-Transformation aufgegeben und durch ein anderes Verfahren ersetzt (s. Abschnitt 4).

Es wurde bald offensichtlich, daß einige der ursprünglichen Einschränkungen nicht notwendig waren und aufgehoben werden konnten. So können einerseits mehr als zwei Epochen gemeinsam ausgewertet werden, andererseits lassen sich die Prinzipien des Analyseverfahrens mühelos auch auf eindimensionale (Gravimeter-, Nivellements-) Netze anwenden. Auch dreidimensionale Netze können mit dieser Methode analysiert werden mit der Einschränkung, daß eine graphische Darstellung der Tests hier nicht ohne weiteres möglich ist. Im eindimensionalen Fall erhält man eine $F_{1,f}$-verteilte Testgröße, im dreidimensionalen Fall eine $F_{3,f}$-Verteilung.

Eine neue Epoche in der Entwicklung des Karlsruher Analyseverfahrens begann mit der Gründung des "ad hoc Committee on Deformation Analysis", das im Oktober 1978 anläßlich des II. Internationalen Symposiums über Deformationsmessungen mit geodätischen Methoden in Bonn gegründet wurde. Bei dieser Gruppe wirkt auch das Geodätische Institut der Universität Karlsruhe seit 1978 mit; entscheidende Impulse für die Weiterentwicklung des Verfahrens wurden u.a. durch die Arbeit innerhalb dieser Gruppe gegeben. Diese Erweiterungen des ursprünglichen Konzepts beziehen sich zum Beispiel auf die Möglichkeit, auch relative Deformationsnetze zu analysieren, auf die Einbeziehung von Ausreißertests, auf Tests allgemeinerer Deformationsmodelle und auf die Untersuchung der Sensitivität von Deformationsnetzen.

Ein wesentliches Ergebnis der bisherigen Arbeit des ad hoc Committees ist die Erkenntnis, daß nahezu alle im Rahmen der Deformationsanalyse durchgeführten Tests als Sonderfälle des allgemeinen linearen Hypothesentests formuliert werden können. Diese Feststellung gilt trotz aller formalen Unterschiede auch für die Verfahren der übrigen innerhalb des ad hoc Committees mitarbeitenden Gruppen (***CHRZANOWSKI et al.,*** 1981; ***FIG WORKING GROUP ON DEFORMATION ANALYSIS,*** 1982). Kleinere Unterschiede zwischen den verschiedenen Analysemethoden bestehen hinsichtlich der Formulierung von Null- und Alternativhypothese, der Reihenfolge der in den einzelnen Teilschritten angewandten Tests, unterschiedlichen Signifikanzniveaus, verschiedenen Gewichtsansätzen und hinsichtlich der Kenntnis eines a priori-Varianzfaktors. Diese Unterschiede bewirken, daß die Aussagen und numerischen Ergebnisse der Analyseverfahren differieren, wenn die Verschiebungen im Grenzbereich der Nachweisbarkeit liegen. Prinzipiell unterscheiden sich diese Verfahren bezüglich des theoretischen Hintergrundes aber kaum, obwohl die Formulierungen und Formelableitungen sehr verschieden sein können. Um unterschiedliche Analyseverfahren auch theoretisch miteinander vergleichen zu können, ist es sinnvoll, Null- und Alternativhypothesen innerhalb des allgemeinen linearen Hypothesentests klar zu formulieren; bei Anwendung dieses Prinzips wird die Transparenz der Analyseverfahren stark gefördert.

3. ALLGEMEINER LINEARER HYPOTHESENTEST

Um die im Rahmen der Deformationsanalyse angewandten Tests einordnen zu können, soll die Theorie des allgemeinen linearen Hypothesentests kurz beschrieben werden. Durch einen Hypothesentest wird entschieden, ob eine innerhalb eines mathematischen Modells formulierte Nullhypothese H_0 entweder angenommen werden kann oder zugunsten einer Alternativhypothese H_a abgelehnt werden muß.

Gewöhnlich wird angenommen, daß die Beobachtungen, die im Beobachtungsvektor $\underline{l}$ zusammengefaßt sind, Realisierungen stochastischer Variabler $\underline{\bar{l}}$ sind; dieser Vektor stochastischer Variabler besitze eine multivariate Normalverteilung, welche vollständig durch die Angabe des mathematischen Erwartungswertes $E(\underline{\bar{l}})$ (funktionales Modell) und der Dispersion $D(\underline{\bar{l}})$ (stochastisches Modell) charakterisiert ist. Wendet man dieses Konzept auf geodätische Netze an, so stellt man sich implizit vor, daß ein Netz unter gleichen äußeren Verhältnissen und identischem Design unendlich oft gemessen wurde, wobei jedesmal der Beobachtungsvektor eine Realisierung des stochastischen Vektors $\underline{\bar{l}}$ darstellt (***HECK***, 1981).

Das die Nullhypothese H_0 beschreibende mathematische Modell kann ausgedrückt werden durch

$$\begin{array}{|c|l|} \hline & E(\underline{\bar{l}}) = \underline{A}\ \underline{x} \\ H_0 & \underline{B}\ \underline{x} = \underline{w} \\ & D(\underline{\bar{l}}) = \sigma_0^2\ \underline{P}^{-1}\ , \\ \hline \end{array} \qquad (3.1)$$

wobei die Hypothese $\underline{B}\ \underline{x} = \underline{w}$ - bezogen auf das zugrundegelegte funktionale Modell $E(\underline{\bar{l}}) = \underline{A}\ \underline{x}$ - innerhalb von Bedingungsgleichungen zwischen den (unbekannten Parametern $\underline{x}$ formuliert ist. Dieses Modell wird dem Modell der Alternativhypothese

$$\begin{array}{|c|l|} \hline & E(\underline{\bar{l}}) = \underline{A}\ \underline{x} \\ H_a & \underline{B}\ \underline{x} = \underline{w}' \neq \underline{w} \\ & D(\underline{\bar{l}}) = \sigma_0^2\ \underline{P}^{-1} \\ \hline \end{array} \qquad (3.2)$$

gegenübergestellt. Die mathematischen Modelle (3.1) und (3.2) unterscheiden sich lediglich in den Vektoren $\underline{w}$ bzw. $\underline{w}'$; vor allem sind die stochastischen Modelle identisch. Während der Parametervektor $\underline{x}$ und der Varianzfaktor σ_0^2 als Unbekannte vorausgesetzt werden, müssen die Matrizen $\underline{A}$ und $\underline{B}$, die Gewichtsmatrix $\underline{P}$ und der Vektor $\underline{w}$ explizit bekannt sein.

Ersetzt man in (3.1) die unbekannten Erwartungswerte $E(\underline{l})$ durch die bekannten numerischen Werte der Beobachtungen, so werden die funktionalen Beziehungen inkonsistent. Deshalb führt man den Vektor $\underline{v}$ der Residuen oder Beobachtungsverbesserungen ein und ersetzt $E(\underline{l})$ durch $\underline{l}+\underline{v}$. Durch Minimierung der quadratischen Form $(\underline{v}^T \underline{P}\ \underline{v})$ erhält man Schätzwerte $\hat{\underline{x}}$ für die unbekannten Parameter.

Grundlage für den Test der Nullhypothese (3.1) bilden die quadratischen Formen Ω und Ω_c. Die quadratische Form Ω bezieht sich auf das funktionale Modell

$$\begin{aligned} \underline{l}+\underline{v} &= \underline{A}\ \hat{\underline{x}} \\ \Omega &= \underline{v}^T\ \underline{P}\ \underline{v} \end{aligned} \qquad (3.3)$$

ohne Bedingung, während die quadratische Form Ω_c mit dem bedingten Modell

$$\begin{aligned} \underline{l}+\underline{v}_c &= \underline{A}\ \hat{\underline{x}}_c \quad , \quad \underline{B}\ \hat{\underline{x}}_c = \underline{w} \\ \Omega_c &= \underline{v}_c^T\ \underline{P}\ \underline{v}_c \end{aligned} \qquad (3.4)$$

verbunden ist (***FIG WORKING GROUP ON DEFORMATION ANALYSIS,*** 1982; ***KOK,*** 1982). Die Differenz der beiden quadratischen Formen ergibt sich direkt aus dem ersten Modell (3.3) ohne erneute Anwendung des Ausgleichungsalgorithmus

$$\Omega_c - \Omega = \left(\underline{B}\ \hat{\underline{x}} - \underline{w}\right)^T \left(\underline{B}^T\ \underline{Q}_{\hat{x}}\ \underline{B}\right)^{-1} \left(\underline{B}\ \hat{\underline{x}} - \underline{w}\right) \qquad (3.5)$$

da die Hinzunahme der Bedingungsgleichungen zum Modell (3.3) als stufenweise Ausgleichung aufgefaßt werden kann. $\underline{Q}_{\hat{x}}$ stellt die Kofaktorenmatrix von $\hat{x}$ dar.

Da die quadratischen Formen $(\Omega_c - \Omega)$ und Ω unabhängig χ^2-verteilt sind, kann als Nullhypothese mit Hilfe der Fisher-verteilten Testgröße

$$T := \frac{(\Omega_c - \Omega)/r_c}{\Omega/b} = \frac{(\Omega_c - \Omega)/r_c}{\hat{\sigma}_0^2} \tag{3.6}$$

getestet werden, wobei b die Anzahl der überschüssigen Beobachtungen (Redundanz) im Modell (3.3) ohne Bedingung, r_c die Anzahl der Bedingungsgleichungen (Anzahl der Zeilen der Matrix $\underline{B}$) bezeichnet. Eine Kenntnis des Varianzfaktors σ_0^2 ist bei Anwendung der Testgröße (3.6) nicht erforderlich. Falls das Modell der Nullhypothese bzw. der Alternativhypothese richtig ist, besitzt T folgende Verteilung:

$$\begin{aligned} &\text{unter } H_0: \quad T \sim F_{r_c,b} \\ &\text{unter } H_a: \quad T \sim F'_{r_c,b,\lambda} \; . \end{aligned} \tag{3.7}$$

Unter der Alternativhypothese hat T folglich eine nichtzentrale Fisher-Verteilung mit dem Nichtzentralitätsparameter

$$\lambda = \frac{1}{\sigma_0^2} \left(\underline{w}' - \underline{w}\right)^T \left(\underline{B}^T \underline{Q}_{\hat{x}} \underline{B}\right)^{-1} \left(\underline{w}' - \underline{w}\right) \neq 0 \; . \tag{3.8}$$

Die Entscheidung über Annahme bzw. Ablehnung der Nullhypothese basiert auf der Testregel

Falls	Entscheidung
$T < F_{r_c,b;1-\alpha}$	H_0 angenommen
$T \geq F_{r_c,b;1-\alpha}$	H_0 abgelehnt

(3.9)

Der kritische Wert $F_{r_c,b;1-\alpha}$ ergibt sich unter Vorgabe des Signifikanzniveaus $(1-\alpha)$ aus der zentralen Fisher-Verteilung. Die Wahrscheinlichkeiten für einen Fehler 1. Art (Ablehnung, obwohl H_0 richtig ist) bzw. 2. Art (keine Ablehnung, obwohl H_0 falsch und H_a richtig ist) betragen α bzw. $(1-\beta)$, wobei β die Macht oder Güte des Tests bezüglich H_a genannt wird. Die Testgüte β erhält man unter Vorgabe von α und λ aus der nichtzentralen Fisher-Verteilung. Umgekehrt kann auch β und α vorgegeben und daraus λ berechnet werden.

Die Beziehungen für $(\Omega_c - \Omega)$ (3.5) und Ω (3.8) können nun auch geometrisch interpretiert werden. Beide Formeln stellen die Gleichungen von Hyperellipsoiden in einem r_c-dimensionalen Raum dar. Setzt man

$$\begin{aligned} T &= F_{r_c,b;1-\alpha} \\ \underline{B}\,\underline{\hat{x}} &\rightarrow \underline{u} \end{aligned} \tag{3.10}$$

so erhält man unter Verwendung von (3.5) und (3.6)

$$(\underline{u} - \underline{w})^T \left(\underline{B}^T \underline{Q}_{\hat{x}} \underline{B}\right)^{-1} (\underline{u} - \underline{w}) = \hat{\sigma}_0^2 \cdot r_c \cdot F_{r_c,b;1-\alpha} \tag{3.11}$$

und damit die Gleichung eines Hyperellipsoids im r_c-dimensionalen $\underline{u}$-Raum mit dem Mittelpunkt $\underline{u} = \underline{w}$. Dieses Hyperellipsoid stellt gleichzeitig einen Konfidenzbereich für $\underline{B}\,\underline{\hat{x}}$ dar, denn H_0 wird angenommen, wenn $\underline{B}\,\underline{\hat{x}} < \underline{u}$. Das Volumen dieses Konfidenz-Hyperellipsoids entspricht dabei einem Signifikanzniveau von 100 (1-α) %.

Analog dazu ergibt sich aus (3.8) die Gleichung des "Sensitivitäts-Hyperellipsoids"

$$(\underline{w}' - \underline{w})^T \left(\underline{B}^T \underline{Q}_{\hat{x}} \underline{B}\right)^{-1} (\underline{w}' - \underline{w}) = \sigma_0^2 \cdot \lambda \tag{3.12}$$

im r_c-dimensionalen $\underline{w}'$-Raum mit dem Mittelpunkt $\underline{w}' = \underline{w}$. Dieses Sensitivitäts-Hyperellipsoid ist bezogen auf die Wahrscheinlichkeiten α, β und gibt einen Bereich an, innerhalb dessen die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 2. Art bei der Anwendung des Testregel (3.9) kleiner als (1-β) ist. Damit kann die Sensitivität eines geodätischen Netzes bezüglich vorgegebener Alternativhypothesen geprüft werden. Da alle notwendigen Informationen bei vorliegendem Netzdesign bereits gegeben sind, können diese Untersuchungen schon während der Planungsphase (ohne Meßergebnisse) durchgeführt werden (***WELSCH,*** 1976). Dieser Umstand ist insbesondere für die Anlage von Deformationsnetzen von Bedeutung, da hier oft a-priori-Informationen über Größe und Richtung der zu erwartenden Verschiebungen und Deformationen bekannt sind. Ein Deformationsnetz sollte immer so angelegt sein, daß die zu erwartenden Deformationen mit möglichst hoher Wahrscheinlichkeit β aufgedeckt werden. Das Sensitivitäts-Hyperellipsoid grenzt einen Bereich ab, innerhalb dessen Verschiebungen $\underline{B}\,\hat{\underline{x}}$ gerade noch mit der Testgröße β nachweisbar sind. Es ist üblich, für α und β die konventionellen Werte

$\alpha = 0.05$ oder $\alpha = 0.01$
$\beta = 0.80$ oder $\beta = 0.90$

einzusetzen.

Da die Richtungen und Längenverhältnisse der Halbachsen der Hyperellipsoide durch die Eigenvektoren der Matrix $\left(\underline{B}^T \underline{Q}_{\hat{x}} \underline{B}\right)$ vollständig festgelegt werden, unterscheiden sich Konfidenz- und Sensitivitäts-Hyperellipsoid lediglich durch einen Maßstabsfaktor. Im Falle des Konfidenz-Hyperellipsoids werden die Eigenwerte der Matrix $\left(\underline{B}^T \underline{Q}_{\hat{x}} \underline{B}\right)$ mit dem Faktor $\left(\hat{\sigma}_0^2 \cdot r_c \cdot F_{r_c,b;1-\alpha}\right)$ multipliziert, während der zum Sensitivitäts-Hyperellipsoid gehörende Faktor $\left(\sigma_0^2 \cdot \lambda\right)$ beträgt. Sieht man von den Unterschieden zwischen σ_0^2 und $\hat{\sigma}_0^2$ ab, so sind die Achslängen des durch

$$\left(\underline{u}' - \underline{w}\right)^T \left(\underline{B}^T \underline{Q}_{\hat{x}} \underline{B}\right)^- \left(\underline{u}' - \underline{w}\right) = \hat{\sigma}_0^2$$

definierten "Helmertschen" Ellipsoids gerade um den Faktor $\sqrt{r_c \cdot F_{r_c,b;1-\alpha}}$ bzw. $\sqrt{\lambda}$ vergrößert.

Falls die Anzahl r_c der Bedingungen kleiner oder gleich drei ist, können diese Ellipsoide im Anschauungsraum dargestellt werden. Für $r_c = 1$ entarten diese Ellipsoide in eindimensionale Intervalle, für $r_c = 2$ erhält man Ellipsen; diese beiden Fälle sind sehr anschaulich in graphischer Form darstellbar. Bei horizontalen Lagenetzen und Höhen- bzw. Schwerenetzen können deshalb z.B. Tests auf Einzelpunktverschiebungen geometrisch veranschaulicht werden.

4. ABLAUF DES ANALYSEVERFAHRENS FÜR LAGENETZE

Das Karlsruher Verfahren zur Deformationsanalyse in seiner gegenwärtigen Form setzt sich aus vier Teilschritten zusammen; in jedem Teilschritt wird die im dritten Abschnitt beschriebene Testtheorie mehrfach angewandt.

Der erste Schritt besteht aus freien Netzausgleichungen der den einzelnen

Epochen zugeordneten Beobachtungen. Neben der Bestimmung eventuell vorhandener unbekannter Nullpunktkorrektionen und Maßstabsfaktoren für elektromagnetisch gemessene Strecken werden in diesem Schritt die Gewichtsrelationen für Strecken und Richtungen (bei kombinierten Netzen) aufgrund von separaten Ausgleichungen von Richtungs- und Streckennetzen bzw. aufgrund von Varianzkomponentenschätzungen festgelegt. Weitere Ausgleichungen von kombinierten Strecken-Richtungsnetzen erlauben die Einführung relativer Gewichtsfaktoren für die einzelnen Epochen, womit unterschiedlichen Beobachtungsgenauigkeiten Rechnung getragen werden kann. Diese Gewichtsfaktoren werden umgekehrt proportional zu den sich aus den Ausgleichungen ergebenden Schätzwerten der Varianzfaktoren gewählt.

Zusätzlich werden die Beobachtungen mit Hilfe von Ausreißertests auf grobe Fehler untersucht. Hier hat sich ein sukzessives Verfahren auf der Grundlage des Hypothesentests als zweckmäßig erwiesen (***HECK,*** 1981). Schrittweise wird jeweils die Beobachtung mit der maximalen Testgröße als Ausreisser betrachtet; mit den verbleibenden Beobachtungen wird im nächsten Schritt im Prinzip eine neue Ausgleichung durchgeführt, wobei die Ergebnisse der Ausgleichung ohne Ausreißer direkt, d.h. ohne explizite Anwendung des gesamten Ausgleichungsalgorithmus, aus den Ergebnissen des vorangegangenen Schritts erhalten werden können (***HECK,*** 1981). Dieses iterative Schema wird fortgesetzt, bis keine Testgröße mehr signifikant ist. Sämtliche als Ausreißer gekennzeichneten Beobachtungen sind schließlich z.B. anhand der Feldbuchunterlagen zu prüfen. Mit Hilfe der sukzessiven Ausreißersuche können auch mehrere grobe Fehler im Beobachtungsmaterial lokalisiert werden. Wenn die Ursache der groben Fehler aufgedeckt werden kann, sind die zugehörigen korrigierten Beobachtungen schließlich wieder in den Beobachtungsvektor einzufügen.

Als Ergebnis des ersten Schritts erhält man das akzeptierte mathematische Modell

$$
\begin{aligned}
E\left(\underline{l}_i\right) &= \underline{A}_i\,\underline{x}_i \\
D\left(\underline{l}_i\right) &= \sigma_0^2\,\underline{P}_i^{-1} \qquad\qquad (4.1) \\
\operatorname{cov}\left(\underline{l}_i,\underline{l}_j\right) &= \underline{0} \qquad \forall\; i \neq j \;,
\end{aligned}
$$

wobei sich die Indizes i,j auf die Epoche t_i bzw. t_j beziehen. Dieses Modell entspricht dem mathematischen Modell der Nullhypothese ohne Bedingungen und liegt allen im zweiten Schritt angewandten Tests zugrunde. Insbesondere ergibt sich aus den quadratischen Formen Ω_i und den Redundanzen b_i der einzelnen Epochen die Gesamtredundanz b und die Gesamtverbesserungsquadratsumme Ω

$$\begin{aligned} b &= \sum b_i \\ \Omega &= \sum \Omega_i \end{aligned} \tag{4.2}$$

Der <u>zweite Schritt</u> befaßt sich mit der Frage der Kongruenz von Teilnetzen. Eine Zerlegung des Gesamtnetzes in Teilnetze orientiert sich an folgenden Kriterien: Im Falle "absoluter" Deformationsnetze ist a priori eine Einteilung in Stütz- und Objektpunkte gegeben, wobei vorausgesetzt wird, daß das Teilnetz der Stützpunkte stabil ist; alle Untersuchungen des zweiten Schritts sind deshalb auf das Stützpunktnetz konzentriert. Im Fall "relativer" Deformationsnetze, die z.B. bei der Untersuchung von Erdkrustenbewegungen auftreten, können auf Grund von geologischen oder geophysikalischen Untersuchungen a priori Gebiete abgegrenzt werden, die ein homogenes Deformationsverhalten erwarten lassen. Ist eine solche Information nicht gegeben, so werden die in allen Epochen auftretenden Punkte zu einem Teilnetz zusammengefaßt. Auch in den anderen Fällen umfaßt ein Teilnetz Punkte, die in jeder Epoche eindeutig bestimmt sind.

Um die Kongruenz der Teilnetze zu überprüfen, wird eine gemeinsame Ausgleichung sämtlicher Beobachtungen aus allen Epochen durchgeführt. Die Nullhypothese H_0 ("alle Referenzpunkte im Teilnetz sind stabil") wird realisiert, indem den Referenzpunkten in dem zu untersuchenden Teilnetz nur ein Koordinatenpaar innerhalb des Unbekanntenvektors zugeordnet wird, allen anderen Punkten dagegen mehrere Koordinatenpaare. Die Alternativhypothese besagt, daß sich mindestens ein Referenzpunkt im Teilnetz verschoben hat. Falls nur zwei Epochen gemeinsam auszuwerten sind, lautet das funktionale Modell

$$\begin{pmatrix} E(\underline{l}_1) \\ E(\underline{l}_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{A}_{r_1} & \underline{A}_{v_1} & \underline{0} \\ \underline{A}_{r_2} & 0 & \underline{A}_{v_2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{x}_r \\ \underline{x}_{v_1} \\ \underline{x}_{v_2} \end{pmatrix} , \tag{4.3}$$

wobei der Subvektor $\underline{x}_r$ die Koordinaten der Referenzpunkte und die Subvektoren $\underline{x}_{v_1}$, $\underline{x}_{v_2}$ die Koordinaten der beweglichen Punkte der ersten bzw. zweiten Epoche enthält (alle anderen Unbekannten wie z.B. Orientierungsunbekannten seien eliminiert). Dieses Modell führt zu der quadratischen Form Ω_c, die mit Ω aus (4.2) verglichen wird. Die Anzahl der entsprechenden unabhängigen Bedingungen r_c ist bei zweidimensionalen Netzen

$$r_c = 2 * (\text{Anzahl der Referenzpunkte}) - \text{Defekt} .$$

Falls die Testgröße T nun kleiner als der kritische Wert $F_{r_c,b;1-\alpha}$ bei fest gewähltem α (i. allg. $\alpha = 0.05$) ist, gelten alle Referenzpunkte des Teilnetzes als stabil. Andernfalls ist rekursiv nach instabilen Punkten innerhalb der Menge der Referenzpunkte zu suchen, wobei im Prinzip der Reihe nach jeweils ein Punkt als variabel betrachtet wird. Dazu wird der Subvektor $\underline{x}_r$ der Referenzpunktkoordinaten weiter zerlegt in die Anteile $\underline{x}_{r_{1i}}$ $\underline{x}_{r_{2i}}$ des Referenzpunktes P_i in beiden Epochen und den Anteil $\underline{x}_r'$ der übrigen Referenzpunkte. Das funktionale Modell kann dann in folgender Weise beschreiben werden:

$$\begin{pmatrix} E(\underline{l}_1) \\ \\ E(\underline{l}_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{A}_{r_{1i}} & \underline{0} & \underline{A}'_{r_1} & \underline{A}_{v_1} & \underline{0} \\ \\ \underline{0} & \underline{A}_{r_{2i}} & \underline{A}'_{r_2} & \underline{0} & \underline{A}_{v_2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{x}_{r_{1i}} \\ \underline{x}_{r_{2i}} \\ \underline{x}'_r \\ \underline{x}_{v_1} \\ \underline{x}_{v_2} \end{pmatrix} \tag{4.4}$$

Der Punkt P_i aus der Menge der Referenzpunkte, welcher zur kleinsten quadratischen Form Ω_c führt, wird dann als verschoben betrachtet und im weiteren wie ein Objektpunkt behandelt. Falls die zugehörige Testgröße T noch immer größer als der kritische Wert $F_{r_c-2,b;1-\alpha}$ ist, wird unter den verbleibenden Referenzpunkten nach demselben Verfahren nach weiteren instabilen Punkten gesucht. Ein ähnliches Verfahren zur Kongruenzprüfung und Lokalisierung verschobener Punkte in Deformationsnetzen wurde von ***NIEMEIER*** (1979) vorgeschlagen.

Als Ergebnis des zweiten Schritts des Analyseverfahrens erhält man die Mengen der als stabil anzunehmenden Referenzpunkte in jedem Teilnetz. Für die weiteren Schritte wird ein "festes" Teilnetz von Referenzpunkten ausgesucht, auf welches die Verschiebungen der variablen Punkte bzw. die Gesamtbewegungen der anderen Teilnetze bezogen werden. Die Verbesserungsquadratsumme und die Redundanz aus der Ausgleichung, die diesem Fall entspricht, bilden die Grundlage (Ω,b) für die folgenden Schritte; diese Größen werden wiederum dem im dritten und vierten Schritt verwendeten Modell der Nullhypothese ohne Bedingung zugeordnet.

Im <u>dritten Schritt</u> werden Einzelpunktverschiebungen bezüglich des "festen" Teilnetzes untersucht. Die Nullhypothese besagt, daß - neben den Referenzpunkten des "festen" Teilnetzes, die in allen Epochen stabil sind - auch der variable Punkt P_i zwischen zwei betrachteten Epochen keine Verschiebung aufweist. Im Unterschied zu H_0 läßt die Alternativhypothese solche Verschiebungen zu. Zum Verhalten der übrigen Punkte wird weder in H_0 noch in H_a eine Aussage gemacht.

Bei der gemeinsamen Auswertung von zwei Epochen wird der Unbekanntenvektor folgendermaßen aufgeteilt:

$$\underline{x}^T = \left(\underline{x}_r^T, (\underline{x}'_{v_1})^T, (\underline{x}'_{v_2})^T \vdots\, \underline{x}_{i_1}^T, \underline{x}_{i_2}^T\right) \quad . \tag{4.5}$$

Die Subvektoren $\underline{x}_{i_1}$, $\underline{x}_{i_2}$ enthalten die Koordinaten des zu untersuchenden Punktes P_i in den Epochen t_1 und t_2. Die Zerlegung (4.5) führt zu der Matrix $\underline{B}$ bzw. dem Vektor $\underline{w}$ innerhalb der Bedingung $\underline{B}\ \underline{x} = \underline{w}$ ($\underline{I}$ = zweidimensionale Einheitsmatrix)

$$\begin{aligned} \underline{B} &= \left(\underline{0} \vdots\, \underline{I}\, , -\underline{I}\right) \\ \underline{w} &= \underline{0} \end{aligned} \tag{4.6}$$

Null- und Alternativhypothese werden dann beschrieben durch

$$\begin{aligned} H_0 &: \underline{x}_{i_2} - \underline{x}_{i_1} = \underline{0} \\ H_a &: \underline{x}_{i_2} - \underline{x}_{i_1} = \underline{d}_i \neq \underline{0} \end{aligned} \tag{4.7}$$

(***HECK, KUNTZ, MEIER-HIRMER,*** 1977).

Wie in den Abschnitten 1 und 2 beschrieben wurde, können die Tests auf Einzelpunktverschiebungen zwischen zwei Epochen für alle variablen Punkte simultan graphisch veranschaulicht werden. Im Falle zweidimensionaler Netze entarten die im dritten Abschnitt definierten Konfidenz- und Sensitivitäts-Hyperellipsoide zu Ellipsen, die in der Zeichenebene zusammen mit den geschätzten Verschiebungsvektoren

$$\underline{\hat{d}}_i = \underline{\hat{x}}_{i_2} - \underline{\hat{x}}_{i_1} \tag{4.8}$$

dargestellt werden können. Anhand dieser Graphik wird entschieden, ob sich ein variabler Punkt P_i zwischen zwei Epochen t_1 und t_2 verschoben hat. Für die Parameter α und β werden i. allg. die Werte

$$\begin{aligned} \alpha &= 0.05 \\ \beta &= 0.80 \end{aligned} \tag{4,9}$$

verwendet.

Im abschließenden <u>vierten Schritt</u> werden komplexere, allgemeinere Deformationsmodelle getestet. Hier können beispielsweise relative Translationen oder Rotationen von Teilnetzen ("Starrkörperbewegungen") bzw. von Punktgruppen bezüglich des "festen" Teilnetzes untersucht werden. Als Bezugsmodell (funktionales Modell ohne Hypothese) dient das am Ende des zweiten Schritts angenommene funktionale Modell mit der quadratischen Form Ω und der Redundanz b. Das funktionale Modell

$$E(\underline{l}) = \underline{A}\ \underline{x} \tag{4.10}$$

wird nun um die Bedingung

$$\underline{B}\,\underline{x} = \underline{C}\,\underline{y} + \underline{w} \tag{4.11}$$

erweitert, wobei $\underline{y}$ zusätzliche unbekannte Parameter enthält.

In der Nullhypothese wird postuliert, daß die "wahren" Werte dieser Zusatzparameter, die z.B. die relativen Bewegungen von Punktgruppen gegenüber dem "festen" Teilnetz beschreiben, verschwinden (***VAN MIERLO,*** 1978)

$$H_0 : \underline{y} = \underline{0}\ . \tag{4.12}$$

Dagegen besagt die Alternativhypothese

$$H_a : \underline{y} \neq \underline{0} \ . \tag{4.13}$$

Das hier beschriebene Prinzip liegt beispielsweise auch den in ***CASPARY*** (1979), ***CASPARY und SCHWINTZER*** (1980) und ***CHRZANOWSKI et al.*** (1982) beschriebenen Verfahren zugrunde. Es ist weiter auch auf die Strainanalyse geodätischer Netze übertragbar, welche heute immer mehr Bedeutung gewinnt (***WELSCH,*** 1982).

Die innerhalb der Testgröße T auftretende Redundanz r_c ist hier identisch mit der Anzahl der Komponenten von $\underline{y}$. Für den Fall $r_c = 2$ ist wiederum eine geometrische Interpretation des Tests der Nullhypothese möglich, wobei der geschätzte Parametervektor $\hat{\underline{y}}$ zusammen mit seiner Konfidenz- und Sensitivitätsellipse graphisch dargestellt wird.

Im Falle einer relativen Translation eines variablen Teilnetzes bezüglich des "festen" Teilnetzes zwischen zwei Epochen erhalten die Formelsymbole folgende Bedeutung: Der Parametervektor $\underline{x}$ wird aufgespalten in einen Anteil der Referenzpunkte im "festen" Teilnetz $\underline{x}_r$, in die Anteile des variablen Teilnetzes $\underline{x}_{T_1}$, $\underline{x}_{T_2}$ der Epochen t_1 und t_2 und den Anteil der übrigen variablen Punkte $\underline{x}_v$:

$$\underline{x}^T = \left(\underline{x}_r^T , \underline{x}_v^T , \left(\underline{x}_{T_1}\right)^T , \left(\underline{x}_{T_2}\right)^T\right) \ . \tag{4.14}$$

Der Parametervektor $\underline{y}$ enthält die Komponenten der Translation in Richtung Koordinatenachsen x und y

$$\underline{y} = \begin{pmatrix} T_x \\ T_y \end{pmatrix} \ . \tag{4.15}$$

Die Matrizen $\underline{B}$ und $\underline{C}$ sind gegeben durch

$$\begin{aligned} \underline{C}^T &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & \dots \\ 0 & 1 & 0 & 1 & \dots \end{pmatrix} \\ \underline{B} &= \left(\underline{0} , \underline{0} , -\underline{I} , \underline{I}\right) \ ; \end{aligned} \tag{4.16}$$

mit (4.16) und $\underline{w} = \underline{0}$ geht (4.11) in die Form

$$\underline{d} := \underline{x}_{T_2} - \underline{x}_{T_1} = \underline{C}\,\underline{y} \tag{4.17}$$

über. Führt man darüber hinaus die Abkürzungen

$$\underline{Q}_d = \underline{B}\,\underline{Q}_{\hat{x}}\,\underline{B}^T \tag{4.18}$$

$$\underline{Q}_y = \underline{C}^T \left(\underline{Q}_d\right)^{-1} \underline{C} \tag{4.19}$$

$$\hat{\underline{d}} = \underline{B}\,\hat{\underline{x}} \tag{4.20}$$

ein, so erhält man den geschätzten Parametervektor

$$\hat{\underline{y}} = \left(\underline{Q}_y\right)^{-1} \underline{C}^T \left(\underline{Q}_d\right)^{-1} \hat{\underline{d}} \tag{4.21}$$

und die Testgröße

$$T = \frac{\hat{\underline{y}}^T \left(\underline{Q}_y\right)^{-1} \hat{\underline{y}}}{2\,(\Omega / b)} \quad . \tag{4.22}$$

Sowohl $\hat{\underline{y}}$ als auch T können direkt aus den geschätzten Einzelpunktverschiebungen $\hat{\underline{d}}$ und deren Kofaktorenmatrix $\underline{Q}_d$ abgeleitet werden. Die Nullhypothese besagt hier, daß neben der Gruppe der Referenzpunkte auch das variable Teilnetz zwischen den beiden Epochen stabil ist, während in der Alternativhypothese postuliert wird, daß (bei stabilem Teilnetz der Referenzpunkte) eine translative Bewegung des variablen Teilnetzes zwischen den beiden Epochen stattgefunden hat. Da in diesem Beispiel $r_c = 2$ gilt, kann der Test wiederum graphisch veranschaulicht werden, indem der geschätzte Verschiebungsvektor $\hat{\underline{y}} = \left(\hat{T}_x, \hat{T}_y\right)^T$ des variablen Teilnetzes zusammen mit seiner Konfidenz- und Sensitivitätsellipse dargestellt wird.

Die Formeln (4.18) bis (4.22) gelten mit der Einschränkung $\underline{w} = \underline{0}$ auch für allgemeinere Deformationsmodelle der Form (4.11). Beispielsweise ist damit auch eine Behandlung mehrerer Teilnetze mit unterschiedlichem Deformationsverhalten möglich. Neben Starrkörperverschiebungen kann der Unbekanntenvektor $\underline{y}$ auch Drehungen und Strainparameter enthalten. Für solche komplexen Modelle ist eine graphische Darstellung in der oben beschriebenen Form jedoch nicht mehr möglich.

5. EIGENSCHAFTEN DES ANALYSEVERFAHRENS

Das im vierten Abschnitt für den Fall zweidimensionaler horizontaler Deformationsnetze beschriebene Analyseverfahren ist anwendbar, wenn ein Deformationsnetz wiederholt gemessen wurde und die Beobachtungen jeder Meßperiode einer bestimmten Epoche zugeordnet werden können. Dies bedeutet, daß die Deformationen während einer meist mehrere Tage oder Wochen dauernden Meßkampagne gegenüber der Meßgenauigkeit vernachlässigbar klein sein müssen. Andernfalls ist die hier angewandte "statistische" Betrachtungsweise durch ein "kinematisches" oder "dynamisches" Modell zu ersetzen (***WELSCH,*** 1981).

Das dem Karlsruher Analyseverfahren zugrundeliegende Prinzip läßt sich mühelos auch auf ein- und dreidimensionale Deformationsnetze ausdehnen, wobei in allen Fällen nur geringe Beschränkungen hinsichtlich Änderungen des Designs in den verschiedenen Epochen bestehen. Grundlage des Verfahrens ist der allgemeine lineare Hypothesentest, der in den vier Teilschritten mehrfach zur Anwendung kommt. Da sich alle Tests auf schätzbare Größe beziehen, besteht keine Abhängigkeit des Ergebnisses vom gewählten Datum des Netzes.

Bei ein- und zweidimensionalen Netzen wird der Umstand ausgenutzt, daß sich z.B. die Tests auf Einzelpunktverschiebungen sehr anschaulich graphisch darstellen lassen. Diese Tatsache ist vor allem für den Praktiker bei der Zusammenarbeit mit Bauingenieuren oder Geowissenschaftlern von Bedeutung.

LITERATUR

CASPARY, W. (1979): ***Deformationsanalysen durch Untersuchung von Teilnetzen.*** Schriftenreihe Wiss. Studiengang Vermessungswesen, HSBw München, Heft 4, S. 67-83.

CASPARY, W., SCHWINTZER, P. (1980): ***Mathematische und statistische Methoden zur Aufdeckung kleiner relativer Bewegungen von Punktgruppen in geodätischen Netzen.*** In: R. Conzett, H. Matthias, H. Schmid (Hrsg.): Ingenieurvermessung ’80. Beiträge zum VIII. Int. Kurs für Ingenieurvermessung, Zürich, 24. Sept. - 1. Okt. 1980, Dümmler, Bonn 1981, Beitrag B 13.

CHRZANOWSKI, A. et al. (1981): ***A Comparison of Different Approaches into the Analysis of Deformation Measurements.*** Proceedings FIG XVI Congress, Montreux, Invited Paper No. 602.3.

CHRZANOWSKI, A., CHEN, Y.Q., SECORD, J.M. (1982): ***A Generalized Approach to the Analysis of Deformation Surveys Using a Polynomial Approximation of the Displacement Field.*** Dept. of Surveying Engineering, University of

New Brunswick, Fredericton.

FIG WORKING GROUP ON DEFORMATION ANALYSIS (1982): ***Report of the FIG-Working Group on the Analysis of Deformation Measurements. Compiled by B. Heck.*** Proceedings of the III. Int. Symposium on Deformation Measurements, Budapest, part 3, S. 217-260.

HECK, B. (1978): ***Die Verwendung relativer Fehlerellipsen zur Analyse von Deformationsmessungen.*** In: Hallermann, L. (Hrsg.): Beiträge zum II. Int. Symposium über Deformationsmessungen mit geodätischen Methoden, Bonn 25. - 28. Sept. 1978. Konrad Wittwer, Stuttgart 1981, S. 354-364.

HECK, B. (1980): ***Statistische Ausreißerkriterien zur Kontrolle geodätischer Beobachtungen.*** In: R. Conzett, H. Matthias, H. Schmid (Hrsg.): Ingenieurvermessung '80. Beiträge zum VIII. Int. Kurs für Ingenieurvermessung, Zürich, 24. Sept. - 1. Okt. 1980, Dümmler, Bonn 1981, Beitrag B 10.

HECK, B. (1981): ***Der Einfluß einzelner Beobachtungen auf das Ergebnis einer Ausgleichung und die Suche nach Ausreißern in den Beobachtungen.*** AVN 88, S. 17-34.

HECK, B. (1983): ***Extension of Baarda's B-Method on General*** $\underline{F}_{m,n}$***–Statistics*** (in Vorbereitung).

HECK, B., KUNTZ, E., MEIER-HIRMER, B. (1977): ***Deformationsanalyse mittels relativer Fehlerellipsen.*** AVN 84, S. 78-87.

KOCH, K.R. (1975): ***Ein allgemeiner Hypothesentest für Ausgleichungsergebnisse.*** AVN 82, S. 339-345.

KOK, J.J. (1982): ***Statistical Analysis of Deformation Problems Using Baarda's Testing Procedures.*** Feestbundel ter gelegenheid van de 65ste verjaardag van Professor Baarda, Deel II, S. 369-488.

KUNTZ, E., MEIER-HIRMER, B., SECKEL, H. (1979): ***Deformationsmessungen an einem Speicherbecken mit dem Mekometer ME 3000.*** AVN 86, S. 67-74.

KUNTZ, E., SCHMITT, G. (1979): ***Analyse von Deformationsmessungen mit Hilfe relativer Fehlerellipsen.*** Schriftenreihe Wiss. Studiengang Vermessungswesen, HSBw München, Heft 4, S. 26-44.

VAN MIERLO, J. (1978): ***A Testing Procedure for Analysing Geodetic Deformation Measurements.*** In: Hallermann, L. (Hrsg.): Beiträge zum II. Int. Symposium über Deformationsmessungen mit geodätischen Methoden, Bonn 25. - 28. Sept. 1978. Konrad Wittwer, Stuttgart 1981, S. 354-364.

NIEMEIER, W. (1979): ***Zur Kongruenz mehrfach beobachteter geodätischer Netze.*** Wiss. Arb. der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover, Nr. 88.

PELZER, H. (1971): ***Zur Analyse geodätischer Deformationsmessungen.*** DGK Reihe C, Nr. 164, München.

SEARLE, S.R. (1971): ***Linear Models.*** J. Wiley & Sons Inc., New York/London/Sydney/Toronto.

WELSCH, W. (1976): ***Signifikanzen und Sensitivitäten in technischen Netzen.*** DGK Reihe B, Nr. 216, S. 154-163.

WELSCH, W. (1981): ***Gegenwärtiger Stand der geodätischen Analyse und Interpretation geometrischer Deformationen.*** AVN 88, S. 41-51.

WELSCH, W. (1982): ***Einige Erweiterungen der Deformationsermittlung in geodätischen Netzen durch Methoden der Strainanalyse.*** Proceedings of the III. Int. Symposium on Deformation Measurements, Budapest, part III, S. 99.

APPENDIX:

Step 1: Single Epoch Adjustments and Outlier Control

Combined adjustments of the linear-angular networks have been performed for epochs 1, 2A, 2B, 3A, 3B. The relative weight numbers within one epoch have been chosen according to the suggestions for the a priori standard deviations which were distributed by the Karlsruhe Group in February 1983. The a priori and a posteriori standard deviations for observed distances and directions are given in table 1.

Epoch	A priori σ		degrees of freedom	A posteriori σ		Weight factor with respect to epoch 1
	distances	directions		distances	directions	
1	1 cm	0.1 mgon	61	1.5 cm	0.15 mgon	1.0
2A	8 cm	0.1 mgon	61	9.8 cm	0.12 mgon	0.02295
2B	8 cm	0.1 mgon	61	9.7 cm	0.12 mgon	0.02310
3A	8 cm	0.1 mgon	61	9.5 cm	0.12 mgon	0.02436
3B	8 cm	0.1 mgon	61	9.7 cm	0.12 mgon	0.02307

Table 1: A priori and a posteriori standard deviations

No outliers have been found (t-test; see Heck, 1981) and no significant zero correction term in the distance observations has been detected. Additional adjustments including an unknown scale factor have been carried out for studying possible differences in the scale of distance measuring instruments, resp. for detecting changes in the size of the network between several epochs (van Mierlo, 1978). By analyzing the estimated scale factors with respect to the network of approximate coordinates no significant changes of scale/size could be found. Finally the relative weight factors to be used within the simultaneous adjustments of every two epochs have been fixed as reported in table 1; these factors have been derived from the estimated standard deviations.

Step 2: Congruency of Total and Partial Networks

The internal stability of total and partial networks has been investigated by the iterative method which was described in Chrzanowski et al. (1981), FIG Working Group on Deformation Analysis (1982). The hypothesis of a stable total network is rejected for all comparisons 1-2A, 1-2B, 1-3A, 1-3B. Partitioning the network into a part western of the geological fault (points 13, 15, 17, 21, 35, 37, 43, 45, 47) and a part on the eastern side (points 3, 5, 11, 39, 41) the internal stability of these partial networks is investigated by the same approach. In those cases where the hypothesis of a stable partial network is rejected, points 3, 15 or 45 are responsible for failure. The results of step 2 are compiled in table 2.

Step 3: Single Point Displacements

The partial network on the western part of the fault (excluding the points which were detected as unstable) is held fixed for deriving single point displacements of the points east of the fault. The results of the corresponding hypothesis tests are shown by graphical representations in figures 1, 2, 3, 4, according to Heck, Kuntz, Meier-Hirmer (1977). Besides the confidence ellipses which display acceptance/rejection of the null hypothesis additionally the "regions of sensitivity" are represented. These "sensitivity ellipses" are obtained by multiplying the length of the axes of the error ellipses by $\sqrt{\lambda}$, where λ is the value of the non-centrality parameter of the noncentral $F'_{2,f,\lambda}$-distribution [$\alpha = 0.05$, $\beta = 1-F'\left(F_{1,f;1-\alpha}; 2,f,\lambda\right) = 0.80$]. The sensitivity ellipse is a two-dimensional measure for the sensitivity of the network with respect to single point displacements (in two-dimensional networks) and is connected with the probability of type II errors (Heck, 1983a).

Epochs	Ω_0	b	Total/Partial Network of Reference Points	Ω_H	b_H	T	Critical Value (α=0.05)	Hypothesis	Single point displacement
1+2A	0.0267 0648	122	3,5,11,39,41,13,15, 17,21,35,37,43,45,47	0.0743 4912	147	8.706	1.60	rejected	?
			3,5,11,39,41 (east)	0.0406 9309	129	9.128	2.09	rejected	?
			5,11,39,41 (east)	0.0280 0156	127	1.183	2.29	accepted	3
			13,15,17,21,35,37,43, 45,47 (west)	0.0384 4349	137	3.574	1.75	rejected	?
			13,15,17,21,35,37, 43,47 (west)	0.0301 3993	135	1.207	1.80	accepted	45
1+2B	0.0267 0799	122	3,5,11,39,41,13,15, 17,21,35,37,43,45,47	0.0507 7497	147	4.397	1.60	rejected	?
			3,5,11,39,41 (east)	0.0286 0938	129	1.241	2.09	accepted	-
			13,15,17,21,35,37,43, 45,47 (west)	0.0290 9389	137	0.727	1.75	accepted	-
1+3A	0.0267 0939	122	3,5,11,39,41,13,15, 17,21,35,37,43,45,47	0.1125 0444	147	15.675	1.60	rejected	?
			3,5,11,39,41 (east)	0.0288 1869	129	1.376	2.09	accepted	-
			13,15,17,21,35,37,43, 45,47 (west)	0.0322 1308	137	1.676	1.75	(accepted) (*)	-
			13,17,21,35,37,43, 45,47 (west)	0.0294 5984	135	0.966	1.80	accepted	15
1+3B	0.0267 0531	122	3,5,11,39,41,13,15, 17,21,35,37,43,45,47	0.1084 7214	147	14.942	1.60	rejected	?
			3,5,11,39,41 (east)	0.0287 2688	129	1.319	2.09	accepted	-
			13,15,17,21,35,37, 43,45,47 (west)	0.0292 6016	137	0.778	1.75	accepted	-

Table 2: Testing the stability to total and partial networks

(*) If the choice of α is based on the extended B-method (Heck, 1983b), then the critical value is 1.549 < T, and the hypothesis is rejected (α = 0.0984); point 15 is responsible for rejection.

Step 4: Rigid Body Displacements of Partial Networks

According to the distributed informations on possible deformation models underlying the simulated data also relative rigid body displacements between the western and eastern part of the network had to be taken into consideration. The relative displacement vectors for the comparisons of epochs 1-2A, 1-2B, 1-3A, 1-3B have been estimated by the method described in Heck (1983a). The null hypothesis ("no movement") is again tested by a 2-dimensional Fisher test, which can be visualized graphically. Figure 5 shows the estimated rigid body displacements of the eastern part with respect to the western part of the network. Besides the confidence ellipses also the sensitivity ellipses are represented, which give an idea on the sensitivity of step 4 are also contained in table 3; the test statistic takes a highly significant value for all comparisons.

Epoch	1+2A	1+2B	1+3A	1+3B
Partial network	5,11,39,41	3,5,11, 39,41	3,5,11, 39,41	3,5,11, 39,41
displacement vector x y	+ 0.075 m + 0.233 m	+ 0.064 m + 0.223 m	+ 0.114 m + 0.434 m	+ 0.152 m + 0.438 m
semi-axes of confidence ellipses	0.068 m 0.061 m	0.067 m 0.059 m	0.065 m 0.059 m	0.067 m 0.059 m
semi-axes of reliability ellipses	0.087 m 0.077 m	0.085 m 0.076 m	0.083 m 0.076 m	0.085 m 0.076 m
direction of the semi-major axis	$75.^\circ860$	$78.^\circ488$	$79.^\circ321$	$78.^\circ476$
T	46.934	44.712	174.272	175.728

Table 3: Estimated displacements of the eastern part with respect to the western part of the network

References:

Chrzanowski, A. et al. (1981): A Comparison of Different Approaches into the Analysis of Deformation Measurements. Proceedings FIG XVI Congress, Montreux, invited paper No. 602.3.

FIG Working Group on Deformation Analysis (1982): Report of the FIG-Working Group on the Analysis of Deformation Measurements. Compiled by B. Heck. Proceedings III. Int. Symp. on Deformation Measurements, Budapest, 1982, part 3, 217-260.

Heck, B. (1981): Der Einfluß einzelner Beobachtungen auf das Ergebnis einer Ausgleichung und die Suche nach Ausreißern in den Beobachtungen. AVN 88, Heft 1, 17-34.

Heck, B. (1983a): Das Analyseverfahren des Geodätischen Instituts der Universität Karlsruhe - Stand 1983. Beitrag zum Seminar über "Geometrische Analyse und Interpretation von Deformationen geodätischer Netze", Institut für Geodäsie, HSBw München, 22. April 1983.

Heck, B. (1983b): Extension of Baarda's B-Method on General $\underline{F}_{m,n}$-Statistics (in preparation).

Heck, B.; Kuntz, E.; Meier-Hirmer, B. (1977): Deformationsanalyse mittels relativer Fehlerellipsen. AVN 84, 78-87.

van Mierlo, J. (1978): A Testing Procedure for Analysing Geodetic Deformation Measurements. Proceedings 2nd Int. Symp. on Deformation Measurements by Geodetic Methods, Bonn.

Fig. 1: Single point displacements, epochs 2A-1

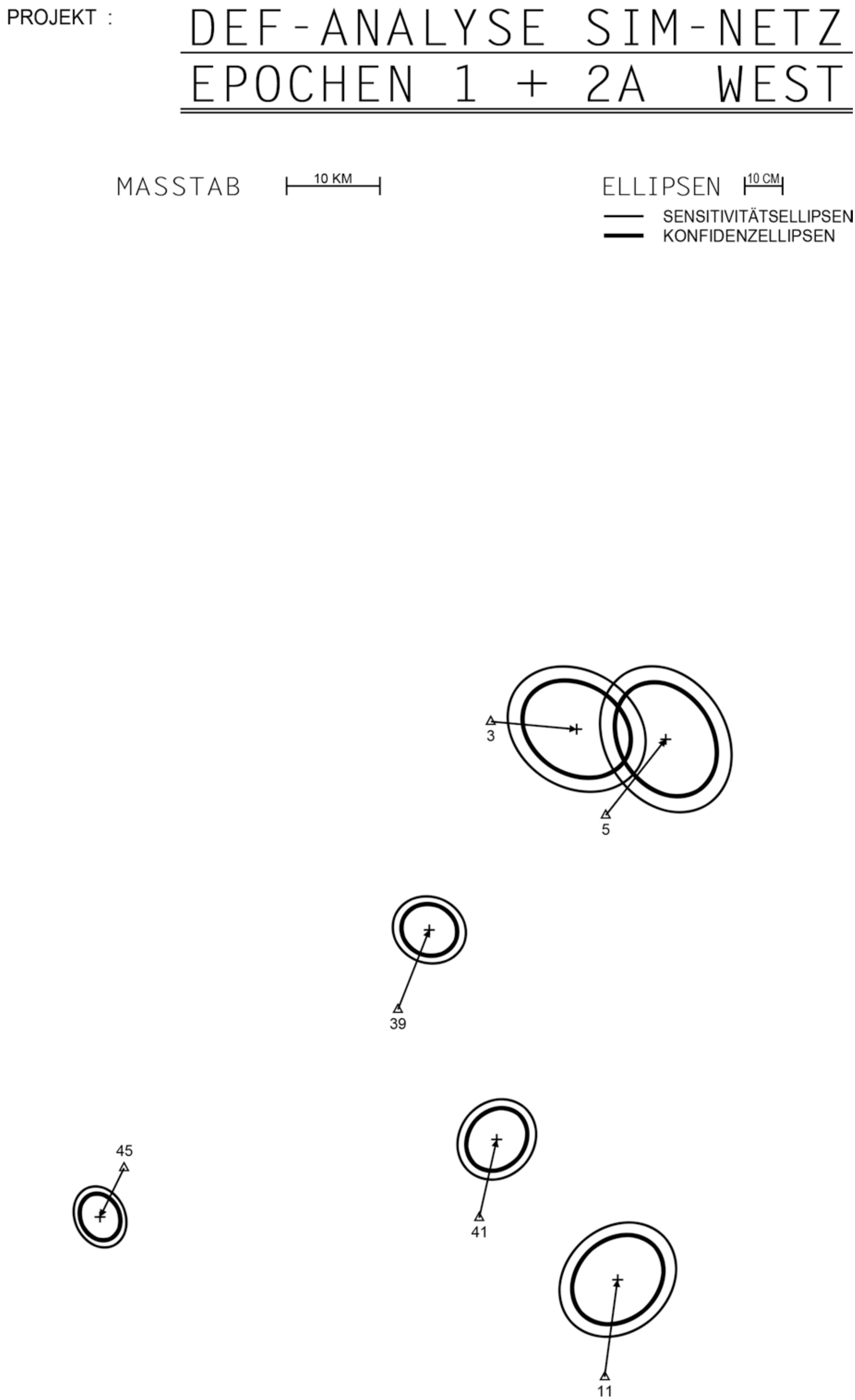


Fig. 2: Single point displacements, epochs 2B-1

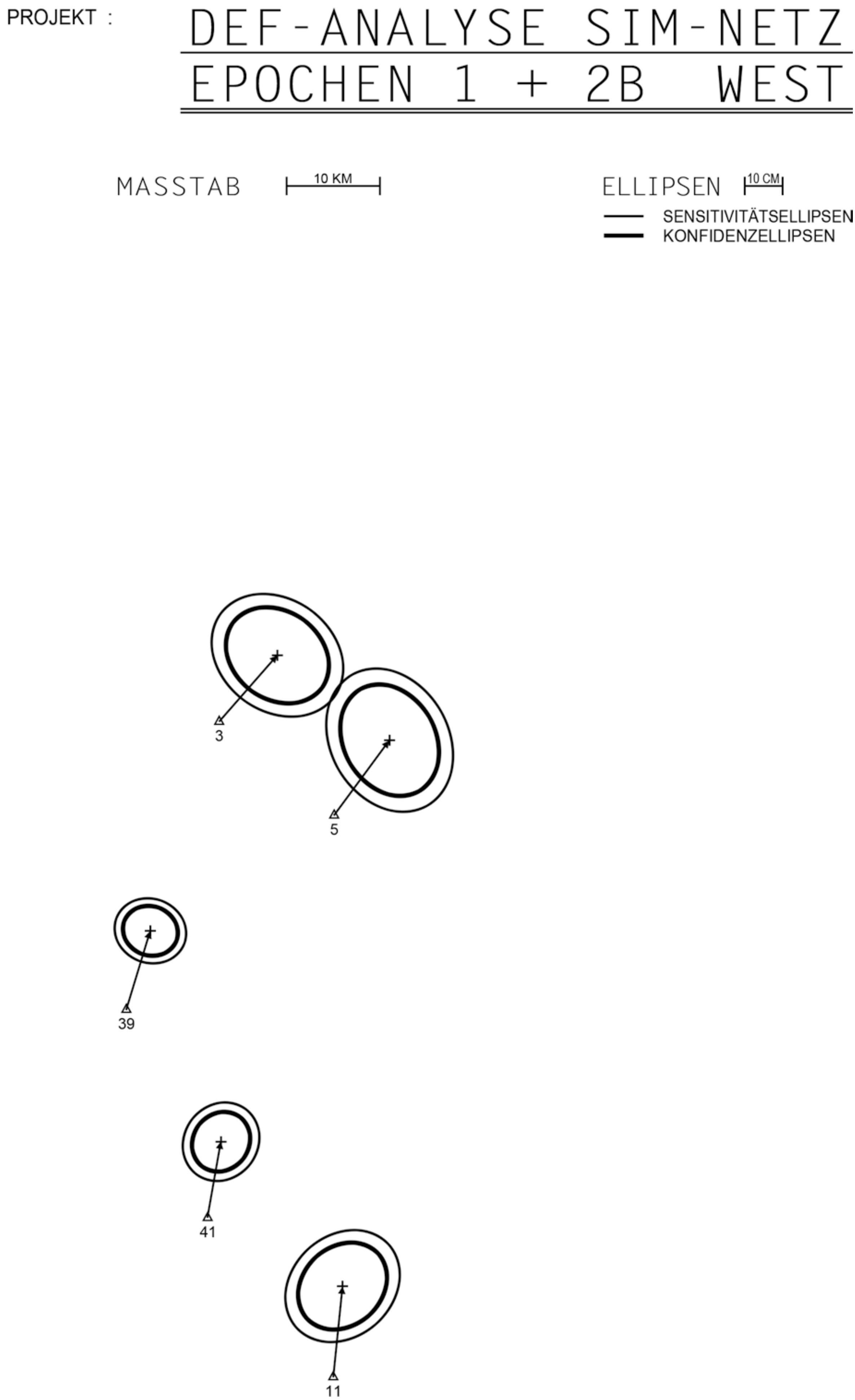


Fig. 3: Single point displacements, epochs 3A-1

PROJEKT : DEF-ANALYSE SIM-NETZ
EPOCHEN 1 + 3A WEST

MASSTAB 20 KM

ELLIPSEN 10 CM

SENSITIVITÄTSELLIPSEN
KONFIDENZELLIPSEN

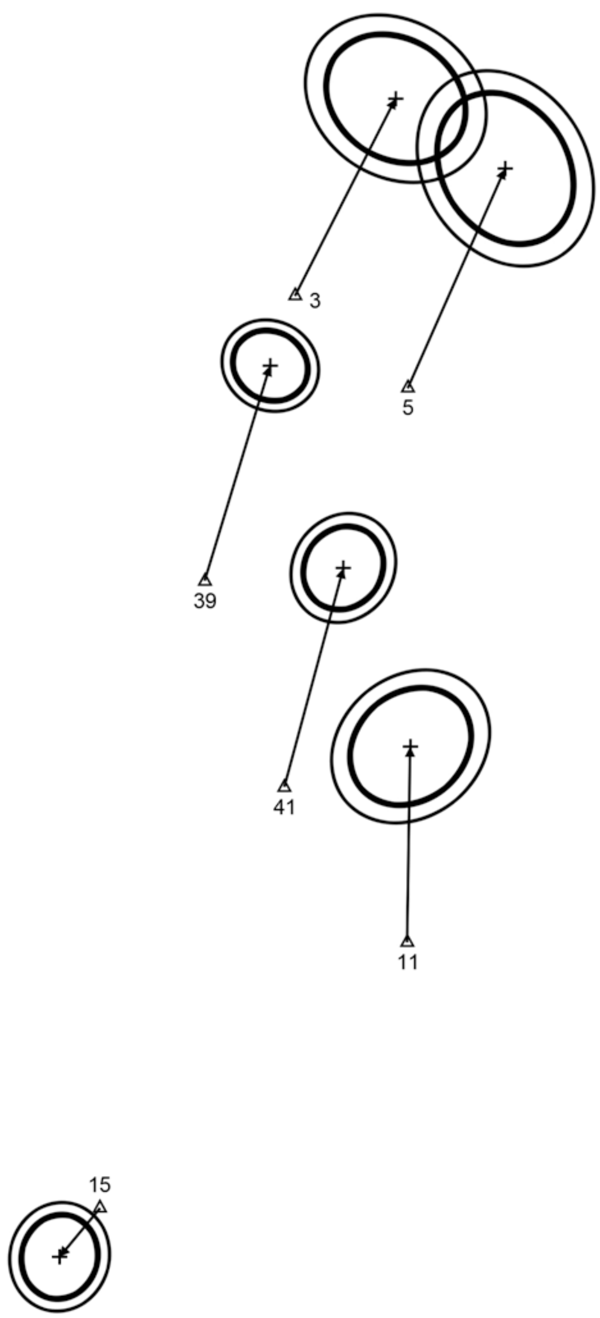


Fig. 4: Single point displacements, epochs 3B-1

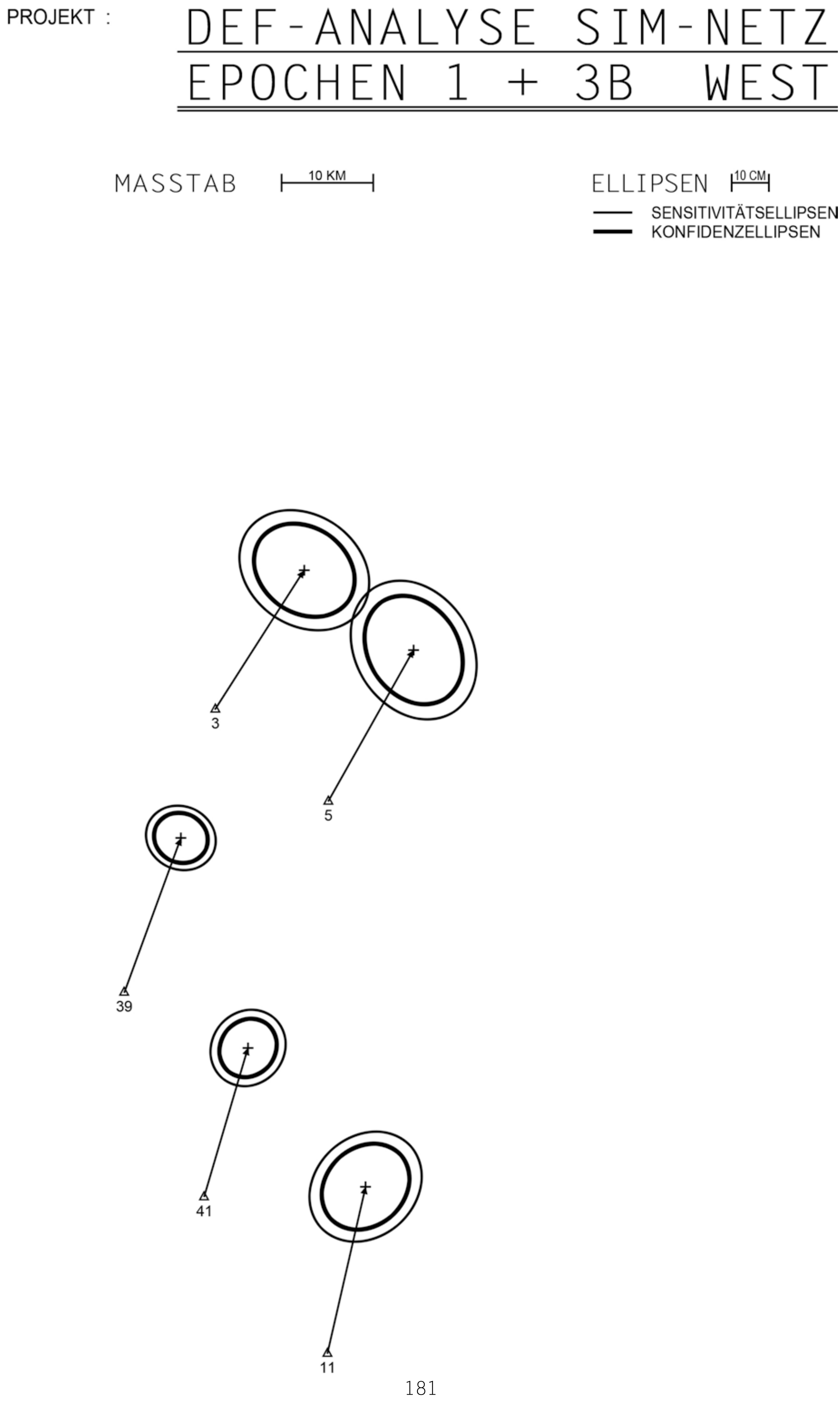
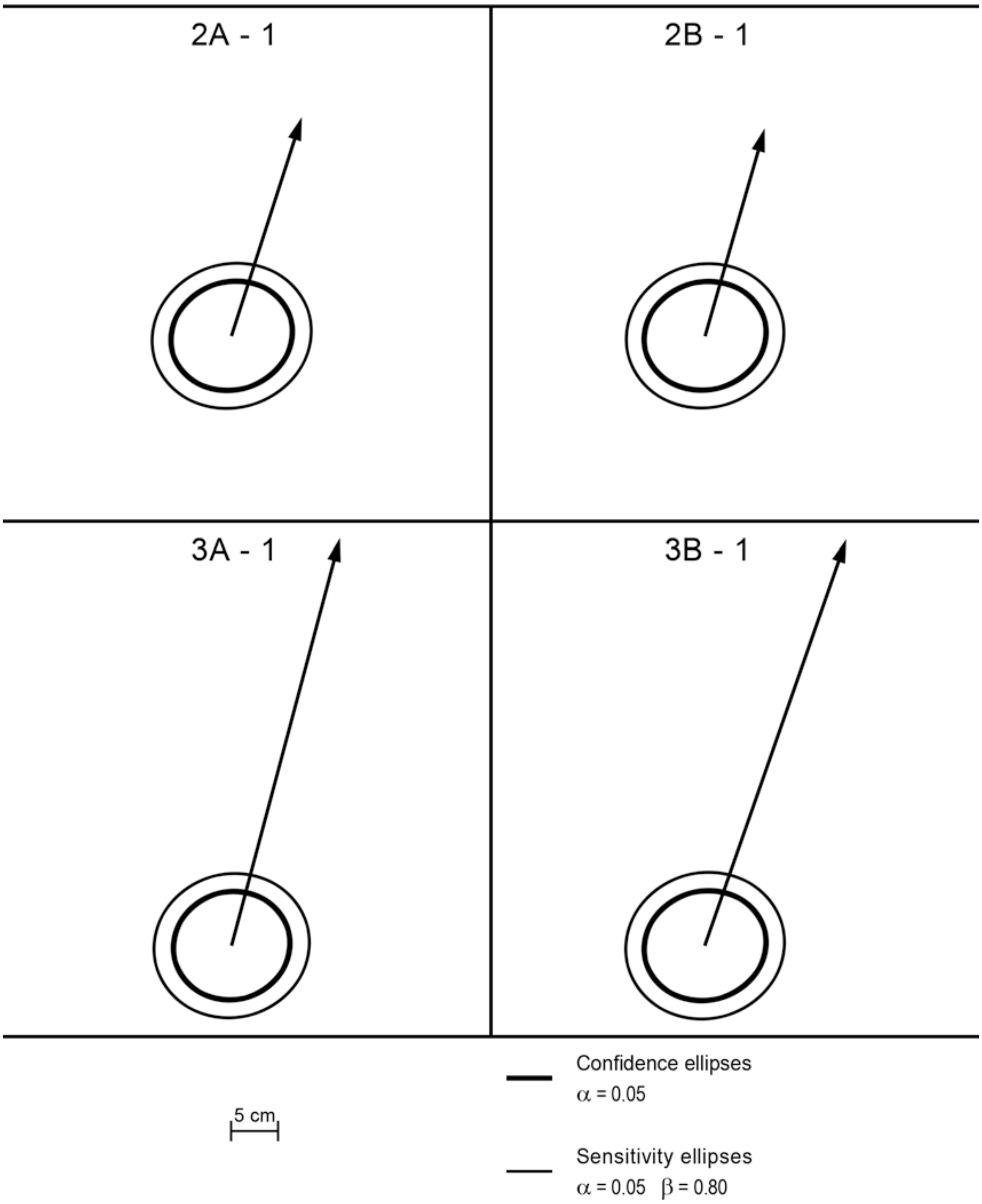


Fig. 5: Simulated Control Network

Rigid Body Displacement of the eastern part versus the western part



ASPEKTE DER INTEGRIERTEN GEODÄSIE FÜR NETZAUSGLEICHUNGEN UND DEFORMATIONSANALYSEN

von

Günter W. Hein
Institut für Physikalische Geodäsie
Technische Hochschule
Petersenstr. 13
D-6100 Darmstadt
Bundesrepublik Deutschland

ZUSAMMENFASSUNG

Nach einer kritischen Analyse der derzeit verwendeten Netzausgleichungsmodelle für die Deformationsanalyse, untermauert von praktischen Ergebnissen eines Testnetzes, wird die integrierte geodätische Netzausgleichung als Basis für eine 4d-Betrachtung von geodätischen Netzen in der Zukunft vorgestellt.

ABSTRACT

After a critical review of the presently used net adjustment models for the deformation analysis, proved by practical results of a test network, is the integrated geodesy adjustment introduced as basis for a four-dimensional consideration of geodetic networks in the future.

1. VORBEMERKUNG

Gestiegene Genauigkeitsanforderungen, aber auch präzisere Meßinstrumente und komplexe Meßmethoden haben dazu geführt, daß die Modellbildung bei der Deformationsanalyse erneut einer kritischen Diskussion unterworfen werden muß. Dabei sind es insbesondere systematische Effekte wie Refraktion, Zentrierfehler, Lotabweichungsvariationen, etc., die in der Vergangenheit unterschätzt wurden, und die - wenn möglich - einer zusätzlichen Parametrisierung bedürfen.

Die vorliegende Veröffentlichung ist deshalb weniger der Betrachtung der zeitlichen Veränderung der Objektkoordinaten gewidmet, als vielmehr einer kritischen Prüfung des zugrundeliegenden Netzausgleichungsmodells. Die danach propagierte ***integrierte geodätische Netzausgleichung*** ist ein Beispiel, wie insbesondere der systematische Einfluß von Lotabweichung und Refraktion parametrisiert werden kann. Daß dies Effekte von einer Größenordnung sind, die selbst bei kleinen Netzen eine Rolle spielen, wird an der Analyse eines Testnetzes demonstriert.

Da die integrierte geodätische Netzausgleichung bereits in verschiedenen Publikationen ausführlich vorgestellt worden ist, wird hier nur ein kurzer Abriß des Modells, seiner Vorzüge und praktischen Handhabung, besonders im Hinblick auf die Deformationsanalyse gebracht. An geeigneter Stelle wird der Leser auf weitergehende Literatur hingewiesen.

2. KRITIK DER DERZEITIGEN NETZAUSGLEICHUNGSMODELLE

Im folgenden sollen einige kritische Punkte - ohne Anspruch auf Vollzähligkeit - bei den derzeit angewandten Netzausgleichungsmodellen diskutiert werden.

- Deformationsnetze werden meist in extremer Topographie angelegt; man denke nur an die Überwachung von Staudämmen, Brückenbauwerken, Erdbebengebieten, Abbau von Bodenschätzen im Tagebau, etc. Dies hat in vielen Fällen zur Konsequenz, daß zwischen der Lage der einzelnen Netzpunkte das Erdschwerefeld sich ändert, oder besser: die Variation der Lotabweichungen führt infolge der entsprechenden Ausrichtung der Stehachse des Theodolits zu Verfälschungen in den Meßergebnissen, die selbst in kleinen lokalen Netzen zu Abweichungen von mehreren Millimetern in Lage und Höhe führen können (siehe auch die praktischen Ergebnisse des Testnetzes "Loreley" in Kap. 3). ***Ohne*** Berücksichtigung der Lotabweichungen kann deshalb in derartigen Fällen ***keine*** Millimetergenauigkeit in den Koordinaten erzielt werden!

- Bedenkt man, daß Refraktionseinflüsse i.a. aus gleichzeitig qegenseitigen Zenitdistanzen abgeleitet werden, so führt eine Nichtberücksichtigung der Lotabweichungsvariation - wegen gleicher Wirkung - zu falschen Refraktionskoeffizienten. Bei klassischen Netzausgleichungsmodellen kann keine Trennung von Refraktions- und Lotabweichungseinfluß in den Beobachtungen vorgenommen werden.
- Eine Einbeziehung von Nivellementsergebnissen zur besseren Bestimmung der Höhenkomponente in dreidimensionalen Netzen ist in den bisherigen Modellen (zumindest theoretisch) nicht möglich. Nivellementsergebnisse sind bekanntlich Potentialdifferenzen und können nur über eine Kenntnis oder Konvention der Abbildung vom Schwere- in den Geometrieraum mit den anderen sog. geometrischen Beobachtungen kombiniert werden. Eine oftmals verwendete "eins zu eins" Überführung der gemessenen Potentialdifferenzen in Höhenunterschiede führt i.a. insbesondere in extremen topographischen Verhältnissen zu schwereinduzierten Fehlern.
- In Gebieten großer Deformationen künstlicher (Tagebau, Grundwasserabsenkung etc.) oder tektonischer Art (rezente Erdkrustenbewegungen, Erdbebengebiete etc.) kann die zeitliche Änderung der Potentialflächen (bzw. die des Geoides, der Lotabweichungen und der Schwere) ***nicht*** berücksichtigt werden.
- Die derzeitigen Netzausgleichungsmodelle sind aufgrund der Tatsache, daß **nicht** alle geodätischen Beobachtungen berücksichtigt werden können, nur für ***rein lokale*** Deformationsanalysen geeignet. Auch die wiederholte Messung der Schwere (im übrigen eine einfache und wirtschaftliche Beobachtung) trägt zur Bestimmung von Höhenänderungen bei!

Bevor wir uns der Frage zuwenden, ob ein Netzausgleichungsmodell existiert, das der erwähnten Kritik standhält, wollen wir versuchen, die genannten Argumente mit realistischen Zahlen aus dem Datenmaterial eines Testnetzes zu untermauern.

3. ERGEBNISSE DES TESTNETZES "LORELEY"

Zur Untersuchung der Möglichkeiten der Erfassung der Refraktion wurde vom Geodätischen Institut der Technischen Hochschule Darmstadt ein Testnetz in der Nähe der Loreley bei St. Goar über den Rhein angelegt. Abb. 1 und 2 geben das Netzdesign sowie die dazugehörige Topographie wieder.

Die Punkte 3, 4 und 5 liegen unmittelbar am Rheinufer in einer Höhe von ca. 70 m üNN, die Punkte 1 und 2 in Höhen von ca. 220 m üNN und der Punkt 6 ca. 180 m hoch.

An Beobachtungen wurden ausgeführt:

- Horizontalrichtungen in 10 Sätzen.
- Gleichzeitig-gegenseitige Zenitwinkel bei gleichzeitiger Besetzung aller 6 Punkte an zwei verschiedenen Tagen.
- Streckenmessungen aller Strecken mit Hin- und Rückmessung, und zwar mit
  - Tellurometer MA 100,
  - Mekometer ME 3000.
- Gravimetermessungen (auf den Netzpunkten und flächenhaft in einem Gebiet von ca. 2 [km^2]).
- Fein- und Talübergangsnivellements, die zu einer Höhenschleife über die drei Talpunkte zusammengestellt wurden.
- Astronomische Beobachtungen (Länge, Breite, Azimut).

Zur Untersuchung der in Abschnitt 2 aufgeworfenen Argumente werden die Ergebnisse zweier Ausgleichungen verglichen: die des integrierten geodätischen Modells (siehe 4.), indem der Einfluß der Lotabweichungen berücksichtigt wurde, und die der klassischen Ausgleichung mit Hilfe des Gauß-Markov-Modells. Letzteres läßt sich als Spezialfall des integrierten Modells (4) mit $\underline{R}\,\underline{t} = \underline{0}$, $\underline{C}_{tt}=\underline{0}$ leicht berechnen und ist eine der vielen Lösungsvarianten des Programmsystems "OPERA" (<u>oper</u>ationelle <u>A</u>usgleichung), siehe auch (***HEIN und LANDAU,*** 1983). Abb. 3 zeigt den Titelausdruck des umfangreichen Systems mit einer Kurzbeschreibung. Die Differenzen, die selbst in solch einem kleinen Netz durch Nichtberücksichtigung der Lotabweichungen auftreten, sind überraschend. Hier kurz einige Ergebnisse (weitergehende Erläuterungen sind in ***HEIN und LANDAU*** (1983) und ***HEIN et al.*** (1983) zu finden):

Die Genauigkeit der berechneten Koordinaten ist in allen drei Komponenten < 1 [mm]. Die Standardabweichungen der Lotabweichungen, berechnet aus dem integrierten Modell, sind $m(\xi) = m(\eta) \le 1''$. Der Einfluß der Lotabweichungsvariation (Abb. 4 und 5) beträgt im einzelnen:

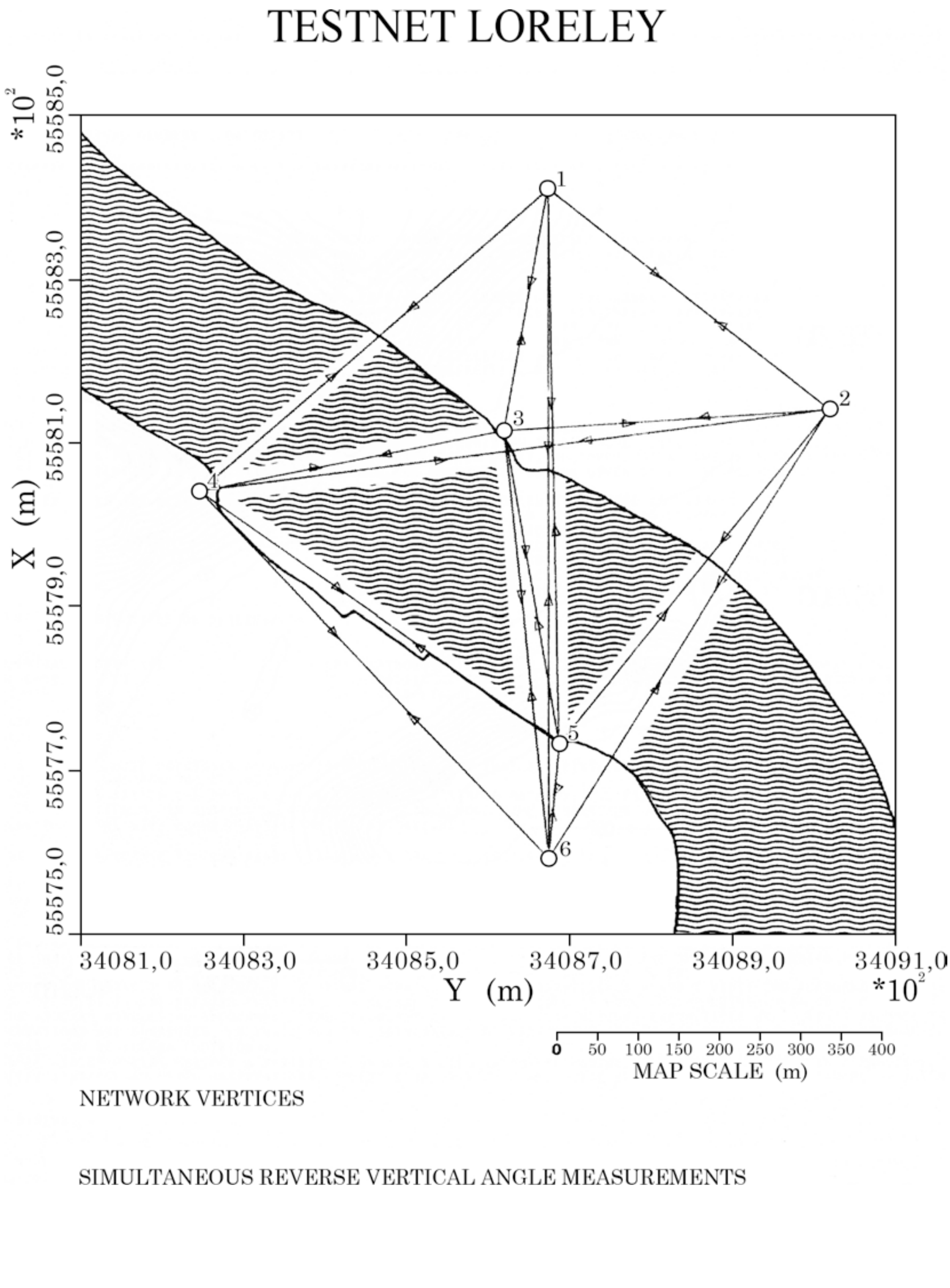


Abb. 1. Netzdesign des Testnetzes "Loreley". (Die angegebenen Koordinaten beziehen sich auf das Gauß-Krüger System.)

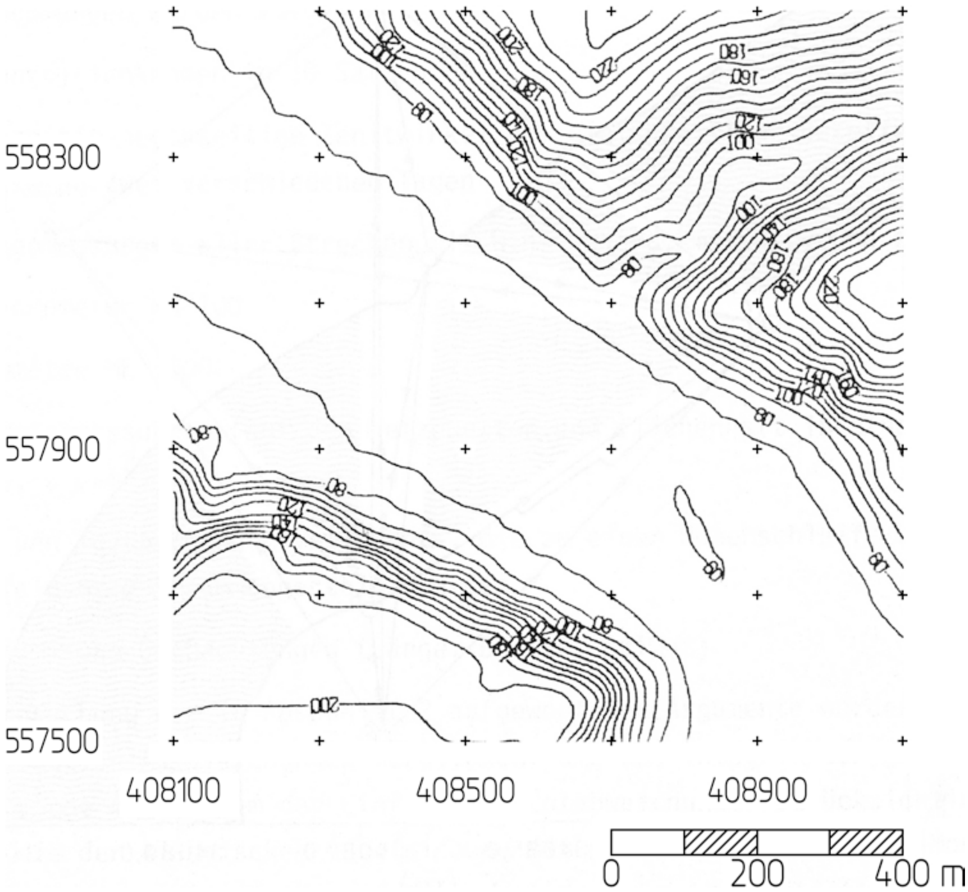


Abb. 2. Topographie im Bereich des Testnetzes "Loreley". Höhenlinien ü. NN in [m].

```
=======================================================================================================================
OPERATIONAL ADJUSTMENT ( TYPE : 1 ) OF :            TESTNET   LORELEY
PROGRAM SYSTEM  O P E R A      ( VERSION 07/82 )                            9.02.83          2.47 UHR       PAGE  1 - 41
INSTITUTE OF PHYSICAL GEODESY , DARMSTADT                                 PROGRAMMED BY EISSFELLER,HEIN,LANDAU JULY 1982
=======================================================================================================================
```

```
         OOOOOOOOOO  PPPPPPPPPP   EEEEEEEEEE  RRRRRRRRR   AAAAAAAAAA
        OOOOOOOOOO  PPPPPPPPPPP EEEEEEEEEE   RRRRRRRRRR  AAAAAAAAAA
       OO      OO  PP       PP  EE          RR      RR  AA      AA
      OO      OO  PP       PP  EE          RR      RR  AA      AA
     OO      OO  PPPPPPPPPPP  EEEEEEEEE   RRRRRRRRRR  AAAAAAAAAA
    OO      OO  PPPPPPPPPP   EEEEEEEEE   RRRRRRRRRR  AAAAAAAAAA
   OO      OO  PP           EE          RR   RR     AA      AA
  OO      OO  PP           EE          RR    RR    AA      AA
 OOOOOOOOOO  PP           EEEEEEEEEE  RR     RR   AA      AA
OOOOOOOOOO  PP           EEEEEEEEEE  RR      RR  AA      AA
```

O P E R A IS A MULTI-PURPOSE COMPUTER PROGRAM FOR THE OPERATIONAL ADJUSTMENT OF NUMEROUS KINDS OF GEODETIC OBSERVATIONS IN THREE DIMENSIONS IN THE SENSE OF INTEGRATED GEODESY DETERMINING IN ONE MODEL (TYPE(1)) 3D-COORDINATES OF NETWORK POINTS AND THE DISTURBING POTENTIAL AS WELL AS THE FIRST DERIVATIVES OF IT. MOREOVER, IT ALLOWS TO PREDICT ANY DESIRED FUNCTIONAL OF THE GRAVITY POTENTIAL AT A CERTAIN POINT WITHIN THE CONSIDERED REGION GIVEN BY ITS 3D-COORDINATES.

SEVERAL OTHER CASES ARE ALSO POSSIBLE :
(2) HORIZONTAL CONTROLLED INTEGRATED ADJUSTMENT
(3) VERTICAL CONTROLLED INTEGRATED ADJUSTMENT
(4) PURE GEOMETRICAL ADJUSTMENT
(5) HORIZONTAL CONTROLLED PURE GEOMETRICAL ADJUSTMENT
(6) VERTI CAL CONTROLLED PURE GEOMETRICAL ADJUSTMENT
(7) DETERMINATION (PREDICTION) OF THE GRAVITY FIELD ALONE
(8) TO (13) CONSTRAINED (FREE) ADJUSTMENTS OF (1) TO (6)

O P E R A ACCEPTS 9 TYPES OF OBSERVABLES :

(A) POTENTIAL DIFFERENCE	(B) ASTRONOMIC LATITUDE	(C) ASTRONOMIC LONGITUDE
(D) ABSOLUTE GRAVITY	(E) GRAVITY DIFFERENCE	(F) ZENITH DISTANCE
(G) AZIMUTH	(H) HORIZONTAL DIRECTION	(I) ABSOLUTE DISTANCE

COORDINATE SYSTEM :
===================

O P E R A WORKS WITH CARTESIAN GEOCENTRIC COORDINATES, SO THAT IN PRINCIPLE NO ELLIPSOID IS NEEDED. IT IS, HOWEVER, CONVENIENT TO USE ONE FOR TWO REASONS :
(1) IN ORDER TO LINEARIZE THE PROBLEM THE ELLIPSOID IS A SIMPLE MATHEMATICAL FIGURE TO GET THE DESIRED TAYLOR POINTS, AND
(2) THE CONSIDERATION OF AN ADOPTED REFERENCE ELLIPSOID ALLOWS THE COMPARISON OF COMPUTED FUNCTIONALS OF THE GRAVITY DISTURBING POTENTIAL WITH OTHER TRADITIONAL DETERMINATIONS.

THEREFORE THREE REFERENCE SYSTEMS CAN BE CHOSEN : (GRS 1930,1967,1980)

THE MODEL :
===========

FOR THE DETERMINATIONS O P E R A USES A MODEL OF GENERAL COLLOCATION TYPE : L = AX + RT + N WHERE X=(X,Y,Z) IS THE VECTOR OF THREEDIMENSIONAL CARTESIAN GEOCENTRIC COORDINATES, T THE VECTOR OF THE GRAVITY DISTURBING POTENTIAL AND ITS FIRST ORDER FUNCTIONALS, L THE OBSERVATIONS, N THE NOISE AND A,R ARE COEFFICIENT MATRICES.
THE SOLUTION FOR X AND T IS OBTAINED BY A HYBRID NORM MINIMIZING QUADRATICALLY N AND T UNDER THE APPROPRIATE COVARIANCE MATRICES FOR COV(T,T) AND RELATED FUNCTIONALS A GLOBAL COVARIANCE MODEL IS USED (SUBROUTINE COVAX BY C.C.TSCHERNING).
SINCE THE PROGRAM HANDLES NO GEODYNAMIC TIME-DEPENDENT EFFECTS AS POLAR MOTION, EARTH TIDES ETC., IT IS ASSUMED THAT THE OBSERVATIONS ARE CORRECTED FOR THAT. FOR THE ELIMINATION OF REFRACTION INFLUENCES ON VERTICAL ANGLE MEASUREMENTS THREE MODELS CAN BE CHOSEN (OPTION).
THE PROGRAM SYSTEM OFFERS FURTHER A VARIETY OF ANALYSIS LIKE DATUM FREE ADJUSTMENT, ERROR ELLIPSOIDAL PARAMETERS, CORRELATION COEFFICIENTS OF ADJUSTED OBSERVATIONS, ADJUSTED OBSERVATIONS AND THEIR ERROR STATISTICS, INVARIANCES OF THE MODEL, ETC.

PROGRAM DIMENSIONS :
====================

O P E R A IS INTENDED FOR HANDLING LARGE NETWORKS ; UP TO 1600 OBSERVATIONS COULD BE SIMULTANEOUSLY PROCESSED.
(RESTRICTED ONLY BY THE MAXIMUM NUMBER OF RECORDS OF A DEFINE FILE DATASET)

ACURACY :

IN ORDER TO AVOID ROUNDOFF ERRORS WHEN ADJUSTING LARGE SYSTEMS O P E R A WORKS WITH DOUBLE PRECISION VARIABLES

Abb. 3. Titelausdruck des Programmsystems "OPERA" für die ***operationelle*** oder ***integrierte*** geodätische Netzausgleichung.

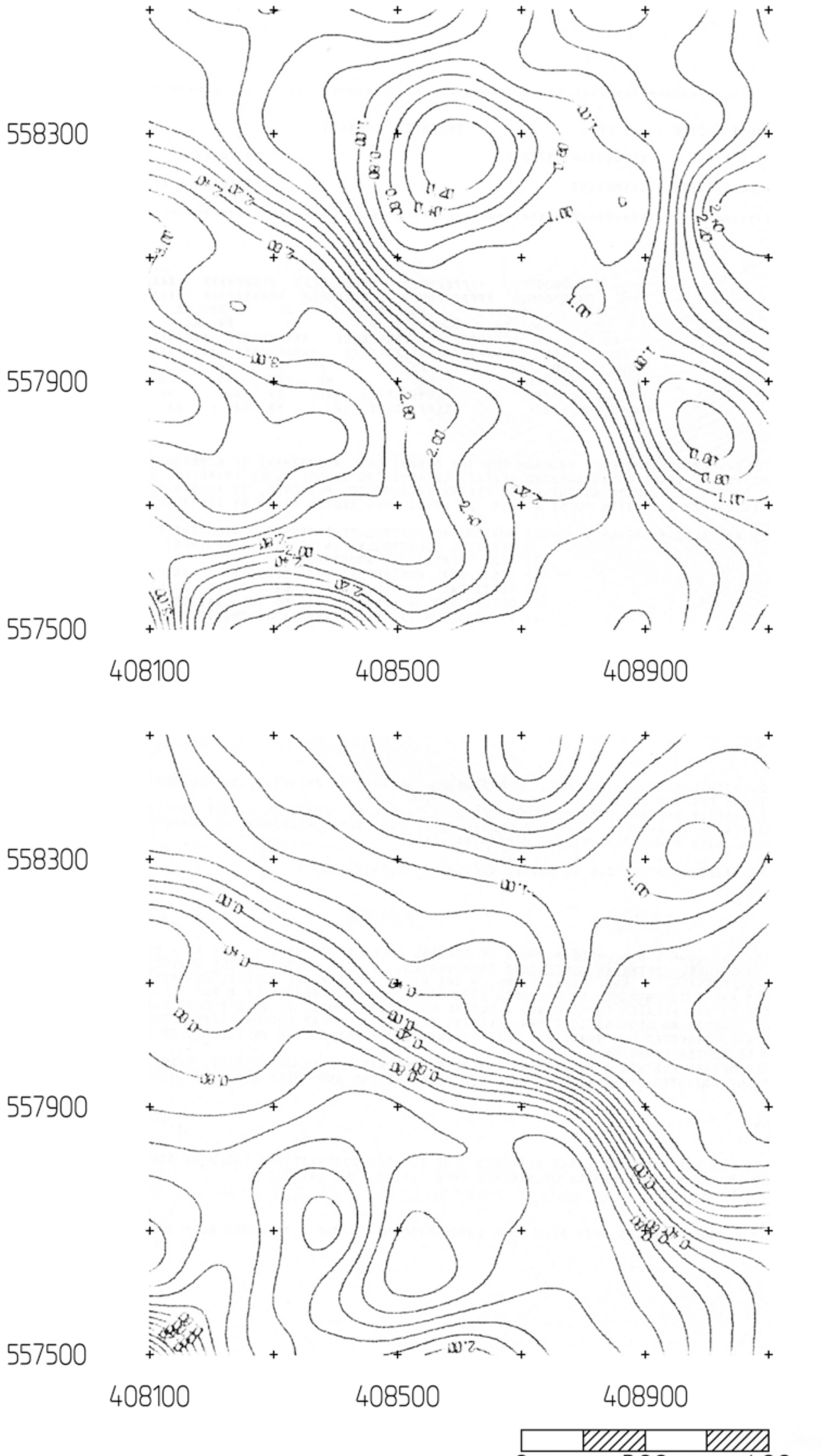


Abb. 4 und 5. Relative Lotabweichungen im Testnetz "Loreley".
Oben: Nord-Süd Komponente ξ; unten: Ost-West Komponente η
(Einheit der Isolinien: Bogensekunden)

- bei den Zenitdistanzen bis 1.4 [mgon]
- bei den horizontalen Richtungen bis 0.6 [mgon] innerhalb eines Richtungssatzes
- bei den Höhenkoordinaten bis 3 [mm].

Vergleicht man die ***ausgeglichenen*** Raumstrecken der beiden Ausgleichungsvarianten, so findet man Differenzen von etwa 1 [mm], hervorgerufen durch die Nichtberücksichtigung des Erdschwerefeldes bei der Berechnung der entsprechenden Koordinaten.

Die im integrierten Modell mitberechneten Refraktionskoeffizienten variieren zwischen 0.1 ... 0.4 ± 0.06; ihr Einfluß auf die Zenitdistanzen ist im Maximum 1.2 [mgon], also kleiner als der entsprechende der Lotabweichungen (siehe oben).

Die integrierte geodätische Netzausgleichung liefert Standardabweichungen der Koordinaten, die um etwa 1/3 kleiner als diejenigen der klassischen Ausgleichung sind.

Aus alledem ergibt sich, daß selbst bei derartig kleinen, lokalen Deformationsnetzen in bewegter Topographie ohne Berücksichtigung des Erdschwerefeldes keine Millimetergenauigkeit für die zu schätzenden Koordinaten erwartet werden kann. Das Testnetz "Loreley" ist ein Beispiel hierfür.

Nach unserem Dafürhalten bietet gerade die ***integrierte geodätische Netzausgleichung*** eine Basis für die Berechnung von Ingenieurnetzen und Deformationsanalysen hoher Präzision - dies nicht zuletzt aus Wirtschaftlichkeitsgründen, die später noch erläutert werden. Das integrierte geodätische Modell, das im Moment bezüglich der vierten Dimension, der Zeit, erweitert wird, soll nun kurz im nächsten Abschnitt skizziert werden. Der interessierte Leser sei ferner auf ***HEIN*** (1982a, b, 1983) verwiesen.

4. DAS MODELL DER INTEGRIERTEN GEODÄTISCHEN NETZAUSGLEICHUNG

Jede geodätische Beobachtung L kann als (nichtlineare) Funktion eines Vektors x von Punktkoordinaten und des Schwerepotentials W ausgedrückt werden.

$$L = F(\underline{x}, W). \qquad (1)$$

Je nachdem, ob der Beobachtungstyp von einem, zwei oder drei Punkten abhängt, spricht man von 1-Punkt-Funktionen (z.B. astronomische Länge, Breite, absolute Schwere), 2-Punkt-Funktionen (z.B. Zenitdistanzen, Schweredifferenzen, Azimute) oder auch 3-Punkt-Funktionen (z.B. Horizontalwinkel).

Nach der Einführung von Näherungswerten

$$\underline{x} = \underline{x}_0 + \delta\underline{x} \ , \tag{2}$$

$$W(\underline{x}) = U(\underline{x}) + T(\underline{x}) \tag{3}$$

und unter Vernachlässigung der Glieder höherer Ordnung können wir (1) mittels einer Taylor-Entwicklung linearisieren. $\underline{x}_0$ ist dabei der Vektor der Näherungskoordinaten und $U(\underline{x})$ ein Näherungspotential, so daß wir nur mit der Störgröße $T(\underline{x})$ zu rechnen haben. $U(\underline{x})$ könnte eines der von der Internationalen Assoziation für Geodäsie (IAG) angenommenen Normalpotentiale sein, die sich auf ein bestimmtes Referenzellipsoid beziehen. $T(\underline{x})$ ist dann äquivalent zu unserem Störpotential in der klassischen Betrachtungsweise. Es sei jedoch angemerkt, daß im Prinzip jede Art von Näherung für $W(\underline{x})$ in das Modell eingeführt werden kann. Wir erhalten dann das ***lineare*** Modell der verallgemeinerten ***Kollokation*** (***MORITZ,*** 1980, S. 195 f.)

$$\underline{l} = \underline{A}\,\delta\underline{x} + \underline{R}\,\underline{t} + \underline{n} \tag{4}$$

wobei

$$\begin{aligned}
\underline{l} &= L - F\left(\underline{x}_0, U\right) \\
\underline{A} &= \frac{\partial F}{\partial x_i}\left(\underline{x}_0, U\right) \\
\underline{R} &= \frac{\partial F}{\partial \underline{t}}\left(\underline{x}_0, U\right) \\
\delta\underline{x} &= (\delta x, \delta y, \delta z)^T \\
\underline{t} &= \left[T, -\frac{\partial T}{\partial r}, -\frac{\partial T}{\partial \phi \cdot \gamma}, -\frac{\partial T}{\partial \lambda \cdot \gamma \cdot \cos\phi}\right]^T .
\end{aligned} \tag{5}$$

Die in $\underline{t}$ hier aufgeführten, nach sphärischen Koordinaten (r, ϕ, λ) abgeleiteten Differentiale (Schwerestörung und Lotabweichungskomponenten) können im lokalen durch einfache Ableitungen nach der Höhe und Lage ersetzt werden. (γ ist die Modell- oder Näherungsschwere.)

Der Vektor $\underline{n}$ in (4) steht für das Beobachtungsrauschen ("noise"). Das erste Glied auf der rechten Seite von (4) repräsentiert also die ***geometrische*** Aufgabe der Geodäsie, die Schätzung von Koordinaten, und das zweite, die ***Bestimmung des Erdschwerefeldes*** (Geoid, Lotabweichungen, etc.). Die Lösung des Modells (4) kann unter Berücksichtigung der hybriden Minimumsbedingung

$$\underline{n}^T \underline{C}_{nn}^{-1} \underline{n} + \underline{t}^T \underline{K}_{tt}^{-1} \underline{t} = \min \tag{6}$$

für die unbekannten Koordinaten (-Zuschläge) $\hat{x}$ (bzw. $\delta\underline{\hat{x}}$)

$$\underline{\hat{x}} = \left(\underline{A}^T\underline{D}^{-1}\underline{A}\right)^{-1}\underline{A}^T\underline{D}^{-1}\underline{l} \tag{7}$$

und für die Parameter des Erdschwerefeldes zu

$$\underline{\hat{t}} = \underline{K}_{tt}R^T\underline{D}^{-1}\left(\underline{l}-\underline{A}\,\underline{\hat{x}}\right) \tag{8}$$

gefunden werden, wobei

$$\underline{D} = \underline{C}_{nn} + \underline{R}\,\underline{K}_{tt}\underline{R}^T \tag{9}$$

und $\underline{C}_{nn}$ die Varianz-Kovarianzmatrix der Beobachtungen ist (i.a. $\underline{C}_{nn} = \mathrm{diag}(\sigma_i)$ mit σ_i^2 als Standardabweichung der Messung l_i). $\underline{K}_{tt}$ ist eine Kovarianzmatrix, die von einem in sich konsistenten Kovarianzmodell für die Funktionale $\underline{t}$ (5) des Störpotentials T abgeleitet werden kann.

Für lokale Anwendungen wie beim Testnetz St. Goar haben wir das von ***REILLY*** (1973) vorgestellte Modell verwendet. Die nur vom horizontalen Abstand $s = \overline{PQ}$ und den Höhen z_P, z_Q der Punkte P, Q abhängige Kovarianzfunktion für T

$$C(T_P,T_Q) = C_0 \cdot \frac{1}{2}d^4 \int_{\Theta=0}^{\infty} \Theta\ \exp\{-\Theta(z_P+z_Q)\}\ \exp\left\{-\Theta^2 d^2/2\right\} J_0(\Theta s)\, d\Theta \tag{10}$$

besitzt den frei zu wählenden Parameter d, der mit der Nullstelle der abgeleiteten Funktion $C(\Delta g,\Delta g)$ die Relation $s_0 = \sqrt{2}\,d$ aufweist. J_0 ist die Bessel'sche Funktion 0. Ordnung. Für die erforderliche Kovarianzfortpflanzung siehe auch ***HEIN*** (1981, S. 53 f., 94 f.). Kennt man also den Abstand s_0 der ersten Nullstelle der empirischen Kovarianzfunktion der Schwereanomalien Δg und die entsprechende Varianz C_0, so kann (10) hinreichend genau approximiert werden.

Die Fehlerstatistik für die unbekannten Koordinaten $\underline{\hat{x}}$ ist gegeben durch

$$\underline{E}_{xx} = \left(\underline{A}^T\underline{D}^{-1}\underline{A}\right)^{-1} \tag{11}$$

und für die Funktionale $\underline{t}$ des Erdschwerefeldes durch

$$\underline{E}_{tt} = \underline{K}_{tt} - \underline{K}_{st}\underline{R}^T\underline{D}^{-1}\left[\underline{I} - A\left(\underline{A}^T\underline{D}^{-1}\underline{A}\right)^{-1}\underline{A}^T\underline{D}^{-1}\right]\underline{R}\,\underline{K}_{ts} \tag{12}$$

$\underline{I}$ ist die Einheitsmatrix.

Es sei ferner noch darauf hingewiesen, daß durch die im allgemeinen Kollokationsmodell (4) implizit enthaltene Interpolation und Prädiktion erstens

alle weiteren Funktionale des Erdschwerefeldes an ***jedem*** beliebigen Punkt innerhalb des betrachteten Gebietes mit Hilfe von (8) berechnet werden können und zweitens es als Konsequenz des bisher Gesagten, auch ***nicht*** notwendig ist, daß z.B. die astronomischen und gravimetrischen Beobachtungen mit den Netzpunkten koinzidieren.

In ***HEIN*** (1982b) ist zusätzlich zu der Standardlösung (7) bis (12) eine Stufenlösung entwickelt worden, die es gestattet, auch die eigentliche Schätzung der Funktionale des Erdschwerefeldes (8) auszuklammern, einen Teil, der vielleicht für Deformationsanalysen nicht von primärem Interesse ist.

5. ZUSAMMENFASSUNG

In dem Vorangehenden wurde versucht, zu zeigen, daß die ***integrierte geodätische Netzausgleichung*** ein Modell darstellt, das vielleicht gerade im lokalen Bereich für Ingenieurnetze höchster Präzision mehrere Vorzüge gegenüber der klassischen Betrachtungsweise zu bieten hat. Die wesentlichen Punkte dabei sind:

(1) Potentialdifferenzen (aus Nivellementsbeobachtungen) können nun mit den anderen geodätischen Beobachtungen in ***einem*** Modell verarbeitet werden und gestatten den Aufbau von ***dreidimensionalen*** Netzen hoher Präzision.

(2) Astronomische Beobachtungen können durch wirtschaftliche gravimetrische Daten ersetzt werden, die dazu dienen, den Einfluß der Lotabweichungen auf die Koordinaten implizit zu berücksichtigen.

(3) Lotabweichungen und Refraktionsunbekannte werden in einem Modell bestimmt. Somit werden die Einflüsse beider Effekte auf die Zenitbeobachtungen separiert.

(4) ***Alle*** terrestrischen Beobachtungen - auch solche, die unabhängig von dem eigentlichen Netz, aber im betrachteten Gebiet liegen - können verarbeitet werden.

DANK

Für die freundliche Überlassung der Daten des Testnetzes "Loreley" sei dem Geodätischen Institut der Technischen Hochschule Darmstadt, insbesondere Herrn Dipl.-Ing. Egreder, gedankt.

LITERATUR

HEIN, G.W.: *Untersuchungen zur terrestrischen Schweregradiometrie.* Dt. Geod. Komm., Reihe C, Nr. 264, München 1981

HEIN, G.W.: *A Contribution to 3D-Operational Geodesy. Part 1: Principle and Observational Equations of Terrestrial Type.* In: Proc. of the International Symposium on Geodetic Networks and Computations of the IAG, München, 31.08.-05.09.1981. Dt. Geod. Komm., Reihe B, Nr. 258/VII, 31-64, 1982a

HEIN, G.W.: *A Contribution to 3D-Operational Geodesy. Part 2: Principles of Solution.* In: Proc. of the International Symposium on Geodetic Networks and Computations of the IAG, München, 31.08.-05.09.1981. Dt. Geod. Komm., Reihe B, Nr. 258/VII, 65-85, 1982b

HEIN, G.W., H. LANDAU: *A Contribution to 3D-Operational Geodesy. Part 3: OPERA - A Multi-Purpose Programm for Operational Adjustment of Geodetic Observations of Terrestrial Type.* Dt. Geod. Komm., Reihe B, Nr. 264, München 1983

Hein, G.W.: *Erdmessung als Teil einer integrierten Geodäsie- Begründung, Stand und Entwicklungstendenzen.* Z. f. Verm. Wesen 108, 93-104, 1983

HEIN, G.W., H. LANDAU, K. EGREDER: *Erste Erfahrungen zur integrierten geodätischen Netzausgleichung.* Z. f. Verm. Wesen, in Druck

MORITZ, H.: *Advanced Physical Geodesy.* Herbert Wichmann Verlag, Karlsruhe 1980

REILLY, W.I.: *Mapping the Local Geometry of the Earth's Gravity Field.* Dep. of Scientific and Industrial Research, Geophysics Division, Rep. No. 143, New Zealand

VERGLEICH VON TESTVERFAHREN FÜR DIE DEFORMATIONSANALYSE

von

K. R. KOCH, K. RIESMEIER
Institut für Theoretische Geodäsie
Universität Bonn
Nußallee 17, 5300 Bonn 1
Bundesrepublik Deutschland

ZUSAMMENFASSUNG

Der Einfluß der im multivariaten Gauß-Markoff-Modell geschätzten Kovarianzen zwischen den Epochen auf die Empfindlichkeit der Hypothesentests bei der Deformationsanalyse wird beschrieben und an einem Beispiel im Vergleich mit den Testverfahren des univariaten Gauß-Markoff-Modells demonstriert.

ABSTRACT

The influence of covariances between time epochs estimated in a multivariate Gauss-Markoff-model upon the sensitivity of hypothesis testing for the deformation analysis is described and, using an example, demonstrated in comparison with the testing procedures of the univariate Gauss-Markoff-model.

1. EINFÜHRUNG

Sind in einem geodätischen Netz Beobachtungen in mehreren Meßepochen durchgeführt worden, kann eine Deformationsanalyse bei Vorliegen eines identischen Meßprogramms in allen Epochen im multivariaten Gauß-Markoff-Modell erfolgen, wogegen bei nicht identischem Programm im univariaten Gauß-Markoff-Modell gearbeitet werden muß. Da häufig die Punktkoordinaten im univariaten Modell geschätzt werden und daher ebenfalls univariate Hypothesentests durchgeführt werden, obwohl die Voraussetzungen des multivariaten Modells erfüllt sind, sollen deshalb im folgenden die unterschiedlichen Vorhersagen über Deformationen, die aus multivariaten und univariaten Tests erhalten werden, anhand der von Koch (1981a) abgeleiteten Ellipsoide aufdeckbarer Abweichungen von der Nullhypothese aufgezeigt werden und an einem Beispiel demonstriert werden.

2. HYPERELLIPSOIDE AUFDECKBARER DEFORMATIONEN

Die für eine beliebige Anzahl p von Epochen benutzbaren Modelle sollen aus Gründen der Übersichtlichkeit auf 2 Epochen i und j beschränkt werden.

2.1 Univariates Gauß-Markoff-Modell

Das univariate Gauß-Markoff-Modell sei gegeben durch

$$\begin{vmatrix} \underline{X}_i & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{X}_j \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \underline{\beta}_i \\ \underline{\beta}_j \end{vmatrix} = E\left(\begin{vmatrix} \underline{y}_i \\ \underline{y}_j \end{vmatrix}\right) \quad \text{mit} \quad D\left(\begin{vmatrix} \underline{y}_i \\ \underline{y}_j \end{vmatrix}\right) = \sigma^2 \begin{vmatrix} \underline{I} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{I} \end{vmatrix} , \tag{2-1}$$

wobei $\underline{X}_k$ eine feste $n_k \times u_k$ Modellmatrix, β_k ein fester $u_k \times 1$ Parametervektor, $\underline{y}_k$ ein $n_k \times 1$ Beobachtungsvektor bedeutet. Sollen Verschiebungen einzelner Netzpunkte oder Punktgruppen zwischen den Meßepochen getestet werden, lassen sich die Hypothesen bezüglich der Differenzenvektoren $\left|\underline{\beta}_{fi} - \underline{\beta}_{fj}\right|$

$$H_0 : \left|\underline{\beta}_{fi} - \underline{\beta}_{fj}\right| = 0 \quad \text{gegen} \quad H_1 : \left|\underline{\beta}_{fi} - \underline{\beta}_{fj}\right| \neq 0 , \tag{2-2}$$

testen, wobei der Index f angibt, daß nur jeweils Teilmengen als fest angenommener Punkte aus der Gesamtmenge aller im Parametervektor enthaltenen Punktkoordinaten getestet werden. Für die Differenzenvektoren $\left|\underline{\beta}_{fi} - \underline{\beta}_{fj}\right|$ lassen sich Hyperellipsoide aufdeckbarer Deformationen (Koch 1981a) ableiten, d. h. Bereiche, in denen eine Annahme der Nullhypothese H_0 erreicht wird. Im Fall eines Punktes in einem ebenen Netz ergibt sich die Ellipsengleichung, in der also $\underline{\beta}_{fi}$ und $\underline{\beta}_{fj}$ lediglich zwei Komponenten enthalten,

$$\left|\underline{\beta}_{fi} - \underline{\beta}_{fj}\right|' \left[\left(\left(\underline{X}_i'\underline{X}_i\right)^- + \left(\underline{X}_j'\underline{X}_j\right)^-\right)_f\right]^{-1} \left|\underline{\beta}_{fi} - \underline{\beta}_{fj}\right| = \qquad\qquad (2\text{-}3)$$

$$= 2\hat{\sigma}^2\left(\frac{\bar{n} - \bar{q} - 2}{\bar{n} - \bar{q}}\, F_{1-\alpha;\,2,\,\bar{u}-\bar{q}} - 1\right),$$

$$\bar{q} = \operatorname{rg}\begin{vmatrix} \underline{X}_i & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{X}_j \end{vmatrix}, \quad \bar{n} = n_i + n_j ,$$

wobei $F_{1-\alpha}$ den Fraktilwert der F-Verteilung angibt.

Wird jetzt für beide Epochen i und j ein identisches Modell $\underline{X}_i = \underline{X}_j = \underline{X}$ angenommen, geht (2-3) über in die Ellipsengleichung

$$\left|\underline{\beta}_{fi} - \underline{\beta}_{fj}\right|' \left[\left(\underline{X}'\underline{X}\right)_f\right]^{-1} \left|\underline{\beta}_{fi} - \underline{\beta}_{fj}\right| = 4\hat{\sigma}^2\left(\frac{\bar{u} - \bar{q} - 2}{\bar{u} - \bar{q}}\, F_{1-2;\,2,\,\bar{n}-\bar{q}} - 1\right) . \qquad (2\text{-}4)$$

2.2 Multivariates Gauß-Markoff-Modell

Wird von vornherein im multivariaten Gauß-Markoff-Modell

$$\underline{X}\left|\underline{\beta}_i, \underline{\beta}_j\right| = E\left(\left|\underline{y}_i, \underline{y}_j\right|\right) \quad \text{mit} \quad D(\operatorname{vec}\underline{Y}) = \underline{\Sigma} \otimes \underline{I} ,$$

$$\underline{Y} = \left|\underline{y}_i, \underline{y}_j\right| \quad , \quad \underline{\Sigma} = (\sigma_{ij}) \qquad\qquad (2\text{-}5)$$

gearbeitet mit den gleichen Spezifikationen wie unter (2-1), läßt sich auf das univariate Modell der Koordinatendifferenzen übergehen mit

$$\underline{X}\left|\underline{\beta}_i, \underline{\beta}_j\right|\underline{U} = E(\underline{Y}\,\underline{U}) \quad \text{mit} \quad D(\operatorname{vec}\,\underline{Y}\,\underline{U}) = (\underline{U}'\,\underline{\Sigma}\,\underline{U}) \otimes \underline{I}$$

$$= (\sigma_i^2 - 2\sigma_{ij} + \sigma_j^2)\,\underline{I} , \qquad\qquad (2\text{-}6)$$

für das Koch (1981a) ebenfalls das Hyperellipsoid aufdeckbarer Deformationen herleitet, das sich im Fall jeweils nur eines Netzpunktes in der Ebene wieder spezialisiert auf eine Ellipse mit der Gleichung

$$
\left|\underline{\beta}_{fi} - \underline{\beta}_{fj}\right|' \left[\left(\left(\underline{X}'\underline{X}\right)^{-}\right)_f\right]^{-1} \left|\underline{\beta}_{fi} - \underline{\beta}_{fj}\right| =
$$

$$
= 2\left(\hat{\sigma}_i^2 - 2\hat{\sigma}_{ij} + \hat{\sigma}_j^2\right)\left(\frac{n-q-2}{n-q} F_{1-2;\,2;\,n-q} - 1\right) \qquad (2\text{-}7)
$$

$$
q = \mathrm{rg}\,\underline{X} \quad , \quad n = n_i = n_j
$$

2.3 Vergleich der Ellipsen aufdeckbarer Deformationen

Wird von einem in zwei Epochen mit gleichem Meßprogramm gemessenen ebenen Netz ausgegangen, lassen sich die Ellipsen aufdeckbarer Deformationen für jeden Punkt entweder mit (2-4) oder mit (2-7) angeben. Da $\bar{n} - \bar{q} = 2(n-q)$ gilt, ist $2\hat{\sigma}^2 = \hat{\sigma}_i^2 + \hat{\sigma}_j^2$ und bei $n\text{-}q > 20$ sowie $\alpha = 0{,}05$ gilt $F_{1-\alpha;\,2,\,\bar{n}-\bar{q}} \approx F_{1-\alpha;\,2,\,n-q}$, so daß der Unterschied beider Ellipsen im wesentlichen aus der Größe $-4\hat{\sigma}_{ij}$ folgt, die sich als geschätzte Kovarianz σ_{ij} zwischen den Epochen i und j in (2-5) ergibt. Erhält man $\hat{\sigma}_{ij}$ positiv, bedeutet dies eine Verkleinerung der Halbachsen der Ellipse in (2-7) gegenüber der Ellipse in (2-4), bei negativer Kovarianz eine Vergrößerung, so daß bei positiver Kovarianz $\hat{\sigma}_{ij}$ der Hypothesentest im multivariaten Modell empfindlicher reagiert als im univariaten Modell und bei negativer Kovarianz umgekehrt.

3. ANWENDUNGSBEISPIEL

In einem in mehreren Epochen gemessenen Testnetz mit 17 Punkten wurden für die Epochen 2B und 3A, die identisches Meßprogramm aufweisen, sowohl univariate als auch multivariate Hypothesentests mit dem Ziel der Trennung der beweglichen und festen Netzpunkte durchgeführt, wobei eine Auffelderung auf die maximale Anzahl fester Punkte vorgenommen wurde, für die die Hypothese der Punktidentität H_0 in beiden Epochen anzunehmen war. Die Durchführung der Testverfahren für die Deformationsanalyse nach dem Likelihood-Quotienten-Kriterium (Koch 1981b), die im multivariaten Fall auf λ-verteilte Testgrößen und im univariaten Fall auf Testgrößen führen, die die F-Verteilung – als Spezialfall der λ-Verteilung – besitzen (vergl. Koch 1980, S. 136; S. 250 ff.), lieferte folgendes Ergebnis:

Getestete Punkte
Nummer

univariat

43 17 99 9 45 37 47 97 13 21 35 11 3 5	15 39 41
Annahmebereich $H_0 : \underline{H}\,\underline{\beta} = \underline{0}$	Ablehnung $H_1 : \underline{H}\,\underline{\beta} \neq \underline{0}$

multivariat

47 37 99 35 17 9 97 13	45 43 21 3 5 15 11 39 41
Annahmebereich $H_0 : \underline{H}\,\underline{\beta} = \underline{0}$	Ablehnung $H_1 : \underline{H}\,\underline{\beta} \neq \underline{0}$

Offensichtlich werden vom multivariaten Test erheblich mehr Punkte als signifikant verschoben aufgedeckt als vom univariaten Test; eine Folge der hohen positiven Korrelationen, die wegen (2-7) die Annahmebereiche der Tests verkleinern, wobei der Korrelationskoeffizient in dem vorgestellten Beispiel den Wert $\beta = +\,0{,}94$ erreichte.

4. SCHLUßFOLGERUNGEN

Das vorgestellte Beispiel demonstriert den Einfluß geschätzter Kovarianzen zwischen den Meßepochen auf das Testergebnis. Hohe positive Korrelationen zwischen den Epochen – bei Deformationsmessungen aufgrund wiederholt gleichgerichteter Einflüsse etwa wegen ähnlicher Refraktionseffekte – wirken sich stark auf die Empfindlichkeit der Tests aus und führen bei multivariaten Hypothesentests zu einer Vergrößerung der Zahl der als verschoben erkannten Punkte. Es ist allerdings zu beachten, daß die Daten des behandelten Beispiels generierte Daten sind. Aus diesem Grunde ergibt sich offenbar die hohe Korrelation. Bei gemessenen Daten kann man sehr viel kleinere Korrelationen erwarten.

LITERATUR

KOCH, K.R.: *Parameterschätzung und Hypothesentests in linearen Modellen.* Dümmler Verlag, Bonn, 1980

KOCH, K.R.: *Deviations From the Null Hypotheses to be Detected by Statistical Tests.* Bulletin Géodésique 55, 41-48, 1981a

KOCH, K.R.: *Ein automatisches Testverfahren zur Aufdeckung von Punktverschiebungen bei der Deformationsanalyse.* In "Ingenieurvermessung 80", herausgegeben von R. CONZETT, H.J. MATTHIAS, H. SCHMID, 1, B9/1-B9/9, Dümmler Verlag, Bonn, 1981b

ASPEKTE DER ZUVERLÄSSIGKEIT IN DER DEFORMATIONSANALYSE

von

Jan van MIERLO
Geodätisches Institut
Universität Karlsruhe (TH)
Englerstraße 7
D-7500 Karlsruhe 1
Bundesrepublik Deutschland

ZUSAMMENFASSUNG

Das Maß für die äußere Zuverlässigkeit eines Netzes wird kurz behandelt. Bei mehrfach ausgemessenen Punkthaufen wird die Auswirkung von Modellfehlern auf verschiedene Kongruenztests gezeigt.

ABSTRACT

A measure for the external reliability of a geodetic network is presented. The influence of this measure on congruency tests has been shown.

1. EINFÜHRUNG

Zum Nachweis rezenter Krustenbewegungen oder Deformationen sind verschiedene Aspekte zu bedenken, die die verwendeten Modelle und deren Aussagen entscheidend prägen. Fragen in Bezug auf die Genauigkeit und die Zuverlässigkeit spielen bei den Aussagen über Deformationen eine wesentliche Rolle. Es ist vor allem notwendig, die Gültigkeit der Modellhypothese durch geeignete Testverfahren zu überprüfen und etwaige Modellfehler aufzudecken.

Für die Bearbeitung der Ergebnisse von Deformationsmessungen sind viele statistische Tests vorgestellt worden, die fast alle auf dem Test einer allgemeinen linearen Hypothese beruhen, ***HECK*** (1982). Bei der Analyse der Messungen ist zu beachten, daß die Beobachtungen frei von (groben) Fehlern sind. Fehler werden durch die Ausgleichung verschmiert, so daß unerkannte Fehler Deformationen vortäuschen können. Die Auswirkung eines nicht aufgedeckten (groben) Fehlers der Größe des Grenzwertes auf einen globalen Kongruenztest wird im folgenden behandelt. Zunächst wird dazu das benötigte Zuverlässigkeitsmaß kurz beschrieben.

2. ÄUSSERE ZUVERLÄSSIGKEIT EINES NETZES

Es ist zweckmäßig, die Unbekannten in zwei Subvektoren $\hat{x}_1$ und $\hat{x}_2$ zu zerlegen.

$\hat{x}_1$: Koordinaten der Netzpunkte
$\hat{x}_2$: Nebenparameter ("nuisance parameter").

Nach dieser Aufteilung verbleiben die linearisierten Verbesserungsgleichungen

$$l + v = (A_1\ A_2)\begin{pmatrix}\hat{x}_1\\ \hat{x}_2\end{pmatrix} . \tag{2.1}$$

Daraus resultieren dann die Normalgleichungen

$$\begin{pmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1^t \\ A_2^t \end{pmatrix} P\, l \ . \tag{2.2}$$

Bei regulärer Normalgleichungsmatrix wird die Lösung gegeben durch

$$\begin{pmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} A_1^t \\ A_2^t \end{pmatrix} P\, l \ . \tag{2.3}$$

Für jede Beobachtung lassen sich Grenzwerte ∇l_i berechnen

$$\nabla l_i = \sigma_{l_i} \sqrt{\frac{\lambda_0}{r_i}} \ , \tag{2.4}$$

wobei

σ_{l_i} Standardabweichung Beobachtung l_i

r_i Redundanzanteil

λ_0 Nichtzentralitätsparameter.

Die Größe λ_0 ist abhängig von α_0 und β_0 :

α_0 Irrtumswahrscheinlichkeit

β_0 ist die Wahrscheinlichkeit, einen Fehler der Größe ∇l_i zu finden.

Der Einfluß nicht erkennbarer grober Fehler auf die Unbekannten läßt sich nun bestimmen. Die Auswirkung von ∇l_i auf die Unbekannten ist

$$\begin{pmatrix} \nabla\hat{x}_1 \\ \nabla\hat{x}_2 \end{pmatrix}_{(i)} = \begin{pmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} A_1^t \\ A_2^t \end{pmatrix} P\, \nabla l_{(i)} \tag{2.5}$$

Der Einfluß eines (groben) Fehlers ∇l_i auf die Koordinaten bestimmt die äußere Zuverlässigkeit des Netzes. Dieser Einfluß hängt, ebenso wie die Kovarianzmatrix der Unbekannten, vom S-System ab. Ein Maß für die äußere Zuverlässigkeit muß invariant gegenüber der Wahl des S-Systems sein.

Die gewichtete Norm des Vektors $(\nabla x_1)_{(i)}$ ist ein Maß für die äußere Zuverlässigkeit, ***BAARDA*** (1971).

Die gewichtete Norm des Vektors $\nabla l_{(i)}$

$$\lambda_i'' = \frac{1}{\sigma_0^2} \nabla l_{(i)}^t \, P \, \nabla l_{(i)} \tag{2.6}$$

läßt sich auch schreiben als

$$\lambda_i'' = \lambda_0 + \lambda_i' \quad . \tag{2.7}$$

wobei

$$\lambda_i' = \frac{1}{\sigma_0^2} \begin{pmatrix} \nabla x_1 \\ \nabla x_2 \end{pmatrix}_{(i)}^t \begin{pmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \nabla x_1 \\ \nabla x_2 \end{pmatrix}_{(i)} \quad . \tag{2.8}$$

λ_i' ist die gewichtete Norm der Projektion des Vektors $\nabla l_{(i)}$ auf den Spaltenraum von A.

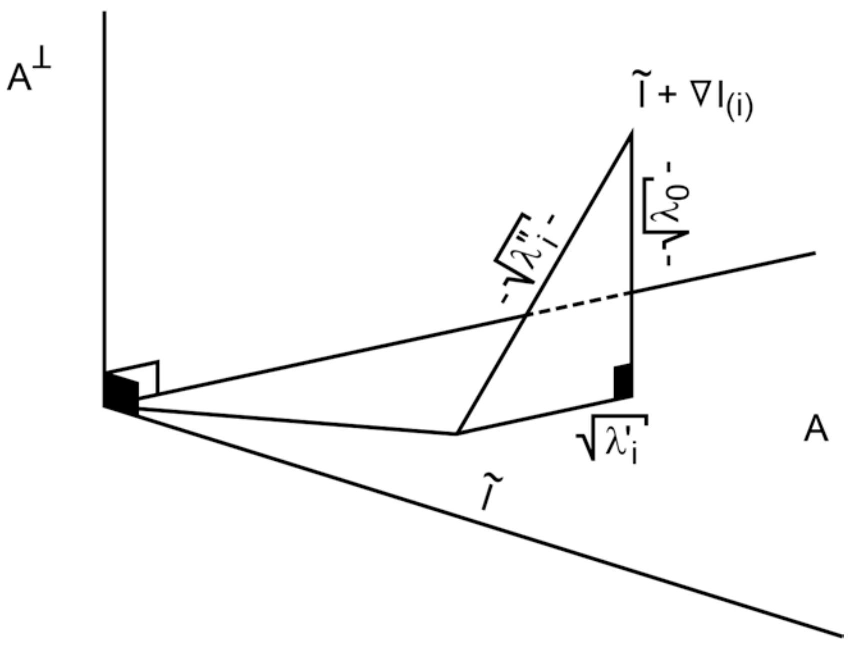


Abb. 1 Darstellung von λ_i'

Folglich gilt nach ***DE HEUS***, siehe ***KOK*** (1983),

$$\lambda_i' = \bar{\lambda}_i + \frac{1}{\sigma_0^2} \nabla l_{(i)}^t \, P \, A_2 \, N_{22}^{-1} \, A_2^t \, P \, \nabla l_{(i)} \tag{2.9}$$

mit

$$\bar{\lambda}_i = \frac{1}{\sigma_0^2} \nabla x_{1_{(i)}}^t \, Q_{\hat{x}_1 \hat{x}_1}^{-1} \, \nabla x_{1_{(i)}} \quad . \tag{2.10}$$

Wir definieren nach ***BAARDA***, $\bar{\lambda}_i$ ist ein Maß für die äußere Zuverlässigkeit eines Netzes. Bei praktischer Berechnung von $\bar{\lambda}_i$ wende man folgende Formel an, ***KOK*** (1983)

$$\bar{\lambda}_i = \lambda_i'' - \lambda_0 - \frac{1}{\sigma_0^2} \nabla l_{(i)}^t \, P \, A_2 \, N_{22}^{-1} \, A_2^t \, P \, \nabla l_{(i)} \quad . \tag{2.11}$$

Die Werte $\bar{\lambda}_i$ sind für die Aussagen von Deformationen von großer Bedeutung.

3. FOLGEEPOCHE - VERGLEICH

Wir nehmen an, daß Wiederholungsmessungen unter dem gleichen Beobachtungsplan ablaufen und die Kovarianzmatrizen der Beobachtungen verschiedener Epochen identisch sind. Für zwei Epochen wird gewöhnlich der Klaffungsvektor d in zwei Subvektoren aufgeteilt

$$\begin{aligned} d_F &= \hat{x}_{F,1} - \hat{x}_{F,2} \\ d_B &= \hat{x}_{B,1} - \hat{x}_{B,2} \end{aligned} \tag{3.1}$$

mit

d_F Klaffungen in den "Festpunkten"
d_B Klaffungen in den Objektpunkten.

Im Fall, daß die Kovarianzmatrizen der Koordinaten in beiden Epochen identisch sind und die Beobachtungen der Nullmessung nicht mit den Beobachtungen der Wiederholungsmessung korrelieren, gilt für die Kovarianzmatrizen der Klaffungen

$$\sigma_0^2\, Q_{dd} = 2\sigma_0^2 \begin{pmatrix} Q_{x_F x_F} & Q_{x_F x_B} \\ Q_{x_B x_F} & Q_{x_B x_B} \end{pmatrix} \; . \tag{3.2}$$

Als erster Schritt einer Deformationsanalyse soll ein Kongruenztest durchgeführt werden. Die Nullhypothese H_0 dieses globalen Kongruenztests ist gegeben durch

$$H_0 : \begin{matrix} E(d_F) = 0 \\ E(d_B) = 0 \end{matrix} \; . \tag{3.3}$$

Für die Verbesserungsquadratsumme

$$\Omega = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} d_F \\ d_B \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} Q_{x_F x_F} & Q_{x_F x_B} \\ Q_{x_B x_F} & Q_{x_B x_B} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} d_F \\ d_B \end{pmatrix} \tag{3.4}$$

gilt die Verteilungsaussage

$$\frac{\Omega}{f\,\sigma_0^2} = F(f,\infty) \; . \tag{3.5}$$

Hier ist f identisch mit dem Rang von Q_{dd}. Die Verbesserungsquadratsumme Ω läßt sich in zwei Summanden aufteilen, ***PELZER*** (1974),

$$\Omega = \frac{1}{2} \left(d_F^t\, Q_{x_F x_F}^{-1}\, d_F + \overline{d}_B^t\, P_{x_B x_B}\, \overline{d}_B \right) \tag{3.6}$$

mit

$$\overline{d}_B = d_B + P_{x_B x_B}^{-1}\, P_{x_B x_B}\, d_F \; . \tag{3.7}$$

Einfachheitshalber schreiben wir für Ω aus (3.6)

$$\Omega = \Omega_F + \Omega_B \; . \tag{3.8}$$

Wir bemerken, daß Ω_F die Verbesserungsquadratsumme ist, die man aus den Bedingungsgleichungen erhält

$$E(\hat{x}_{F,1} - \hat{x}_{F,2}) = 0 \ .$$

Mit Hilfe von Ω, Ω_F und Ω_B werden Globaltests durchgeführt. Die entsprechenden Testgrößen sind

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{\Omega}{f\,\sigma_0^2} = F(f,\infty) \\ T_2 &= \frac{\Omega_F}{f_F\,\sigma_0^2} = F(f_F,\infty) \quad (\text{Kontrolle "Festpunkte"}) \\ T_3 &= \frac{\Omega_B}{f_B\,\sigma_0^2} = F(f_B,\infty) \quad (\text{Kontrolle "Objektpunkte"}). \end{aligned} \tag{3.9}$$

Für den Fall, daß nicht von der Richtigkeit des funktionalen und stochastischen Modells ausgegangen werden soll, sondern von einem Fehler in Beobachtung $l_{i,1}$ (Epoche t_1) zur Größe ∇l_i, dann sind die Verteilungsaussagen der Teststatistiken (3.9) nicht mehr gültig.

Es sei

$$\bar{\lambda}_i = \frac{1}{\sigma_0^2} \begin{pmatrix} \nabla x_{F,1} \\ \nabla x_{B,1} \end{pmatrix}_{(i)}^t \begin{pmatrix} Q_{x_F x_F} & Q_{x_F x_B} \\ Q_{x_B x_F} & Q_{x_B x_B} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \nabla x_{F,1} \\ \nabla x_{B,1} \end{pmatrix}_{(i)} \ . \tag{3.10}$$

Entsprechend Ω kann $\bar{\lambda}_i$ auch als eine Summe dargestellt werden, vgl. (3.8) und (3.6):

$$\bar{\lambda}_i = \bar{\lambda}_{F_i} + \bar{\lambda}_{B_i} \tag{3.11}$$

oder

$$\bar{\lambda}_i = \frac{1}{\sigma_0^2} \left\{ \nabla x_{F,1}^t \, Q_{x_F x_F}^{-1} \, \nabla x_{F,1} + \nabla x_{B,1}^t \, P_{x_B x_B} \, \nabla x_{B,1} \right\}_{(i)} \tag{3.12}$$

mit

$$\bar{\nabla} x_{B,1} = \nabla x_{B,1} + P^{-1}_{x_B x_B} P_{x_B x_F} \nabla x_{F,1} \quad .$$

In der Nullmessung sei $\nabla l_i \neq 0$, so ergibt sich für die Erwartungswerte der Klaffungen (3.1)

$$\begin{pmatrix} \nabla d_F \\ \nabla d_B \end{pmatrix}_{(i)} = \begin{pmatrix} \nabla x_{F,1} \\ \nabla x_{B,1} \end{pmatrix}_{(i)} \quad . \tag{3.13}$$

Unter Berücksichtigung von (3.2), (3.12) und (3.13) erhalten wir

$$\left.\begin{aligned} T_1 &= \frac{\Omega}{f\,\sigma_0^2} = F'\left(f, \infty, \frac{1}{2}\bar{\lambda}_i\right) \\ T_2 &= \frac{\Omega_F}{f_F\,\sigma_0^2} = F'\left(f_F, \infty, \frac{1}{2}\bar{\lambda}_{F_i}\right) \\ T_3 &= \frac{\Omega_B}{f_B\,\sigma_0^2} = F'\left(f_B, \infty, \frac{1}{2}\bar{\lambda}_{B_i}\right) \end{aligned}\right\} \quad . \tag{3.14}$$

Beim Globaltest gilt für die Güte $\bar{\beta}_i$ des Tests

$$\bar{\beta}_i = P\left[F'\left(f, \infty, \frac{1}{2}\bar{\lambda}_i\right) > F(1-\alpha; f, \infty)\right] \quad .$$

Die Güte $\bar{\beta}_i$ ist die Wahrscheinlichkeit, daß durch einen Fehler ∇l_i auf eine Deformation geschlossen wird, obwohl keine Deformationen vorliegen. Je größer $\bar{\lambda}_i$, desto größer die Wahrscheinlichkeit auf eine Fehlentscheidung. Für α = 5 % und $\bar{\beta}_0$ = 80 % sind in Tabelle 1 für verschiedene Werte von f die zugehörigen kritischen Werte und Werte für $\bar{\lambda}_i$ angegeben. Je größer f, um so kleiner wird beim Konstanten $\bar{\lambda}_i$ die Wahrscheinlichkeit $\bar{\beta}_i$. Auf die Problematik der Bestimmung der Irrtumswahrscheinlichkeit wird hier nicht eingegangen, siehe dazu ***BAARDA*** (1967, 1968).

	$\alpha = 5\ \%$	$\bar{\beta}_0 = 80\ \%$
F	$F(0.95;f,\infty)$	$\bar{\lambda}_i$
1	3.84	16
10	1.83	32
20	1.57	42
30	1.46	49
40	1.39	55
60	1.32	65
80	1.27	73
100	1.24	81

Tab. 1 Nichtzentralitätsparameter

4. KONGRUENZTEST BEI BELIEBIG VIELEN EPOCHEN

Aus der Einzelausgleichung erhalten wir in Epoche t_1 die Koordinaten $\hat{x}_i$ und die zugehörige Kovarianzmatrix $\sigma_0^2 Q_{\hat{x}_i \hat{x}_i}$. Angenommen sei, daß für alle Epochen die Kovarianzmatrix der Koordinaten identisch ist: $\sigma_0^2 Q$. Beachten wir z.B. nun 5 Epochen. Es lassen sich 4 Vektoren darstellen, womit man die Nullhypothese $H_0 : E(\hat{x}_1) = E(\hat{x}_2) = E(\hat{x}_3) = E(\hat{x}_4) = E(\hat{x}_5)$ prüfen kann

$$\begin{aligned} d_1 &= \hat{x}_1 - \hat{x}_2 \\ d_2 &= \hat{x}_1 - \hat{x}_3 \\ d_3 &= \hat{x}_1 - \hat{x}_4 \\ d_4 &= \hat{x}_1 - \hat{x}_5 \ . \end{aligned} \tag{4.1}$$

Die Kovarianzmatrix der Widersprüche $d = (d_1, d_2, d_3, d_4)^t$ wird

$$\sigma_0^2 Q_{dd} = \sigma_0^2 \begin{pmatrix} 2Q & Q & Q & Q \\ Q & 2Q & Q & Q \\ Q & Q & 2Q & Q \\ Q & Q & Q & 2Q \end{pmatrix} \tag{4.2}$$

Die Widersprüche können orthogonalisiert werden.

Dann gilt

$$\left.\begin{aligned} d_1 &= d_1 \\ d_{2.1} &= d_2 - \frac{1}{2} d_1 \\ d_{3.2} &= d_3 - \frac{1}{3} d_1 - \frac{1}{3} d_2 \\ d_{4.3} &= d_4 - \frac{1}{4} d_1 - \frac{1}{4} d_2 - \frac{1}{4} d_3 \end{aligned}\right\} \quad . \tag{4.3}$$

Die Kovarianzmatrix der orthogonalisierten Widersprüche wird

$$\sigma_0^2 \begin{pmatrix} 2Q & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{3}{2}Q & 0 & 0 \\ & & \frac{4}{3}Q & 0 \\ & & & \frac{5}{4}Q \end{pmatrix} \quad . \tag{4.4}$$

Die Verbesserungsquadratsumme $\Omega = d^t Q_{dd}^{-1} d$ wird mit (4.3) und (4.4)

$$\begin{aligned} \Omega = {} & d_1^t (2Q)^{-1} d_1 + d_{2.1}^t \left(\frac{3}{2}Q\right)^{-1} d_{2.1} + \\ & + d_{3.2}^t \left(\frac{4}{3}Q\right)^{-1} d_{3.2} + d_{4.3}^t \left(\frac{5}{4}Q\right)^{-1} d_{4.3} \end{aligned} \tag{4.5}$$

oder

$$\Omega = \Omega_1 + \Omega_{2.1} + \Omega_{3.2} + \Omega_{4.3} \quad . \tag{4.6}$$

Man kann Ω auch berechnen, wenn man vom funktionalen Modell

$$\begin{pmatrix} l_1 + v_1 \\ l_2 + v_2 \\ l_3 + v_3 \\ l_4 + v_4 \\ l_5 + v_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I \\ I \\ I \\ I \\ I \end{pmatrix} \widehat{k} \ , \quad (I = \text{Einheitsmatrix}) \tag{4.7}$$

ausgeht, ***NIEMEIER*** (1979).

Unter der Nullhypothese $H_0 : E(d) = 0$ erhält man

$$T_{1-5} = \frac{\Omega}{4n\,\sigma_0^2} = F(4n,\infty) \tag{4.8}$$

mit n = Rang Q.

In ähnlicher Weise erhält man

$$\left.\begin{aligned} T_1 &= \frac{\Omega_1}{n\,\sigma_0^2} = F(n,\infty) \\ T_2 &= \frac{\Omega_{2.1}}{n\,\sigma_0^2} = F(n,\infty) \\ T_3 &= \frac{\Omega_{3.2}}{n\,\sigma_0^2} = F(n,\infty) \\ T_4 &= \frac{\Omega_{4.3}}{n\,\sigma_0^2} = F(n,\infty) \end{aligned}\right\} . \tag{4.9}$$

Für den Fall, daß in Beobachtung l_i ein Beobachtungsfehler ∇l_i vorliegt, so gelten für T_1 bis T_4 die Verteilungsaussagen

$$\begin{aligned} T_1 &= F'\left(n,\infty,\frac{1}{2}\bar{\lambda}_i\right) \\ T_2 &= F'\left(n,\infty,\frac{1}{6}\bar{\lambda}_i\right) \\ T_3 &= F'\left(n,\infty,\frac{1}{12}\bar{\lambda}_i\right) \\ T_4 &= F'\left(n,\infty,\frac{1}{20}\bar{\lambda}_i\right) \\ &\text{------------------} \\ T_{1-5} &= F'\left(4n,\frac{4}{5}\bar{\lambda}_i\right). \end{aligned} \tag{4.10}$$

Es genügt zu zeigen, daß T_3 eine nichtzentrale F-Verteilung hat mit dem Nichtzentralitätsparameter $\frac{1}{12}\bar{\lambda}_i$.

Es sei

$$T_3 = \frac{d_{3.2}^t \left(\frac{4}{3} Q\right)^{-1} d_{3.2}}{n\,\sigma_0^2}$$

Weil $\nabla d_{3.2}$ durch $\nabla d_1 = (\nabla x_1)_{(i)}$
erzeugt wird, gilt

$$\nabla d_{3.2} = -\frac{1}{3} \nabla d_1 \quad .$$

Folglich gilt $\nabla d_{3.2}^t \left(\frac{4}{3} Q\right)^{-1} \nabla d_{3.2} = \frac{1}{12} (\nabla x_1)_{(i)}^t \, Q^{-1} (\nabla x_1)_{(i)}$

$$= \frac{1}{12} \bar{\lambda}_i \quad \text{Q.e.d.}$$

Das Kumulationsverfahren zum Aufdecken irreversibler Bewegungen geht aus von T_1 ... T_4, (vgl. ***NIEMEIER*** (1979)). Der Einfluß von ∇l_i aus der ersten Epoche auf T_4 wird gering: $\frac{1}{20} \bar{\lambda}_i$.

Die Teststatistik T_{1-k} wird fortlaufend für die ersten zwei, die ersten drei, die ersten k-Epochen berechnet, z.B.

$$T_{1-4} = \frac{\Omega_1 + \Omega_{2.1} + \Omega_{3.2}}{3n\,\sigma_0^2} = F(3n, \infty) \quad .$$

Damit läßt sich eine Lokalisierung von Punktverschiebungen im Zeitbereich feststellen. Für verschiedene Alternativhypothesen sind die Nichtzentralitätsparameter der zugehörigen Teststatistiken in Tabelle 2 dargestellt.

Bei konstanter Irrtumswahrscheinlichkeit α wird die Wahrscheinlichkeit, daß durch einen Fehler ∇l_i auf eine Punktverschiebung geschlossen wird, obwohl keine Verschiebung vorliegt, im allgemeinen kleiner als die Anzahl der Epochen zunimmt.

H_{a_k}	$(\nabla x_1)_i \neq 0$ oder $(\nabla x_2)_i \neq 0$	$(\nabla x_3)_i \neq 0$	$(\nabla x_4)_i \neq 0$	$(\nabla x_5)_i \neq 0$
	T_{1-2} $\frac{1}{2}\bar{\lambda}_i$			
	T_2 $\frac{1}{6}\bar{\lambda}_i$	T_{1-3} $\frac{2}{3}\bar{\lambda}_i$		
	T_3 $\frac{1}{12}\bar{\lambda}_i$	T_3 $\frac{1}{12}\bar{\lambda}_i$	T_{1-4} $\frac{3}{4}\bar{\lambda}_i$	
	T_4 $\frac{1}{20}\bar{\lambda}_i$	T_4 $\frac{1}{20}\bar{\lambda}_i$	T_4 $\frac{1}{20}\bar{\lambda}_i$	T_{1-5} $\frac{4}{5}\bar{\lambda}_i$
	T_{1-5} $\frac{4}{5}\bar{\lambda}_i$	T_{1-5} $\frac{4}{5}\bar{\lambda}_i$	T_{1-5} $\frac{4}{5}\bar{\lambda}_i$	T_{1-5} $\frac{4}{5}\bar{\lambda}_i$

Tab. 2 Nichtzentralitätsparameter für verschiedene Teststatistiken

LITERATUR

BAARDA, W.: ***Statistical Concepts in Geodesy.*** Netherlands Geodetic Commission. Publications on Geodesy. New Series, Vol. 2, No. 4, Delft 1967

BAARDA, W.: ***A Testing Procedure for Use in Geodetic Networks.*** Netherlands Geodetic Commission. Publications on Geodesy. New Series, Vol. 2, No. 5, Delft 1968

BAARDA, W.: ***Specifications for Fundamental Networks in Geometric Geodesy.*** Report S.S.G. 14. Presented to the XVth General Assembly of I.U.G.G., Moscow 1971

HECK, B.: ***Report of the FIG Working Group on the Analysis of Deformation Measurements.*** Proceedings of the III. Int. Symp. on Deformation Measurements, part 3, 217-260. Budapest 1982

KOK, J.J.: ***On Testing and Reliability in Levelling Networks.*** Paper presented to the Workshop on Precise Levelling, Hannover 1983

NIEMEIER, W.: ***Zur Kongruenz mehrfach beobachteter geodätischer Netze.*** Wiss. Arb. der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover, Nr. 88, Hannover 1979

PELZER, H.: ***Neuere Ergebnisse bei der statistischen Analyse von Deformationsmessungen.*** XIV FIG-Kongreß, Paper 608.3, Washington 1974

IST ES ZWECKMÄSSIG, DIE DEFORMATIONSANALYSE VOR DER AUSGLEICHUNG DURCHZUFÜHREN ?

von

Georgi MILEV
Laboratorium für Geotechnik
Bulgarische Akademie der Wissenschaften
Sofia 1113, Akad. G. Bontschev Str. Bl. 24
Bulgarien

ZUSAMMENFASSUNG

Diskutiert sind die gegenwärtigen Tendenzen zur Deformationsanalyse und die entsprechenden Methoden ohne Ausgleichung angewendet zur Überwachung von Ingenieurbauwerken. Unterstrichen sind ihre Vorteile im Vergleich mit den Ausgleichungsanalyseverfahren.

ABSTRACT

The modern tendency of deformation analysis and the corresponding methods without adjustment for control of building construction are discussed. Their advantages compared to methods based on adjustment are emphasized.

1. GEGENWÄRTIGE TENDENZEN ZUR DEFORMATIONSANALYSE

Die Probleme, die ein Gegenstand der Untersuchungen von Deformationen in der FIG Studiengruppe 6C zur Zeit sind, charakterisieren sich allgemein durch eine starke Orientierung an die Analyseverfahren zur Bestimmung mehr oder weniger der stabilen Punkte in Überwachungsnetzen und davon die Verschiebungen der übrigen, auf Grund von Netzausgleichungen. Man merkt die Tendenz, das untersuchte Gebiet zu erweitern und die Probleme der lokalen oder teilweise regionalen Geodynamik, wie horizontale und vertikale Krustenbewegungen, Bewegungen in den Verwerfungszonen, Strainprobleme und ähnliche zu lösen. Das sind natürlich besonders wichtige Probleme und die Entwicklung soll weiter gehen. Es muß aber auch daran gedacht werden, daß die Probleme der eigentlichen, nämlich der Bauwerksdeformationsuntersuchungen, ein grundsätzliches Problem sind und noch eine Menge von offenen Fragen, einschließlich zur Analyse, hier existieren. Gleichzeitig gehören die Probleme zur Untersuchung von Rutschungserscheinungen und seismischer Aktivität nach dem Wesen auch zu Deformationen (***MILEV*** 1981), die sich auch mit Besonderheiten, z.B. bei der Analyse, charakterisieren. Folglich ist das Problem Deformationen ein breiter Schirm, worunter eine Menge von verschiedenen Untersuchungen gesteckt werden können, was eine Präzisierung oder klare Definition voraussetzt.

2. ANALYSEVERFAHREN OHNE AUSGLEICHUNG

Bei der Überwachung von Ingenieurbauwerken (Talsperren, Brücken, Gebäude u.a.) untersteht hauptsächlich das Bauwerk selbst und teilweise die naheliegende Umgebung der Kontrolle, respektive Deformationsuntersuchungen. Das ist der meistvorkommende Fall in relativ stabilen Gebieten. Das geodätische Überwachungsnetz besteht aus wenigen Standpunkten bis zu einem Stützpunkt einfacher Konfiguration, die zur Bestimmung der Kontroll-Objektpunkte dienen. Für die Stabilitätsanalyse der Stand- oder Netzpunkte bestehen schon eine Reihe von Methoden, die statistische Hypothesentests verwenden, die zum größten Teil relativ einfach sind und oft ohne vieles Rechnen zu dem Ziel, stabile Punkte zu bestimmen, führen (***MILEV*** 1973), die ich hier nur erwähnen will. Das sind die Methoden zur Analyse der einzelnen Standpunkte und des Netzes.

Die einzelnen Standpunkte werden z.B. auf Grund der
- Analyse der Größe der Beobachtungsunterschiede
- Bestimmung der linearen Verschiebung
- Anwendung eines repräsentativen Kriteriums

u.a. beurteilt.

Das Netz kann weiter mittels
- Ähnlichkeit der Richtungskoeffizienten
- Ähnlichkeit der Orientierungsunterschiede
- Bestimmung der Winkeländerungen
- Bestimmung der Streckenänderungen
- Untersuchung der Änderung der einzelnen Dreiecke (***MILEV, WANDEV*** 1975)

u.a. abgeschätzt werden.

Der vorwiegende Teil der Methoden verwendet die Unterschiede zwischen den Beobachtungen der einzelnen Beobachtungszeitpunkte (Epochen). Es gibt einen wichtigen Grund dafür, nämlich die richtige Vermarkung der geodätischen Punkte und auch die Beibehaltung der ursprünglichen Netzkonfiguration und des Beobachtungsplans, was eigentlich bei Bauwerksdeformationsuntersuchungen sehr oft und fast immer der Fall ist.

Als Vorteile der genannten Methoden gegenüber den Methoden, die sich in solchen Fällen auf die Ausgleichung stützen, kann man folgende nennen:
- Sie sind einfach und rasch.
- Die Rechnungen können an Ort und Stelle mit dem Taschenrechner durchgeführt werden.
- Die Abschätzung (Analyse) wird mit den unmittelbar gemessenen Elementen durchgeführt.
- Vermeidung der Ungenauigkeiten in einigen gemessenen Elementen, die sich bei der Ausgleichung auf andere auswirken (Schmiereffekt).
- Die Stabilität der Punkte wird aus verschiedenen gemessenen Elementen sukzessiv abgeschätzt.
- Bei den periodischen Messungen kann nur eine geringe Anzahl von Netzpunkten analysiert werden, dort wo die Verschiebungen zu erwarten sind.
- Die Ausgleichung kann unmittelbar mit als stabil identifizierten Punkten durchgeführt werden.
- Im Notfall liefern die Methoden unmittelbar die entscheidende Information u.a.

Die dargestellten Vorteile widersprechen nicht oder schalten allgemein die Anwendung von Ausgleichungsanalyseverfahren aus. Sie müssen aber ein Hinweis dafür sein, ein differenziertes Herangehen bei der Anwendung von Analyseverfahren in einzelnen Fällen zu benutzen.

3. SCHLUSSBEMERKUNGEN

Die Analyseverfahren erlauben, mit einer bestimmten Sicherheit, Deformationen - Verschiebungen in den geodätischen Punkten - ohne oder mit der Ausgleichung nachzuweisen. Die Anwendung der Verfahren hängt mit dem Ziel und dem Untersuchungsobjekt zusammen. Bei der Analyse von Bauwerksdeformationen, wo die Bedingungen der periodischen Messungen der ursprünglichen entsprechen, was in den meisten Fällen vorkommt, haben die Methoden ohne Ausgleichung einen Vorzug. Es ist zweckmäßig, die Methoden zu vervollkommnen und weiter zu entwickeln, genau wie die Ausgleichungsanalyseverfahren.

4. LITERATUR

MILEV, G.: ***Ausgleichung, Analyse und Interpretation von Deformationsmessungen.*** DGK, 1973, Reihe C, Nr. 192, S. 183

MILEV, G.: ***Dreidimensionale Netze zur Untersuchung von Deformationen und Rutschungserscheinungen.*** Vortrag Universität Hannover, 26. Mai 1981, S. 12

MILEV, G., WANDEV, D.: ***Neue Methoden zur Stabilitätsbestimmung der Stütznetzpunkte für Deformationsuntersuchungen.*** I. Internationales Symposium für Deformationsmessungen, 22. - 24. September 1975, S. 14

BEMERKUNGEN UND ASPEKTE ZUR GEODÄTISCHEN DEFORMATIONSANALYSE

von

Dr.-Ing. Hans-Joachim Mönicke
Haumann und Zülsdorf
Beratende Ing. für Vermessung GmbH
Möhlstraße 25, 8000 München 80
Bundesrepublik Deutschland

ZUSAMMENFASSUNG

Die gegenwärtigen Verfahren der geodätischen Deformationsanalyse werden kritisch beleuchtet. Es wird festgestellt, daß gewisse Einflüsse, welche Netzdeformationen vortäuschen, keine Objektdeformationen sind. Schließlich wird vorgeschlagen, gemeinsam mit Bauingenieuren ein dynamisches Deformationsmodell zu entwickeln.

ABSTRACT

The present methods of the geodetic analysis is reviewed. It is confirmed that a lot of effects simulate deformations of the network, which are not deformations of the observed object. To develop a dynamical model for deformations in co-operation with engineers of construction is proposed.

RÉSUMÉ

Les présents procédés d'analyse de déformations géodésiques sont vus d'une manière critique. Il est à constater que certains facteurs simulants des déformations de réseau ne sont que des déformations imaginaires. En somme il est conseillé de développer un modèle dynamique de déformations en coopération avec les ingénieurs de construction.

1. EINLEITUNG

Während es ursprünglich Aufgabe der Geodäten war, die Größe und die Figur der Erde zu bestimmen oder, kleinräumig gesehen, die Größe und die Figur einzelner Erdteile, Länder, Landesteile, Grundstücke und bestehender Objekte zu bestimmen, kam hierzu recht bald ein ingenieurgeodätischer Zweig, dessen Aufgabe es war, Grundlagen für Planungen zu schaffen und diese Planungen in die Örtlichkeit zu übertragen. Doch spätestens als ***ALFRED WEGENER*** (1929) seine Theorie über die Drift der Kontinente mit geodätischen Argumenten zu belegen versuchte, wurde für die Geodäsie die Beobachtung erdgebundener bewegter Objekte interessant. Mit der Herleitung von Bewegungen aus geodätischen Vermessungen eines Objektes zu verschiedenen Zeitepochen entstand der Zweig der Deformationsvermessung.

Wegen der kleinen Bewegungsraten der Kontinentaldrift waren von vornherein hohe Anforderungen an die Geodäten gestellt. Im Laufe der Zeit wurden, zum Teil mit der Deformationsvermessung begründet, neue Instrumentenentwicklungen betrieben, Meßverfahren entwickelt und Auswertetechniken ersonnen, welche jetzt die Beweisführung für die Kontinentaldrift in den Bereich der Möglichkeit rücken lassen. Insbesondere das Verfahren der VLBI setzt dort vielversprechende Akzente.

Der Aufgabenbereich der Deformationsvermessung blieb aber nicht lange auf die Ermittlung von tektonischen Plattenbewegungen beschränkt. In Zusammenarbeit mit Geologen und Geophysikern wurde versucht, aus Wiederholungsnivellements vertikale Krustenbewegungen zu deuten. Kleinräumig wurden geodätische Vermessungen in die Analyse von Bergrutschungen mit einbezogen (z. B. ***MOSER, GLUMAC*** (1982), ***SCHLEMMER*** (1982), ***MÖNICKE*** (1982, ***MÜLLER*** (1982), und schließlich führte die zunehmende Kühnheit von Ingenieurbauwerken zur Notwendigkeit der ständigen Überwachung dieser Bauwerke hinsichtlich Bewegungen.

Gerade der zuletzt genannte Zweig bietet willkommene Studienobjekte zur Erprobung von Deformationsanalyseverfahren, da er doch die Möglichkeit eröffnet, durch Gegenüberstellung von in kurzen Abständen gewonnenen Vermessungsergebnissen signifikante Bewegungen festzustellen.

2. VERFAHREN DER DEFORMATIONSVERMESSUNG

2.1 Deformationserfassung

Um das zu beobachtende Objekt geodätisch zu erfassen, ist es erforderlich, dieses durch repräsentative Punkte (Objektpunkte) zu kennzeichnen und diese Punkte von Festpunkten aus, welche außerhalb der Deformationszone liegen, geodätisch einzumessen. Die Beobachtungen sollen so angelegt sein, daß die Koordinaten der Objektpunkte überbestimmt sind. In jeder Beobachtungsepoche muß das Netz der Festpunkte überprüft werden. Zur Bestimmung der Objektpunkte sollte eine einheitliche Beobachtungskonfiguration beibehalten werden, um das gleiche Berechnungsmodell für alle Epochen anhalten zu können.

Die Objektpunkte sind also Mittler zwischen dem zu kontrollierenden Objekt und Beobachter. Ihnen ist daher hinsichtlich der Vermarkung besonderes Augenmerk zu schenken. Sie sollten so ins Objekt eingebracht sein, daß alle Objektbewegungen mitgemacht werden, daß aber punkteigene Bewegungen vermieden werden. Das Beobachtungsinstrumentarium ist den zu erwartenden Bewegungsraten anzupassen. Während der Beobachtung des Fest- und der Objektpunktnetze ist peinlichst darauf zu achten, daß die Koordinaten der zu bestimmenden Objektpunkte nicht durch fehlerhafte "Hilfsbeobachtungen" wie Instrumentenhöhe, Zielhöhe, meteorologische Daten, Zentriergrößen etc. so beeinflußt werden, daß Punktverschiebungen vorgetäuscht werden.

2.2 Deformationsanalyse

Nach den heute üblichen Verfahren der Deformationsanalyse werden entweder direkt die Beobachtungen der verschiedenen Meßepochen miteinander verglichen oder es werden über Ausgleichungsverfahren für jede Epoche die Koordinaten der Objektpunkte berechnet und miteinander verglichen.

Der Vergleich der direkten Beobachtungen bietet den Vorteil des geringen Rechenaufwandes und, soweit gleiche Meßverfahren angewendet werden, ein Minimum an Modellfehlern. Solche können sich beim Vergleich von Koordinatenpaaren unbemerkt einschleichen, wenn z. B. Datumsänderungen des Netzes nicht erkannt werden oder im verwendeten Ausgleichungsmodell systematisch wirkende Fehler der "Hilfsbeobachtungen" nicht berücksichtigt werden. Diese im allgemeinen als Modellfehler bezeichneten Ungereimtheiten können Netzdeformationen vortäuschen, die in Wirklichkeit nicht vorhanden sind. So liefern in der Tat fast alle heute üblichen Deformationsanalysenverfahren mehr signifikante Verschiebungsvektoren als tatsächlich vorhanden sind.

Die Frage der Signifikanz der Verschiebungsvektoren zwischen verschiedenen Epochen wird nach statistischen Testkriterien beantwortet. In den verwendeten Testverfahren liegt der wesentliche Unterschied des von den einzelnen Schulen beschrittenen Weges der Deformationsanalyse. Ihnen ist jedoch allen eigen, daß der Erwartungswert der Beträge der Verschiebungsvektoren Null ist. Jeder erhaltene Differenzvektor wird unter Zugrundelegung der Nullhypothese einem Test unterworfen. Die einzelnen Verfahren hat ***WELSCH*** (1981) zusammengestellt und diskutiert.

3. BEMERKUNGEN ZU DEN VERFAHREN DER DEFORMATIONSANALYSE

Praktisch alle üblichen Verfahren der Deformationsanalyse fragen bei ihrer Anwendung nicht die folgenden Kriterien nach dem Ziel ihrer Anwendung ab:

Sollen a) Netzdeformationen
b) Punktbewegungen
c) Objektdeformationen

festgestellt werden?

Netzdeformationen können durch eine Vielzahl von Ursachen veranlaßt werden. Als Beispiel hierfür sollen nur Zentrierfehler, Beobachtungsfehler, Objektpunktbewegungen, Objektdeformationen und schließlich Modellfehler genannt werden. Festgestellte Netzdeformationen beinhalten also alle nur denkbaren Ursachen, welche in verschiedenen Epochen zu verschiedenen Koordinaten eines Punktes führen können. Das geodätische Netz liefert zu jeder Beobachtungsepoche eigentlich nur die Konfiguration der durch die Ausgleichung vermittelten Punkte im "Beobachtungs-" bzw. "Zielhorizont".

Die Verbindung zum eigentlichen materiellen Punkt oder gar zum Objekt ist im Modell nicht berücksichtigt. Die Feststellung dieser Deformation ist zwar rein geodätisch, etwa zur Bestimmung von Beobachtungsgenauigkeiten interessant, aber in den seltensten Fällen Ziel einer geodätischen Deformationsanalyse.

Punktbewegungen können durch eine Vielzahl von Einflüssen verursacht sein. Sie können einmal dynamischer Art sein, welche vom Objekt verursacht werden, es können aber auch rein mechanische Einflüsse zu Punktbewegungen führen. Solche mechanischen Einflüssen können sein: Steinschlag, Oberflächenrutschungen, Kippungen, äußere Beschädigungen durch Schneepflug etc. Diese Bewegungen geodätisch festzustellen ist zwar wichtig, aber nur sinnvoll, wenn sie also solche erkannt werden und von den reinen Objektbewegungen getrennt werden können.

Nach diesen Überlegungen muß man zum Schluß kommen, daß die geodätische Deformationsanalyse nur die in der Netzdeformation oder in den Punktbewegungen enthaltenen Objektdeformationen aufdecken darf. Man sollte somit die gestellte Aufgabe nicht als "Deformationsanalyse geodätischer Netze" sondern als "Deformationsanalyse geodätisch beobachteter Objekte" bezeichnen.

4. ASPEKTE ZUR DEFORMATIONSANALYSE GEODÄTISCH BEOBACHTETER OBJEKTE

Die Trennung der im Abschnitt 3. genannten Einflüsse auf festgestellte Verschiebungsvektoren ist mit rein geodätischen Mitteln nicht möglich. Man geht davon aus, daß die Verschiebungen mit Ausnahme der Objektbewegungen rein zufälliger Natur sind und versucht daher, statistische Kriterien zur Beurteilung der Signifikanz einer Bewegung heranzuziehen. Diese Annahme trifft jedoch nicht für die im Abschnitt 3. genannten Punktbewegungen zu; sie sind systematisch. Des weiteren ist die Annahme der Nullhypothese für die Verschiebungsvektoren zumindest in Frage zu stellen, da in der Praxis nahezu ausnahmslos Objekte geodätisch kontrolliert werden, bei denen eine Bewegung zu erwarten ist und somit der Erwartungswert der Verschiebung eine endliche Größe annimmt. Auch sollten bei der Analyse von Punktbewegungen nicht Einzelpunkte betrachtet werden. Vielmehr ist die Änderung der Verschiebungsvektoren von Punkt zu Punkt in Betracht zu ziehen, also das gesamte Bewegungsbild zu diskutieren. Sieht man nämlich von tektonischen Bewegungen ab und betrachtet Deformationsnetze, die zur Beobachtung künstlicher Bauwerke angelegt sind, so muß man davon ausgehen, daß alle Objektpunkte nach Gesetzen der Dynamik miteinander korreliert sind. Alle Verschiebungsvektoren hängen somit in starkem Maße voneinander ab. Es erhebt sich daher die Frage, ob es sinnvoll ist, Deformationsanalysen nur mit geodätischen und statistischen Hilfsmitteln lösen zu wollen. Die Beispiele der Zusammenarbeit der verschiedensten Geowissenschaften in zahlreichen Forschungsobjekten wie z. B. dem Sonderforschungsbereich "Spannung und Spannungsumwandlung in der Lithosphäre" (***MÄLZER*** 1981) sollten auch auf dem Gebiet der Deformationsanalyse von künstlichen Bauwerken wie Brücken, Staudämmen etc. Schule machen und Bauingenieure, Geologen und Geodäten zur Zusammenarbeit anregen. Es wäre z. B. denkbar, daß Baustatiker für das zu überprüfende Objekt theoretische Deformationsmodelle auf Grund gewisser äußerer Bedingungen aufstellen. Aufgabe des Geodäten wäre es dann, den Übereinstimmungsgrad eines solchen theoretischen Modelles mit geodätisch ermittelten Verschiebungsvektoren zu prüfen und Abweichungen mit Bauingenieuren und Geologen zu diskutieren. Die Vorgehensweise wäre in Analogie zur physikalischen Geodäsie zu sehen, wo mittels der dynamischen Methode der Satellitengeodäsie Bahnstörungen von Satelliten gegenüber der theoretischen Satellitenbahn gemessen werden, um hieraus auf die physikalische Figur der Erde zu schließen.

Erste, wenn auch geringe Ansätze für die Anwendung einer solchen Strategie zeichnen sich in der Zusammenarbeit einiger privater Vermessungsbüros mit einigen Wasserwirtschaftsämtern als Auftraggeber für Talsperrenüberwachungen ab. Zumindest im Land Bayern, wo solche geodätischen Bauwerksüberwachungen von freiberuflich tätigen Vermessungsingenieuren ausgeführt werden, steht diesen Fragen die Auftraggeberseite sehr aufgeschlossen gegenüber.

LITERATUR

MÄLZER, H.: ***The Lithosphere - das neue internationale wissenschaftliche Gemeinschaftsprojekt.*** Allgemeine Vermessungsnachrichten 88, 356-360, 1981

MÖNICKE, H.-J.: ***Zur Bestimmung von Lotrichtungsdifferenzen aus gegenseitig beobachteten Vertikalwinkeln.*** Allgemeine Vermessungsnachrichten 89, 193-297, 1982

MOSER, M., GLUMAC, S.: ***Zur Kinematik von Talzuschüben, dargestellt am Beispiel des Talzuschubes Gradenbach/Kärnten.*** Allgemeine Vermessungsnachrichten 89, 174-189, 1982

MÜLLER, H.: ***Dreidimensionale Netzausgleichung in einem kartesischen Koordinatensystem.*** Allgemeine Vermessungsnachrichten 89, 207-223, 1982

SCHLEMMER, H.: ***Drahtextensometer zur Registrierung von horizontalen Bodenbewegungen über größere Entfernungen.*** Allgemeine Vermessungsnachrichten 89, 189-193, 1982

WEGENER, A.: ***Die Entstehung der Kontinente und Ozeane.*** Friedrich Vieweg u. Sohn, 1929

WELSCH, W.: ***Gegenwärtiger Stand der geodätischen Analyse und Interpretation geometrischer Deformationen.*** Allgemeine Vermessungsnachrichten 88, 41-51, 1981

ZUR AUFSTELLUNG UND ANWENDUNG VON KRITERIUMMATRIZEN BEI DER OPTIMALEN ANLAGE VON ÜBERWACHUNGSNETZEN IN DER INGENIEURVERMESSUNG

von

Wolfgang Niemeier und Michael Ziegert
Geodätisches Institut
Universität Hannover
Nienburger Straße 1
3000 Hannover 1
Bundesrepublik Deutschland

ZUSAMMENFASSUNG

Die Überwachung von Bauwerken mittels geodätischer Netze ist seit langem ein Schwerpunkt in der Ingenieurvermessung. Für diese Aufgabenstellung spielt die Aufstellung optimaler Überwachungsnetze eine nicht unerhebliche Rolle. In diesem Beitrag wird das Genauigkeitsproblem bei der optimalen Anlage derartiger Netze schwerpunktmäßig behandelt. Propagiert wird die Verwendung von künstlichen Kovarianzmatrizen, sog. Kriteriummatrizen C_{xx}, in denen die unterschiedlichsten Genauigkeitsanforderungen an ein Netz dargelegt werden können.

Durch Vergleich der Kriteriummatrix C_{xx} mit der Kovarianzmatrix K_{xx} eines vorgegebenen Netzentwurfs kann mathematisch streng entschieden werden, ob die Genauigkeitsanforderungen von dem geplanten Netz erfüllt werden oder nicht.

Schließlich werden numerische Beispiele für typische Überwachungsaufgaben gegeben.

1. EINLEITUNG

1.1 Allgemeines zur Aufgabenstellung

Die Überwachung von Bauwerken und anderen technischen Objekten ist eine der wesentlichen Aufgaben der Ingenieurvermessung und wird in der einschlägigen Fachliteratur seit etwa 15 Jahren verstärkt diskutiert. Neben punktuellen Meßmethoden (diskret oder kontinuierlich arbeitend) und der Photogrammetrie hat sich die Methode der Überwachung mit Hilfe spezieller, mehrfach ausgemessener, lokaler Netze weiterhin behauptet, da nur sie sehr präzise absolute und relative Bewegungen aufzudecken vermag.

Um die anstehenden Probleme bei Überwachungsaufgaben zu verdeutlichen, sollen hier die typischen Aufgabenstellungen sehr vereinfacht dargelegt werden:

i) <u>Nachweis von Stabilität</u>
Als Ausgangshypothese wird hier angenommen, daß sich die Form des Untersuchungsobjektes und damit auch die geodätischen Meßwerte zwischen zwei oder mehr Epochen nicht verändern. Abweichungen von dieser Hypothese sind aufzuzeigen.

ii) <u>Aufdecken unbekannter Bewegungsvorgänge</u>
Neben dem Nachweis eventueller Einzelpunktbewegungen wie im Fall i) steht hier die Erfassung von Formveränderungen ganzer Objektabschnitte im Vordergrund des Interesses.

iii) <u>Aufzeigen von Abweichungen bei bekanntem Bewegungsmodell</u>
Kann für ein Untersuchungsobjekt ein bestimmtes Bewegungsmodell z.B. aus statischen Überlegungen als gültig vorausgesetzt werden, so steht die Überprüfung dieses Modells und die Bestimmung lokaler Abweichungen im Vordergrund des Interesses.

In jedem Fall geht es darum, Bewegungen ab einer bestimmten Größenordnung nachzuweisen. Es ist somit erforderlich, für die geodätischen Beobachtungen bzw. die Punktkoordinaten eine hohe, durch die jeweilige Aufgabenstellung vorgegebene Genauigkeit zu erreichen; ein Problem, das im Abschnitt 2 diskutiert wird.

1.2 Das Deformationsmodell

Insbesondere sei darauf hingewiesen, daß es bei fast allen Objekten der Ingenieurvermessung sogenannte Vorzugsrichtungen gibt, die mit einer ggf. erheblich höheren Genauigkeit als die übrigen Richtungen bestimmt werden müssen. An Abb. 1 sind diese besonders kritischen und/oder interessierenden Bewegungsrichtungen für einige typische Anwendungsbeispiele dargestellt worden.

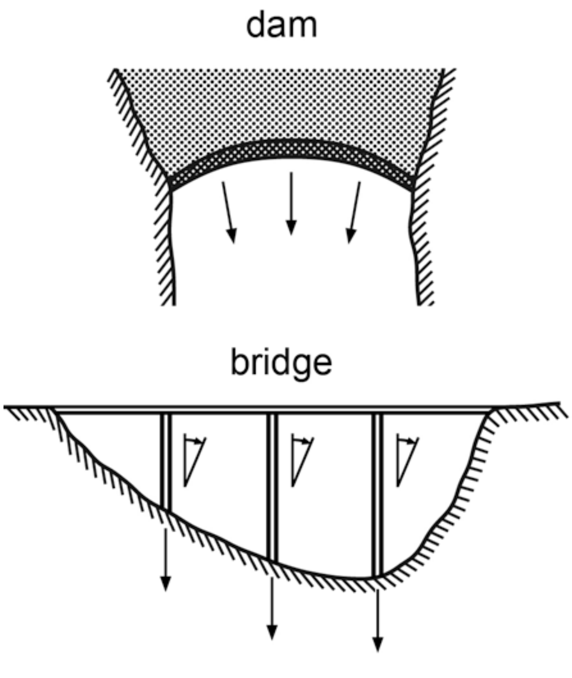


Abb. 1 Kritische bzw. besonders interessierende Bewegungsrichtungen für typische Überwachungsaufgaben in der Ingenieurvermessung

Da die Aussage des Vermessungsingenieurs über mögliche Objektveränderungen mit einem nicht unerheblichen Risiko behaftet ist, erscheint es als unabdingbar, stärker als bisher die Zuverlässigkeit der Netze zu diskutieren. Eine eingehende Diskussion zu diesem Thema würde jedoch den Rahmen dieser Arbeit sprengen. Für eine allgemeine Betrachtung der Zuverlässigkeitsaspekte sei auf die Arbeiten von ***Alberda 1980, Baarda 1968, 1977, Just 1979, van Mierlo 1982*** und ***Niemeier 1982*** verwiesen.

1.3 Das Diskretisierungsproblem

Für sämtliche im vorangegangenen Abschnitt aufgezeigten Aufgabenstellungen ist es notwendig, eine repräsentative Anzahl von Objektpunkten festzulegen und die geeigneten Meßzeitpunkte zu bestimmen.

1.3.1 Diskretisierung im Geometriebereich

Bei der Diskretisierung eines Objektes durch geeignete Punkte sollte man sich stets von dem Gedanken leiten lassen, daß die Bestimmung von Punktbewegungen nicht das endgültige Ziel bei Überwachungsaufgaben sein kann. Vielmehr geht es stets darum, Rückschlüsse über Formänderungen des gesamten Objektes zu ermöglichen. Um diese auch als Generalisierung bekannte Aufgabe (z.B. ***Niemeier 1975***) mit genügender Genauigkeit durchführen zu können, ist es notwendig, für das Gesamtbauwerk wirklich repräsentative Objektpunkte festzulegen. Zur Veranschaulichung sind die Teilaufgaben bei der Bearbeitung von Überwachungsproblemen in Abb. 2 dargelegt.

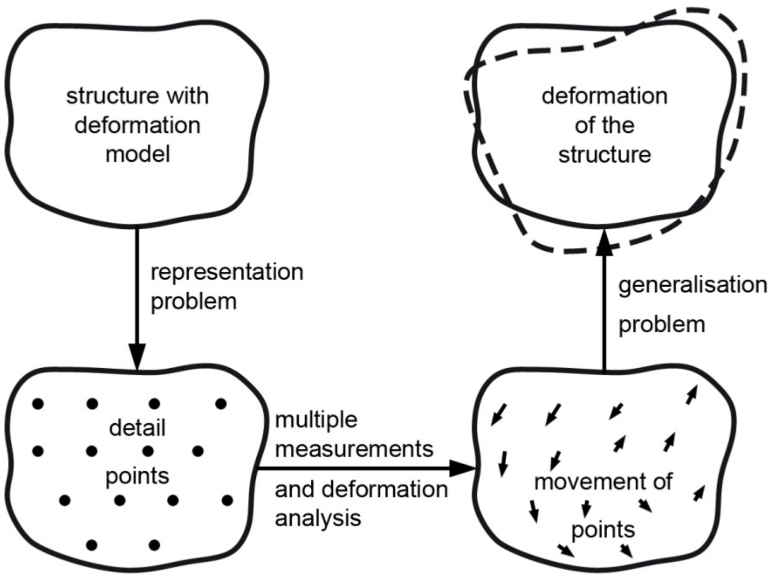


Abb. 2 Das Diskretisierungs- und Generalisierungsproblem bei Überwachungsaufgaben

1.3.2 Diskretisierung im Zeitbereich

Ebenso wesentlich wie die Punktauswahl ist die Festlegung der Beobachtungszeitpunkte. Hierzu ist es erforderlich, ein möglichst präzises Deformati-

onsmodell zu entwickeln, wie es etwa in Abb. 3 für die horizontalen Bewegungen einer Staudammer dargestellt ist.
Zunächst sind die jährlichen (periodischen) Bewegungen, die etwa auf Wasserstands- oder Temperaturänderungen zurückgeführt werden können, dargestellt, daneben aber auch die täglichen, temperaturbedingten Bewegungen angedeutet. Von besonderer Bedeutung für die Stabilität ist hier z.B. ein Test, ob es einen langfristigen Trend in der Bewegung etwa zur Luftseite der Mauer gibt, d.h. ein Test, ob die Nullhypothese $H_0 : E\{\alpha\} = 0$ erfüllt ist, wobei α als Trendparameter anzusehen und in Abb. 3 angedeutet ist.
Würde man nun die Beobachtungszeitpunkte beliebig wählen, könnte das Ergebnis einer wiederholten Ausmessung zumindest nach wenigen Epochen noch recht stark verfälscht sein. Wie in der Praxis bewährt, sollten die Messungen so terminiert werden, daß jeweils die maximalen und/oder minimalen Bauwerkszustände erfaßt werden.

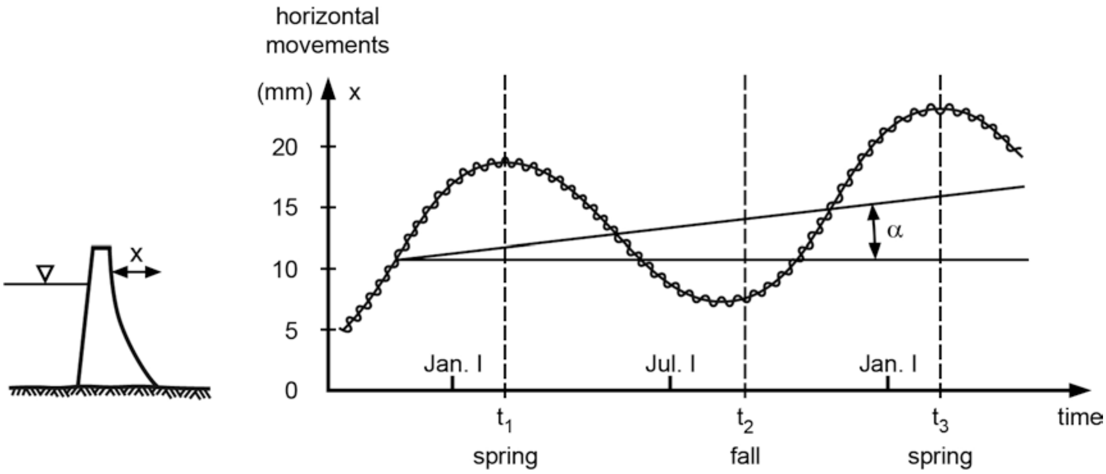


Abb. 3 Das Deformationsmodell für die horizontalen Bewegungen einer Staumauer und die Auswahl der Meßzeitpunkte

2. GENAUIGKEITSANFORDERUNGEN IN ÜBERWACHUNGSNETZEN

Von grundlegender Bedeutung für die Beurteilung der Qualität eines Überwachungsnetzes ist, ob es die gewünschte oder geforderte Genauigkeit besitzt. Hierfür ist es erforderlich, in Absprache mit dem Auftraggeber und ggf. unter Hinzunahme von Fachleuten aus der Statik, Bodenmechanik, Felsmechanik etc. zunächst einmal festzulegen, welche Genauigkeiten erreicht werden sollen. Diese oft nur schwierig zu erhaltenden und meist nur verbalen Angaben sind dann vom Vermessungsingenieur im einfachsten Fall in Genauigkeitsanforderungen für die Punktkoordinaten umzuformen.

2.1 Aufstellen von Kriteriummatrizen für Punktkoordinaten

In Anlehnung an die Arbeiten der Delfter Schule (***Alberda 1980, Baarda 1973, 1977, van Mierlo 1982***) sind die Genauigkeitsanforderungen wohl am sinnvollsten in einer o.g. Kriteriummatrix C_{xx} darzustellen, d.h. in einer künstlichen Kovarianzmatrix für die Koordinatenunbekannten. Der einfachste Fall für eine derartige Genauigkeitsanforderung ist die Vorgabe von gleichen Varianzen σ_0^2 für alle Koordinaten. In Gl. (1) ist die zugehörige Kriteriummatrix C_{xx} wiedergegeben; in Abb. 4 sind die für $\sigma_0^2 = 50\ mm^2$ aus (1) abgeleiteten Konfidenzellipsen für ein Anwendungsbeispiel dargestellt.

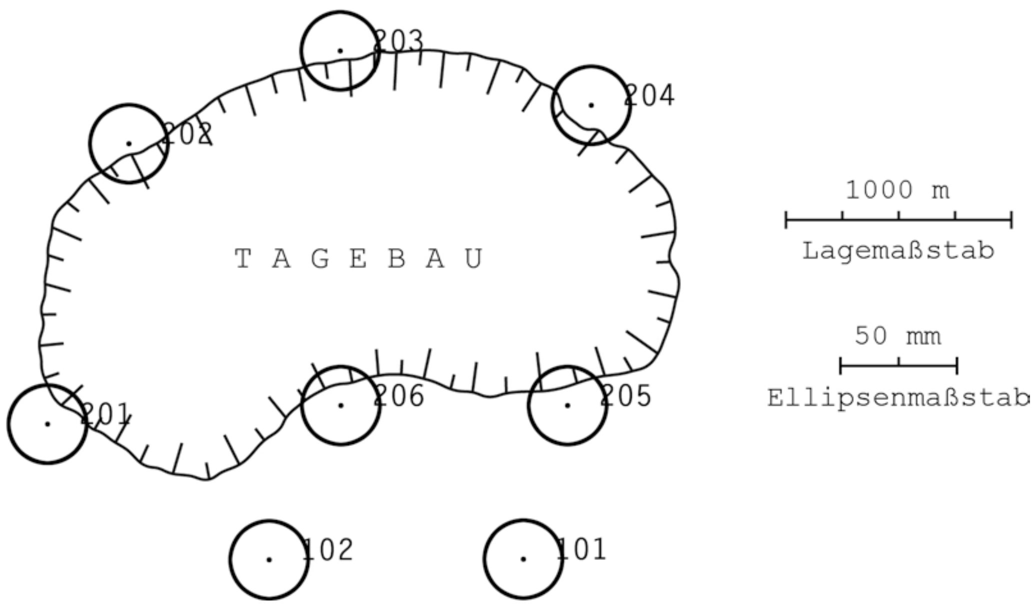


Abb. 4 Tagebausituation mit C_{xx} - Konfidenzellipsen ohne definiertes Datum

$$C_{xx} = \begin{bmatrix} \sigma_C^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \sigma_C^2 \end{bmatrix} = \sigma_C^2 \cdot E \tag{1}$$

Im Sinne der Netztheorie ist durch diese Kriteriummatrix ein homogenes und isotopes Netz angestrebt, mit gleichgroßen kreisförmigen Konfidenzellipsen für sämtliche Punkte. Auf die Annahme von Kovarianzen bzw. einer Kovarianzfunktion (siehe ***Alberda 1980***) zwischen den Parametern ist verzichtet worden, da für die begrenzten Netze der Ingenieurvermessung z.Z. noch keine Angaben über Kovarianzen gemacht werden können.

Als zweites Beispiel sei eine Kriteriummatrix für ein Gleisabsteckungsnetz angegeben (siehe Gl. (2) und Abb. 5), bei dem vom Auftraggeber für die y-Richtung eine sehr hohe Genauigkeit von σ_y = 0,3 mm, für die x-Richtung dagegen von σ_x = 1,5 mm gefordert wurde. Die Kriteriummatrix ist damit gegeben durch:

$$C_{xx} = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & & & & 0 \\ & \sigma_y^2 & & & \\ & & \ddots & & \\ 0 & & & \sigma_x^2 & \\ & & & & \sigma_y^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.25 & & & & 0 \\ & 0.09 & & & \\ & & \ddots & & \\ 0 & & & 2.25 & \\ & & & & 0.09 \end{bmatrix} \tag{2}$$

Hier ergibt sich die Schwierigkeit, daß man für die äußeren Netzpunkte oder Stützpunkte (18, 20, 21, 23) ebenfalls Genauigkeitsvorgaben haben muß, will man eine vollständige Bearbeitung ermöglichen. Im vorliegenden Beispiel erschien es als sinnvoll, dieselben Genauigkeiten wie für die Gleispunkte auch für die äußeren Punkte anzunehmen, doch sind hier auch andere Modelle denkbar.

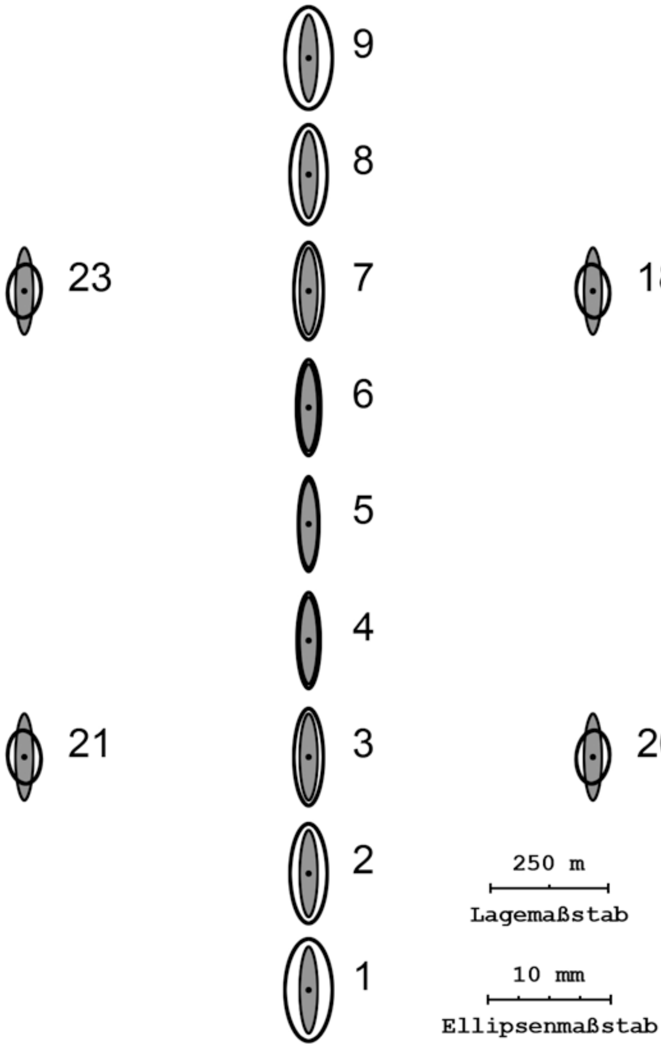


Abb. 5 C_{xx}-Konfidenzellipsen für Gleisabsteckungsnetz:
- ohne definiertes Datum (flächige Darstellung)
- bezogen auf die 4 Rechenbasispunkte 18, 20,21 u. 23 (linienhafte Darstellung).

2.2 Aufstellen von Kriteriummatrizen für den Differenzvektor d

Die im Abschnitt 2.1 dargelegten einfachen Modelle zum Aufstellen von Kriteriummatrizen sind bei Überwachungsaufgaben nur bedingt anwendbar, da im Mittelpunkt des Interesses hier nicht die Genauigkeit der Punkte sondern die Genauigkeit der Bestimmung von Deformationen steht. Damit muß die Genauigkeit des gesamten Differenzvektors d zwischen den Koordinatenschätzungen zweier Epochen, also

$$d = \hat{x}_2 - \hat{x}_1 \tag{3}$$

mit ausreichender Genauigkeit bestimmt werden.
Hierbei können zwei Fälle unterschieden werden:

i) Zurückführung auf die Modelle des Abschnitts 2.1

Liegen z.B. zwei Messungsepochen vor und kann - wie in der Planungsphase üblich - von gleicher Netzkonfiguration und gleichen Meßgenauigkeiten ausgegangen werden, so kann nach dem FFG angesetzt werden

$$C_d = C_{x1} + C_{x2} = 2 \cdot C_{xx} \tag{4}$$

D.h., ist die gewünschte Genauigkeit von C_d bekannt, so läßt sich die erforderliche Punktgenauigkeit der Einzelepochen leicht bestimmen:

$$C_{xx} = \frac{1}{2} \cdot C_d \tag{5}$$

ii) Modelerweiterung

Ebenso ist es möglich, den Differenzvektor direkt mit im Ausgleichungsmodell zu berücksichtigen, etwa im funktionalen Modell für zwei Epochen:

$$\begin{bmatrix} \ell_1 \\ \text{--} \\ \ell_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ \text{--} \\ v_2 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} A_1 & 0 \\ \hline A_2 & B \end{array}\right] \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \text{--} \\ \hat{d} \end{bmatrix} \tag{6}$$

Hierbei sind z.B. die nichtlinearen Verbesserungsgleichungen für die Streckenmessungen s_{ij} in der 2. Epoche gegeben durch

$$s_{ij} + v_{ij} = \sqrt{\left(x_j + dx_j - x_i - dx_i\right)^2 + \left(y_j + dy_j - y_i - dy_i\right)^2} \tag{7}$$

Die Koeffizienten von B ergeben sich entsprechend sehr leicht durch Ableitungen von (7). Die Kovarianzmatrix vom Parametervektor in (6) ist formal gegeben durch

$$Q = \left[\begin{array}{c|c} Q_{xx} & Q_{xd} \\ \hline Q_{dx} & Q_{dd} \end{array}\right] \tag{8}$$

Wird davon ausgegangen, daß nur Genauigkeitsangaben für d vorliegen, d.h. für die Matrix C_{xx} und die gemischten Elemente explizit keine Angaben gemacht worden sind, so ist die entsprechende Kriteriummatrix gegeben durch

$$C_{xx} = \left[\begin{array}{c|c} & \\ \hline & C_{dd} \end{array}\right] \tag{9}$$

Solch eine Darstellung ist für den Vergleich mit einer realen Kovarianzmatrix äußerst problematisch, wenn nicht Angaben über das Datum gemacht werden können, in dem C_{dd} gelten soll. Z.B. könnte gefordert werden, daß in einer freien Netzausgleichung die Varianzen der Elemente d_i alle kleiner als σ_d^2 sein sollen. Auf diese Problematik wird noch näher im Abschnitt 3 eingegangen.

Für den Fall, daß in C_{dd} für alle Elemente derselbe Wert verlangt wird, ist (9) stets über (5) zu lösen.

2.3 Aufstellen von Kriteriummatrizen für mehrere und beliebige Deformationsmodelle

Im Falle mehrerer Messungsepochen läßt sich dieses Vorgehen entsprechend erweitern. Das zugrunde liegende Deformationsmodell werde wieder durch einen Vektor von Zusatzparametern z parametrisiert und es erfolge eine geschlossene Auswertung alle k Epochen im Modell (***Niemeier 1979, Niemeier und Rohde 1982***):

$$\begin{bmatrix} \ell_1 \\ \ell_2 \\ \vdots \\ \ell_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ A_2 & B_2 \\ \vdots & \vdots \\ A_k & B_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Z \end{bmatrix} \tag{10}$$

Dann ergibt sich für die Kovarianzmatrix des Unbekanntenvektors entsprechend (8) die Darstellung

$$Q = \left[\begin{array}{c|c} Q_{xx} & Q_{xz} \\ \hline Q_{zx} & Q_{zz} \end{array}\right] \tag{11}$$

und wieder geht es darum, daß die Parameter z eine ausreichende Genauigkeit besitzen, daß also die zugehörige Kriteriummatrix C_{zz} für den Parametervektor z erfüllt ist.

Soll nach dem jeweiligen Deformationsmodell z.B. für die x-Koordinaten des Punktes i ein polynomialer Ansatz

$$x = x_0 + a_1 t + a_2 t^2 \tag{12}$$

mit der Zeit angenommen werden, aber nicht für den Punkt j, so wären bei Streckenmessungen die folgenden nichtlinearen Verbesserungsgleichungen denkbar, wenn im Vektor z die Koeffizienten des Polynoms a_1, a_2 zusammengefaßt sind:

$$\begin{aligned}
&1.\ \text{Epoche, } t_0 : \ell_{ij} + v_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \\
&2.\ \text{Epoche, } t_1 : \Delta t_1 = t_1 - t_0 : \\
&\qquad \ell_{ij} + v_{ij} = \sqrt{(x_i + a_1\Delta t_1 + a_2\Delta t_1^2 - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \\
&\vdots \\
&k.\ \text{Epoche, } t_k : \Delta t_k = t_k - t_0 : \\
&\qquad \ell_{ij} + v_{ij} = \sqrt{(x_i + a_1\Delta t_k + a_2\Delta t_k^2 - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}
\end{aligned} \tag{13}$$

Der polynomiale Ansatz ist natürlich nur ein sehr einfaches Beispiel. Für die Bewegung der Staumauer in Abb. 3 käme ein gemischter Ansatz mit sinusoidalen Termen und/oder einem linearen Trend in Betracht. In der Arbeit ***Chen et al. (1982)*** ist der Ansatz (10) wohl erstmals praktisch erprobt worden, wobei als Zusatzparameter dort Strain-Parameter eingeführt werden. Im Prinzip kann jedes beliebige Deformationsmodell nach diesem Ansatz mit in der Optimierung berücksichtigt werden!

3. DAS DATUMSPROBLEM

Da Überwachungsnetze normalerweise unabhängig von existierenden (Landes-) Netzen betrachtet werden, muß das sog. Datumsproblem (***Baarda 1973, Grafarend et al. 1979***) für jedes Netz gelöst werden: Die geodätischen Meßelemente bestimmen allein die gegenseitige Lage der Netzpunkte, d.h. die "innere" Geometrie des Netzes, der Bezug zu einem Koordinatensystem muß durch eine zusätzliche Datumsfestlegung bei der Durchführung der Ausgleichung erfolgen.

Ausgangspunkt sei eine Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen im Modell

$$\ell + v = A \cdot \hat{x} \tag{14}$$

$$K_{\ell\ell} = \sigma_0^2 \cdot Q_{\ell\ell} \tag{15}$$

Dabei ist ℓ der (n,1)-Vektor der (verkürzten) Beobachtungen, v der (n,1)-Vektor der Verbesserungen, A die (n,u)-Koeffizienten- oder Konfigurationsmatrix und $\hat{x}$ der $(\hat{u},1)$-Vektor der (geschätzten) Koordinatenzuschläge. Im funktionalen Modell sollen alle sog. Störparameter wie Orientierungsunbekannte, Maßstab ... eliminiert sein. Im stochastischen Modell bezeichne $K_{\ell\ell}$ die (u,u)-Kovarianzmatrix der Beobachtungen, die - wie üblich - in einen Varianzfaktor σ_0^2 und eine Kovarianzmatrix $Q_{\ell\ell}$ zerlegt werden kann.
Die zugehörigen Normalgleichungen sind dann

$$\left(A^T P A\right) \cdot x = A^T P \ell \tag{16}$$

$$N\, x = n \tag{17}$$

Da bei Überwachungsaufgaben in der Regel keine a priori lagestabilen Punkte angehalten werden können, sind im Vektor x sämtliche Punktkoordinaten enthalten. Damit ist die Normalgleichungsmatrix N singulär mit einem Rangdefekt von z.B. d=4 in reinen 2D-Richtungsnetzen.

3.1 Zwangsfreie Ausgleichung

Die klassische Lösung dieser freien Netzausgleichung ist die sog. zwangsfreie Ausgleichung, die durch mehr oder weniger willkürliche Festlegung von d Koordinatenwerten erhalten wird. In der Theorie von Baarda (**Baarda 1973, van Mierlo 1978**) ist dies die einfachste Form eines sog. S-Systems und die bei d=4 festzulegenden Punkte bilden die sog. varianzfreie Rechenbasis. Wenn die Koordinaten der ausgewählten Punkte P_r und P_s zum Subvektor x_2 zusammengefaßt werden, kann das Modell (14) partitioniert werden.

$$\ell + v = [A_1 \mid A_2] \begin{bmatrix} x_1 \\ \hline x_2 \end{bmatrix} \qquad (18)$$

Das Festhalten der Punkte P_r und P_s bewirkt, daß diese Punkte an der Ausgleichung praktisch nicht beteiligt sind. Die Lösung der entsprechenden Normalausgleichungen ist

$$\hat{x}^{r,s} = \begin{bmatrix} \hat{x}_1^{r,s} \\ \hline \hat{x}_2^{r,s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(A_1^T \cdot P \cdot A_1\right)^{-1} \cdot A_1^T \cdot P \cdot \ell \\ \hline 0 \end{bmatrix} \qquad (19)$$

Hierbei sollen die hochgestellten Indizes andeuten, daß sich diese Lösung auf die Datumspunkte P_r und P_s bezieht. Die zugehörige Kofaktormatrix ist

$$Q_{x1}^{r,s} = \left(A_1^T \cdot P \cdot A_1\right)^{-1} \qquad (20)$$

bzw. für den gesamten Unbekanntenvektor die wieder singuläre Matrix

$$Q_{xx}^{r,s} = \left[\begin{array}{c|c} Q_{x1}^{r,s} & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array}\right] \qquad (21)$$

Hier wird die Bezeichnung varianzfreie Berechnungsbasis deutlich!

3.2 Überbestimmte Lagerung des Netzes

Weitere Möglichkeiten der Datumsfestlegung sind eine Auffelderung der inneren Geometrie auf einige oder alle Punkte. So ist zum Beispiel die Berechnung der Hauptlösung einer freien Ausgleichungsaufgabe durch Verwendung der Pseudoinversen N^+ eine Auffelderung auf alle Näherungskoordinaten. Bekanntlich (z.B. ***Grafarend et al. 1979, Koch 1980, van Mierlo 1978, 1980, Niemeier 1979, Pelzer 1974***) kann diese Hauptlösung berechnet werden aus

$$\hat{x} = N^+ \cdot u \tag{22}$$

wobei N^+ z.B. über eine Eigenzerlegung von N in

$$N = [H \mid G] \left[\begin{array}{c|c} D & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} H^T \\ \hline G^T \end{array}\right] = H \cdot D \cdot H^T \tag{23}$$

bestimmt werden kann. Hier sind in D die (u-d)-Eigenwerte $\lambda_i > 0$, in der (u,u-d)-Matrix H die zu D gehörenden Eigenvektoren und in der (u,d)-Matrix G die zu $\lambda_i = 0$ gehörenden Eigenvektoren zusammengefaßt. Die Pseudoinverse $Q_{xx} = N^+$ ist dann gegeben durch

$$Q_{xx} = N^+ = H \cdot D^{-1} \cdot H^T \ , \tag{24}$$

Nach erfolgter Eigenwertzerlegung sind also lediglich die Reziprokwerte der positiven Eigenwerte zu bilden und einfache Matrizenmultiplikationen auszuführen.

Eine weitere Möglichkeit zur Berechnung der Pseudoinversen ist die Ränderung von N mit der Matrix G aus (23) und anschließender Inversion:

$$\left[\begin{array}{c|c} N & G \\ \hline G^T & 0 \end{array}\right]^{-1} = \left[\begin{array}{c|c} N^+ & G(G^TG)^{-1} \\ \hline (G^TG)^{-1}G^T & 0 \end{array}\right] \tag{25}$$

Hierbei ergibt sich die für die Deformationsanalyse wichtige Möglichkeit, durch Beschränkung der G-Matrix auf einen Teil der Punkte eine Verwendung nur dieser Punkte für die Datumsfestlegung zu erreichen (siehe z.B. ***Illner 1983***), doch soll diese Form hier nicht weiter ausgeführt werden.

3.3 Datumswechsel durch S-Transformation

Die ebenfalls von Baarda entwickelte Theorie der S- (similarity) -Transformation ermöglicht es nun, problemlos von einer Datumsfestlegung zu einer beliebigen anderen überzugehen. So ist z.B. eine Änderung der Rechenbasis bei der zwangsfreien Ausgleichung, ein Übergang von einer zwangsfreien zur freien Ausgleichung sowie von einer Lagerung in allen Punkten zu einer Lagerung in einigen Punkten möglich. Diese Universalität der Anwendung rechtfertigt es vielleicht, trotz der inzwischen ausreichend vorhandenen Literatur, dieses Thema auch hier zu behandeln. In allgemeiner Form lauten die Transformationsformel zum Übergang von Datum k auf das Datum i (***van Mierlo 1978, Just 1979, Illner 1983***)

$$x_i = S_i \cdot x_k \tag{26}$$

$$Q_i = S_i \cdot Q_k \cdot S_i^T \tag{27}$$

Die (u,u)-Transformationsmatrix kann sofort aus der Eigenwertzerlegung 823) angegeben werden:

$$S_i = E - G \cdot \left(G^T \cdot E_i \cdot G\right)^{-1} \cdot G^T \cdot E_i \tag{28}$$

Hierin ist E die Einheitsmatrix und E_i eine (u,u)-Matrix, die in der Hauptdiagonalen an den Stellen, die den für die neue Datumsfestlegung verwendeten Koordinaten entsprechen, mit Einsen besetzt ist, während alle anderen Element Null sind.
Es soll vermerkt werden, daß es für das Aufstellen von S_i nicht notwendig ist, das Datum k zu kennen. Dies ist natürlich nur möglich, da bei sämtlichen S-Transformationen bzw. bei sämtlichen S-Systemen die innere Geometrie der Netze nicht zerstört wird, so daß die diesbezüglichen Informationen auch weiterhin voll verfügbar sind.

4. ÜBEREINSTIMMUNG ZWISCHEN NETZDESIGN UND GENAUIGKEITSANFORDERUNGEN

Ein Entwurf für ein Überwachungsnetz muß nun daraufhin untersucht werden, ob er die in Abschnitt 2 spezifizierten Genauigkeitsanforderungen erfüllt. Dabei sei aus Kostengründen ein optimales Design dadurch gekennzeichnet, daß die angestrebten Genauigkeiten zwar erreicht, jedoch nicht wesentlich unterschritten werden. Hier soll nochmals darauf hingewiesen werden, daß für eine vollständige Bearbeitung dieser Optimierungsaufgabe auch die Zuverlässigkeit und Sensitivität sowie evtl. noch weitere Gesichtspunkte zu berücksichtigen sind, die jedoch den Rahmen dieses Beitrages sprengen würden.

Zur Beantwortung der Frage, ob ein geplantes Netz bestimmte Genauigkeitsvorgaben erfüllt, wird in der Regel eine simulierte Netzausgleichung durchgeführt, d.h. eine fingierte Ausgleichung mit simulierten Beobachtungen, wobei es wesentlich ist, für die einzusetzenden Meßinstrumente realistische Abschätzungen für die erreichbare Meßgenauigkeit anzusetzen.

4.1 Gleiches Datum von K_{xx} und C_{xx}

Entsprechend der Ausführungen in Abschnitt 3 kann diese fingierte Ausgleichung ein unterschiedliches Datum aufweisen, wobei in Abhängigkeit vom Rangdefekt d genau d, mehr als d oder alle u Koordinaten für die Datumsfestlegung herangezogen werden können. Wesentlich für den Vergleich mit einer Kriteriummatrix ist dabei allein, daß jede Ausgleichung ein wohldefiniertes Datum aufweist.

Die vollständige Information über die Genauigkeit des Netzentwurfs ist in der Kofaktormatrix Q_{xx} - siehe Gleichung (21) oder (24) - oder richtiger unter Berücksichtigung des Varianzfaktors σ_0^2 (theoretischer Wert oder Schätzwert) durch die Kovarianzmatrix K_{xx} der Koordinatenunbekannten gegeben. Diese Matrix ist nach den Ausführungen des Abschnitts 3 natürlich auch datumsabhängig.

Auf der anderen Seite sind im Abschnitt 2 verschiedene Kriteriummatrizen C_{xx} zur Kennzeichnung der geforderten Genauigkeiten aufgestellt worden. Wesentlich ist nun, daß in der Regel die C_{xx}-Matrizen a priori kein definiertes Datum aufweisen, sondern allgemeine Angaben zur gewünschten Genauigkeit aller Punkte enthalten. Für einen Vergleich von aktueller und geforderter Netzgenauigkeit ist es jedoch unumgänglich, daß K_{xx} und C_{xx} gleiches Datum aufweisen. Wenn die Ausgleichung das Datum i aufweist - die Kovarianzmatrix werde entsprechend als K_{xx}^{i} gekennzeichnet - dann ist eine S-Transformation der C_{xx}-Matrix in eben dieses Datum i der aktuellen Ausgleichung erforderlich. Entsprechend Gleichung (27) ist diese Transformation gegeben durch

$$C_{xx}^{i} = S_i \cdot C_{xx} \cdot S_i^T \tag{29}$$

Ohne diese Transformation wird ein Vergleich zu verfälschten Ergebnissen führen. Der Unterschied zwischen C_{xx} und C_{xx}^{i} ist für das schon vorne angegebene Tagebaunetz in Abb. 6, für das Gleisabsteckungsnetz bereits mit in Abb. 5 dargestellt. Es wird deutlich, daß eine Transformation in das Datum einer freien Ausgleichung die Kriteriummatrix nur wenig verändert, während beim Übergang zu einer Lagerung in 2 Punkten große Abweichungen feststellbar sind.

4.2 Vergleich über Konfidenzellipsen

Der übliche Weg eines Vergleichs von K_{xx}^{i} und C_{xx}^{i} ist ein numerischer oder graphischer Vergleich der punktbezogenen Fehler- oder Konfidenzellipsen. Dies ist für die schon vorne erörterten Beispiele in der Abb. 7 erfolgt. Dabei sind die Konfidenzellipsen berechnet nach der Formel:

$$P\left\{ \left(x_j - \hat{x}_j\right)^T K_{x_j x_j}^{-1} \left(x_j - \hat{x}_j\right) \le \chi^2_{2,1-\alpha} \right\} 1 - \alpha \tag{30}$$

Man erkennt, daß für die vorgesehenen Beobachtungselemente und die angegebene Meßgenauigkeit für das Tagebaunetz die Genauigkeitsforderung der Kriteriummatrix erfüllt ist. Für das Gleisabsteckungsnetz sind die Konfidenzellipsen der K_{xx}-Matrix allerdings durchweg größer als die der C_{xx}-Matrix.
Im Sinne einer Netzoptimierung wäre hier also nicht die Hinzunahme einzelner zusätzlicher Beobachtungselemente, sondern eine generelle Erhöhung der Meßgenauigkeit anzustreben.

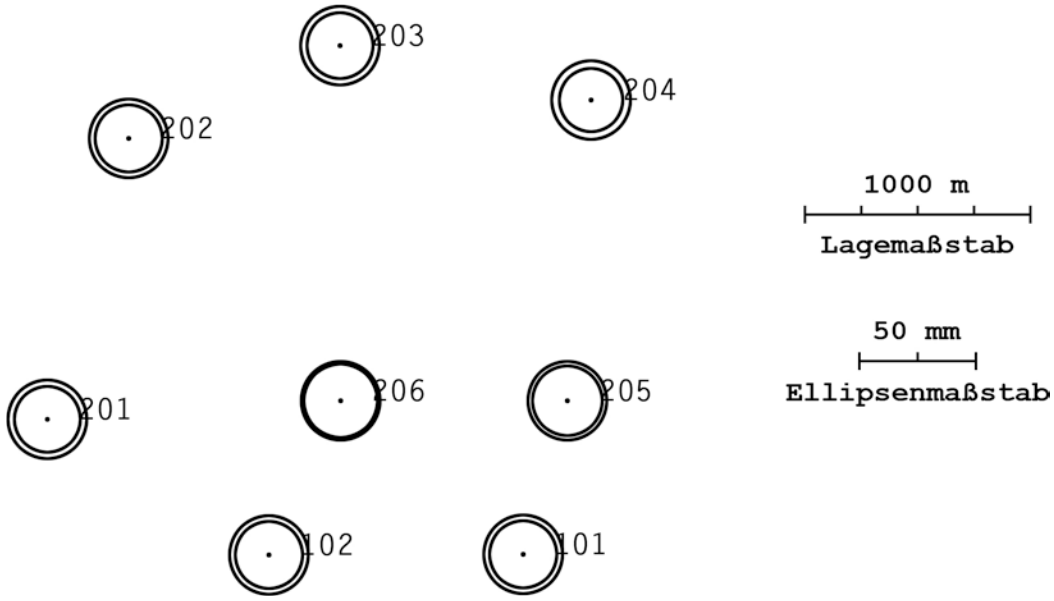


Abb. 6a C_{xx}-Konfidenzellipsen für Tagebaunetz:

- ohne definiertes Datum (äußere Kreise);
- bezogen auf 8 Rechenbasispunkte (innere Kreise).

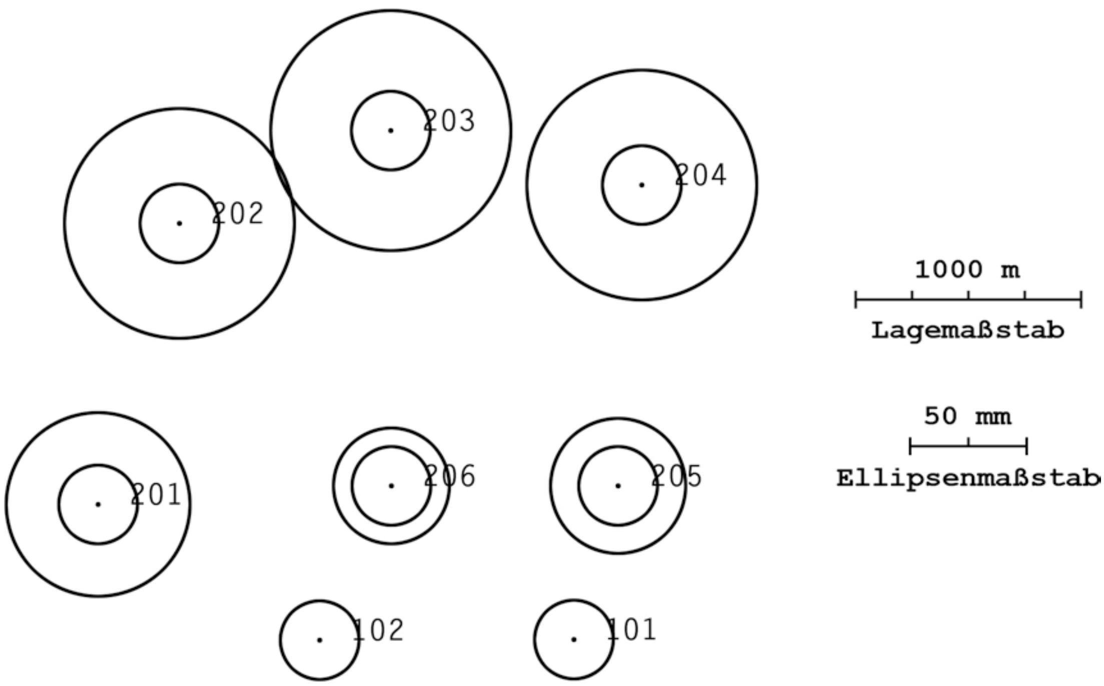


Abb. 6b C_{xx}-Konfidenzellipsen für Tagebaunetz:

- ohne definiertes Datum (äußere Kreise);
- bezogen auf die Rechenbasispunkte 101 u. 102 (innere Kreise).

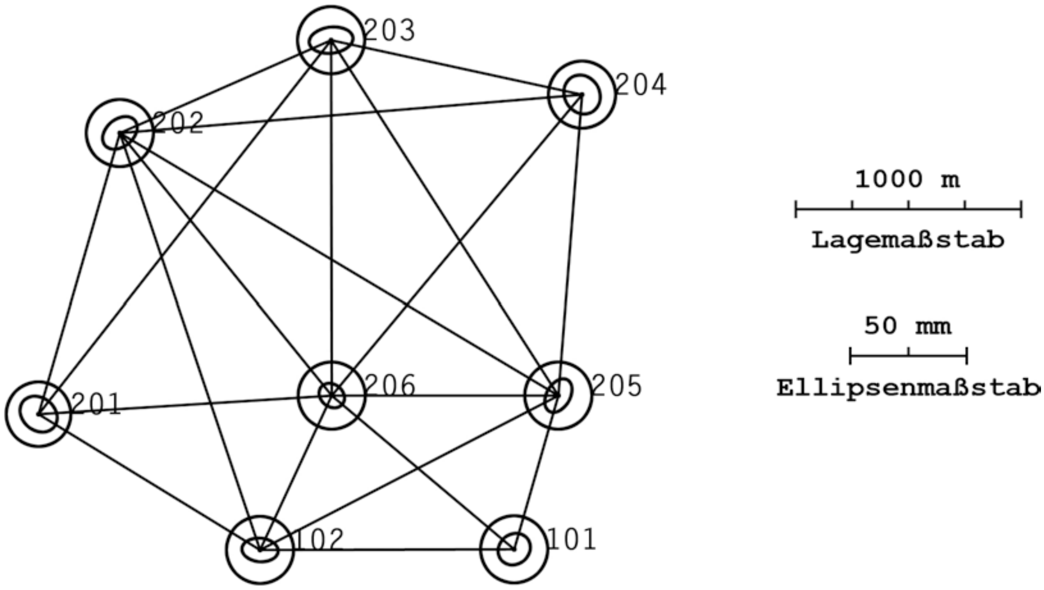


Abb. 7a Tagebaunetz mit 8 Rechenbasispunkten:

- aus K_{xx}-Matrix (innere Konfidenzellipsen);
- aus C_{xx}-Matrix (äußere Konfidenzellipsen).

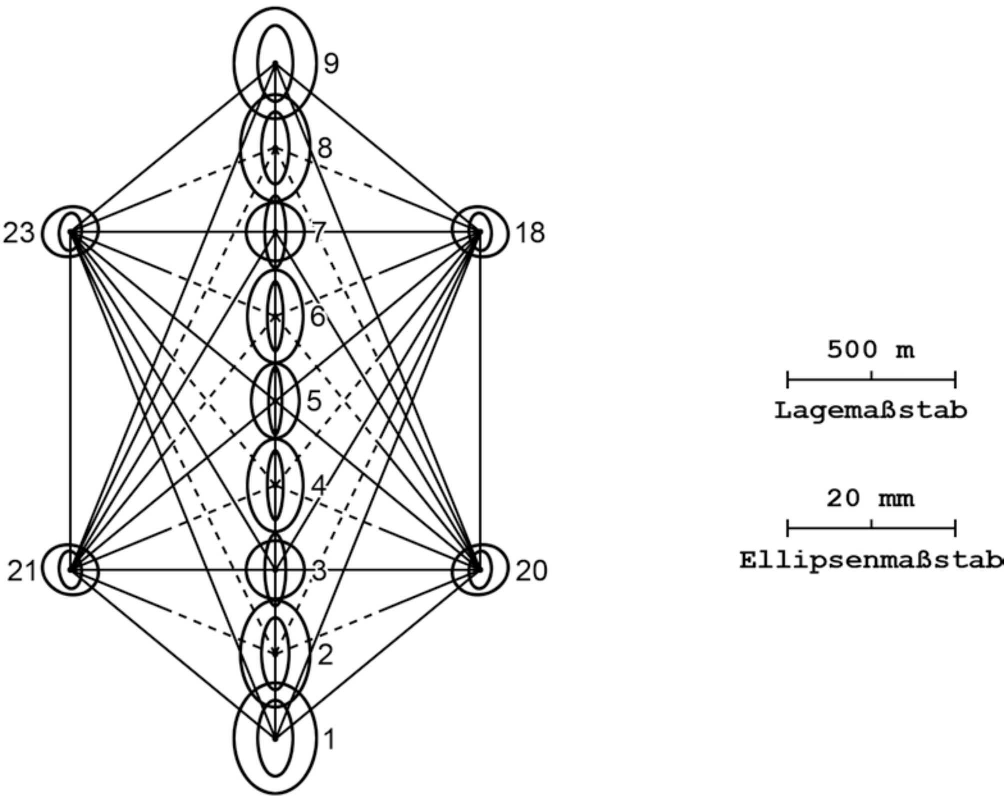


Abb. 7b Gleisabsteckungsnetz mit 4 Rechenbasispunkten:

- aus K_{xx}-Matrix (äußere Konfidenzellipsen);
- aus C_{xx}-Matrix (innere Konfidenzellipsen).

4.3 Vergleich über skalarwertige Funktionen

Die recht anschaulichen Konfidenzellipsen haben den entscheidenden Nachteil, daß stets nur ein sehr kleiner Teil, die (2,2)-Submatrizen, der Kovarianzmatrizen K_{xx}^i bzw. C_{xx}^i berücksichtigt werden, alle anderen Elemente aber unberücksichtigt bleiben.
Theoretisch streng ist nur ein Vergleich des u-dimensionalen Konfidenzhyperellipsoids für den gesamten Parametervektor x, das für das aktuelle Netz gegeben ist durch

$$P\left\{(\tilde{x}-\hat{x})^T K_{xx}^{-1}(\tilde{x}-\hat{x}) \leq \chi^2_{r,1-\alpha}\right\} = 1-\alpha \tag{31}$$

Da die geometrische Deutung dieses Hyperellipsoides kaum möglich ist, sind eine Reihe von skalaren Maßen hergeleitet worden (siehe z.B. ***Grafarend et al. 1979, Dupraz und Niemeier 1979***), die die Qualität eines Netzes näherungsweise charakterisieren sollen. Hierzu gehören $\det(K_{xx})$: das Volumen dieses Ellipsoids, $\mathrm{Spur}(K_{xx})$: die mittlere Achsenlänge sowie λ_{max}, $\lambda_{max}/\lambda_{min}$ und weitere auf den Eigenwerten basierende Maße.

Für den hier interessierenden Vergleich von tatsächlicher und künstlicher Kovarianzmatrix hat endlich ***van Mierlo (1982)*** ein strenges Kriterium vorgestellt, das leicht zu berechnen und klar zu interpretieren ist: Ausgangspunkt ist die Berechnung der Varianz für eine beliebige Funktion f^T der Parameter x

$$\varphi(x) = f^T \cdot x\ , \tag{32}$$

die durch Anwendung des FFG gegeben ist durch

$$\sigma_\varphi^2 = f^T \cdot K_{xx} \cdot f\ . \tag{33}$$

Nun wird neben K_{xx}^i auch C_{xx}^i als gleichwertige Kovarianzmatrix betrachtet, so daß formal zwei Lösungen für den Parametervektor bestimmt werden können:

$$\hat{x}_1^i = K_{xx}^i \cdot A^T \cdot P \cdot \mathbf{l}\ , \tag{34}$$

$$\hat{x}_2^i = C_{xx}^i \cdot A^T \cdot P \cdot \mathbf{l} \ . \tag{35}$$

Entsprechend können zwei lineare Funktionen

$$\varphi_1 = f^T \cdot \hat{x}_1 \ , \tag{36}$$

$$\varphi_2 = f^T \cdot \hat{x}_2 \ , \tag{37}$$

berechnet werden, und es ist gerechtfertigt, $\hat{x}_1$ als "besser" oder "genauer" anzusehen, wenn für beliebiges f gilt:

$$\sigma_{\varphi_1}^2 \le \sigma_{\varphi_2}^2 \tag{38}$$

oder nach Berücksichtigung von Gl. (33)

$$f^T \cdot K_{xx}^i \cdot f \le f^T \cdot C_{xx}^i \cdot f \ . \tag{39}$$

Als Maß für die Übereinstimmung beider Matrizen kann daher der Quotient beider quadratischer Formen betrachtet werden

$$\max \frac{f^T \cdot K_{xx}^i \cdot f}{f^T \cdot C_{xx}^i \cdot f} = \mu_{max} \ . \tag{40}$$

Wie bei ***van Mierlo (1982)*** hergeleitet ist μ_{max} der maximale Eigenwert von K_{xx}^i in Bezug auf C_{xx}^i, d.h. es müßten die Eigenwerte im verallgemeinerten Eigenwertproblem

$$K_{xx}^i \cdot x = \mu \cdot C_{xx}^i \cdot x \tag{41}$$

bestimmt werden. Für den Fall, daß C_{xx}^i positiv definit ist (ggf. durch S-Transformation zu realisieren), sind die Eigenwerte des Problems (41) identisch mit den Eigenwerten von $\left(C_{xx}^i\right)^{-1} \cdot K_{xx}^i$, die in einem herkömmlichen Eigenwertprogramm bestimmt werden können.

Wenn nun $\mu_{max} \leq 1$, kann gefolgert werden, daß K_{xx} bessere oder gleich genaue Varianzen als C_{xx} ergibt, was bedeutet, daß die durch die Kriteriummatrix C_{xx} vorgegebene Genauigkeit von dem aktuellen Netz mit der Kovarianzmatrix K_{xx} erfüllt wird.

5. SCHLUSSBEMERKUNG

Für die Optimierung der Genauigkeit von Überwachungsnetzen ergibt sich damit die folgende Vorgehensweise:

- Aufstellung eines Deformationsmodells und Diskretisierung im Zeit- und Geometriebereich.
- Aufstellung einer Kriteriummatrix entweder über die Genauigkeit von Punktkoordinaten oder direkt für Bewegungsparameter.
- Entwurf eines Beobachtungsplanes und Durchführung einer sog. Designausgleichung.
- Vergleich der bei der Designausgleichung erreichten Genauigkeit mit der Kriteriummatrix.
- Verbesserung oder Abmagerung des Netzentwurfs, vielleicht am einfachsten durch manuellen Eingriff.

Nochmals soll betont werden, daß für eine vollständige Optimierung auch die Zuverlässigkeit beachtet werden muß, da erst eine gemeinsame Betrachtung beider Kriteriengruppen eine umfassende Beurteilung der Qualität eines Überwachungsnetzes ermöglicht!

LITERATUR

ALBERDA, J.E. (1980): ***A Review of Analysis Techniques for Engineering Survey Control Schemes.*** Proc. Industrial and Engineering Survey Conference, London, September.

BAARDA, W. (1968): ***A Testing Procedure for Use in Geodetic Networks.*** Neth. Geod. Comm., Publ. on Geodesy, New Series 2, No. 5, Delft.

BAARDA, W. (1973): ***S-Transformations and Criterion-Matrices.*** Neth. Geod. Comm., Publ. on Geodesy, New Series 5, No. 1, Delft.

BAARDA, W. (1977): ***Measures for the Accuracy of Geodetic Networks.*** IAG-Symp. on Optimization of Design and Computation of Control Networks, Sopron.

CASPARY, W. (1978): ***Zur Lösung singulärer Ausgleichungsmodelle durch Bedingungsgleichungen.*** AVN, Vol. 85, S. 81 - 87.

CHEN, Y.O., KAVOURAS, M., SECORD, J.M. (1983): ***Design Consideration in Deformation Monitoring.*** XVII FIG-Congress, Sofia, paper 608.2.

DUPRAZ, H., NIEMEIER, W. (1979): ***Un critère pour l'analyse des réseaux géodésique de contrôle.*** Mensuration, Photogrammétrie, Génie rural, 77 (1979), p. 70 - 76.

GRAFAREND, E.W. (1974): ***Optimization of Geodetic Networks.*** Bolletino di Geodesia a Science Affini, Vol. 33, No. 4, pp. 351 - 406.

GRAFAREND, E.W., HEISTER, H., KELM, R., KROPF, H., SCHAFFRIN, B. (1979): ***Optimierung geodätischer Meßoperationen.*** Wichmann Verlag, Karlsruhe.

ILLNER, I. (1983): ***Freie Netze und S-Transformation.*** AVN, Vol. 90, S. 157 - 170.

JUST, Ch. (1979): ***Statistische Methoden zur Beurteilung der Qualität einer Vermessung.*** Mitt. ETH Zürich, Nr. 27.

KOCH, K.R. (1980): ***Parameterschätzung und Hypothesentests in linearen Modellen.*** Dümmler Verlag, Bonn.

MIERLO, J. VAN (1978): ***A Testing Procedure for Analysing Geodetic Deformation Measurements***. Proc. 2nd FIG-Symp. "Deformation Measurements", held in Bonn. Konrad Wittwer Verlag, Stuttgart, 1981.

MIERLO, J. VAN (1980): ***Free Network Adjustment and S-Transformation.*** DGK, Reihe B, Nr. 252, München, S. 41 - 54.

MIERLO, J. VAN (1982): *Difficulties in Defining the Quality of Geodetic Networks.* Schriftenreihe Vermessungswesen HSBw, Nr. 7, München, S. 259 - 274.

NIEMEIER, W. (1975): ***Zur Generalisierung gemessener Deformationen mit statistischen Methoden.*** 1. Int. Symp. über Deformationsmessungen, Krakau, Polen.

NIEMEIER, W. (1979): ***Zur Kongruenz mehrfach beobachteter geodätischer Netze.*** Nr. 88, Wiss. Arb. Vermessungswesen Hannover.

NIEMEIER, W. (1982): ***Design, Diagnosis and Optimization of Monitoring Networks in Engineering Surveying.*** Invited paper, Centennial Convention of CIS, Ottawa, April 19 - 23.

NIEMEIER, W., RHODE, G. (1982): ***On the Optimization of Levelling Networks with Respect to the Determination of Crustal Movements.*** Proceedings of the Int. Symposium on Geodetic Networks and Computations of I.A.G., München, 1981, Deutsche Geodätische Kommission, Heft Nr. 258/V, pp. 148 - 160.

PELZER, H. (1974): ***Zur Behandlung singulärer Ausgleichungsaufgaben.*** ZfV, Vol. 99, S. 181 - 194 und 479 - 488.

SCHMITT, G. (1979): ***Zur Numerik des Designs zweiter Ordnung.*** Deutsche Geod. Komm., Series C, No. 256, München.

IST ES FÜR DIE DEFORMATIONSANALYSE BEDEUTSAM, OB SYSTEMATISCHE EINFLÜSSE IM FUNKTIONALEN ODER IM STOCHASTISCHEN MODELL ERFASST WERDEN?

von

Hans PELZER
Geodätisches Institut
Universität Hannover
Nienburger Straße 1
3000 Hannover 1
Bundesrepublik Deutschland

Da die nachstehenden Ergebnisse - mit etwas anderer Fragestellung - grossenteils bereits in dieser Schriftenreihe publiziert sind (PELZER 1982), wird hier nur noch zusammenfassend auf die Besonderheiten der Deformationsanalyse eingegangen.

Häufig erweist sich ein Ausgleichungsmodell, bestehend aus dem funktionalen Modell

$$\underline{\boldsymbol{\ell}} + \underline{\boldsymbol{v}} = \underline{A}_x \, \underline{\hat{\boldsymbol{x}}} \tag{1}$$

und dem stochastischen Modell

$$\left.\begin{aligned} &E(\boldsymbol{\ell}) = \underline{\tilde{\boldsymbol{\ell}}} \\ &\underline{\Sigma}_{LL} = E\left[\left(\underline{\boldsymbol{\ell}} - E(\underline{\boldsymbol{\ell}})\right)\left(\underline{\boldsymbol{\ell}} - E(\underline{\boldsymbol{\ell}})\right)^T\right] = E(\varepsilon\varepsilon^T) = \underline{\Sigma}_{\varepsilon\varepsilon} \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

als unvollständig, weil systematische Fehlereinflüsse auf die Beobachtungen $\underline{\boldsymbol{\ell}}$ nicht berücksichtigt wurden. Um diese systematischen Abweichungen korrekt in das Ausgleichungsmodell einzuführen, stehen zwei Wege zur Verfügung. Betrachtet man den Vektor $\underline{\Delta}$ systematischer Abweichungen als Funktion gewisser primärer Parameter $\underline{\xi}$, wobei $\underline{\xi}$ nach $N\left(\underline{0}, \underline{\Sigma}_{\xi\xi}\right)$ verteilt ist,

$$\underline{\Delta} = \underline{A}_\xi \, \underline{\xi} \ , \tag{3}$$

so folgt $\underline{\Delta}$, verteilt nach $N\left(\underline{0}, \underline{\Sigma}_{\Delta\Delta}\right)$, mit

$$\underline{\Sigma}_{\Delta\Delta} = \underline{A}_\xi \, \underline{\Sigma}_{\xi\xi} \, \underline{A}_\xi^T \ . \tag{4}$$

Es hat also der mit systematischen Abweichungen $\underline{\Delta}$ und mit zufälligen Abweichungen $\underline{\varepsilon}$ behaftete Beobachtungsvektor $\underline{\boldsymbol{\ell}}$ die Kovarianzmatrix

$$\underline{\Sigma}_{LL} = \underline{\Sigma}_{\Delta\Delta} + \underline{\Sigma}_{\varepsilon\varepsilon} \ , \tag{5}$$

die anstelle von (2) ein korrektes stochastisches Modell darstellt.

Wird hingegen der Vektor $\underline{\xi}$ nicht als Zufallsgröße aufgefaßt, kann das funktionale Modell (1) erweitert werden in

$$\begin{bmatrix} \underline{\ell} \\ --- \\ \underline{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{v} \\ --- \\ \underline{\hat{\xi}} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} \underline{A}_x & \underline{A}_\xi \\ \hline \underline{0} & \underline{I} \end{array}\right] \begin{bmatrix} \underline{\hat{x}} \\ --- \\ \underline{\hat{\xi}} \end{bmatrix} , \tag{6}$$

wobei die zweite Zeile der Einführung von Pseudobeobachtungen für die Parameter $\underline{\xi}$ dient; der Beobachtungsvektor dafür ist der Nullvektor. Zu (6) gehört als erweitertes stochastisches Modell die Kovarianzmatrix

$$\left[\begin{array}{c|c} \underline{\Sigma}_{LL} & 0 \\ \hline \underline{0} & \underline{\Sigma}_{\xi\xi} \end{array}\right] . \tag{7}$$

Die beiden vorstehend geschilderten Modelle sind äquivalent, wie a.a.O. näher ausgeführt wird. Dies bedeutet, daß die Parameter $\underline{\hat{X}}$ und deren Kovarianzmatrix $\underline{\Sigma}_{xx}$, wie auch alle anderen Ausgleichungsergebnisse, invariant sind demgegenüber, ob das funktionale Modell (1) mit dem stochastischen Modell (5) oder ob (6) mit (7) zur Anwendung kommt. Diese Aussage gilt insbesondere auch für den Verbesserungsvektor $\underline{v}$ und die daraus abzuleitende Varianz s^2 für die Gewichtseinheit.

Alle bekannten Verfahren zur Deformationsanalyse greifen auf die Ausgleichungsparameter $\underline{x}$ und auf die Varianz s^2 zurück. Unterschiede bestehen in der Definition der Parameter $\underline{x}$ und in der Art und Weise ihrer Verwendung im Analyseprozeß. Wegen der oben genannten Invarianzeigenschaften sind die Ergebnisse einer Deformationsanalyse jedoch nicht von der Art der Berücksichtigung systematischer Einflüsse abhängig.

PELZER, H. : Influence of systematic effect in stochastic and functional models.
Proceedings of the Meeting of the FIG-Study Group 5B "Survey Control Networks", Aalborg, Denmark, 7th - 9th July 82. Schriftenreihe des Wissenschaftlichen Studiengangs Vermessungswesen, Hochschule der Bundeswehr München, Heft 7, München 1982, S. 309-320.

NORM DIN 18 709 Teil 4 : Begriffe, Kurzzeichen und Formelzeichen im Vermessungswesen; Ausgleichungsrechnung und Statistik.

VELOCITIES OR DISPLACEMENTS

GESCHWINDIGKEITEN ODER ORTSVERÄNDERUNGEN

von

A. PERELMUTER and H.B. PAPO
University Tel Aviv
Dept. of Geodesy and Cartography
Ramat Aviv
Israel

ZUSAMMENFASSUNG

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit einer auf der Anwendung der Geschwindigkeit beruhenden Deformationsanalyse. Bei dieser Anwendung wird das geodätische Netz, bestehend aus Stütz- und Objektpunkten, als vierdimensional betrachtet, ist also dynamischer Natur, was im mathematischen Modell der Beobachtungsausgleichungen zum Ausdruck gebracht wird. Punktgeschwindigkeiten, aus Differenzialmessungen abschätzbar, sind zwangsläufig relativ. Objektpunkt-Geschwindigkeiten werden unter Bezugnahme auf den Teilsatz der Stützpunkte im Netz unter Anwendung von freier Netz-Ausgleichung definiert. Ein kleines geodätisches Netz, bestehend aus simulierten Entfernungen und von Herrn Dr. Heck, Universität Karlsruhe, zur Verfügung gestellt, wurde analysiert. Die Beobachtungen von allen fünf Epochen wurden gleichzeitig bearbeitet und ergaben einen höchst bedeutungsvollen Satz von dem gesamten Zeitraum der Beobachtungen zugehörigen Punktgeschwindigkeiten.

ABSTRACT

The paper presents the method of analysis of deformations by the "velocities" approach. In the "velocities" approach the geodetic network consisting of reference and object points is conceived as being four dimensional i.e. dynamical in nature. This dynamical nature of the network is reflected in the mathematical model of adjustment of the observations. Point velocities which can be estimated from differential measurements are of necessity relative. Object point velocities are defined with respect to the subset of reference points in the network by the application of free net constraints. A small geodetic network consisting of simulated distances and directions as provided by Dr. Heck from the University of Karlsruhe, FRG, was analysed. The observations from all five epochs were processed simultaneously and resulted in a highly significant set of point velocities pertaining to the total time span of the observations.

GESCHWINDIGKEITEN oder ORTSVERÄNDERUNGEN

VELOCITIES or DISPLACEMENTS

Perelmuter A. and Papo H.B.

1. Deformation analysis has occupied us geodesists since ancient times. The main reason for our involvement in deformation analysis has been not so much our own interest in the results but rather our proficiency with exact measurements as well as our knowledge of the mathematical tools needed for their subsequent processing. The results of our efforts – measurements and computations – the "goods", have been always intended for professionals from other fields of science and engineering such as geophysicists, geologists, glaciologists, engineers (construction, foundation, soil mechanics, etc.). If we accept the role as providers of data to other specialists, we have to keep in mind their specific interests and goals. The data supplied by us should conform formally and conceptually with their needs and practices. Otherwise our good data will be subjected to subsequent transformations and manipulations in the course of which they may loose some of their rigour and accuracy.

2. Most of the above specialists are interested in rates of relative displacement between points organized in groups or taken as singles and forming together a cluster. The cluster is defined not so much by geometry as by repeated measurements which connect between the points and which are designed to monitor the deformation phenomenon. The rates of displacement, together with orientation and other relevant characteristics, define the relative velocity field of the cluster. Those velocities are the deformations signal which the above specialists expect us to supply, but not only that. They (the velocities) are, in fact, the unique parameters capable of representing the deformation phenomenon, and as such have to appear in our mathematical models of adjustment. Any other choice of parameters and models which are more or less synthetic, abstract, detached from what is happening in reality, have to create and depend on delicate and sophisticated conceptual structures and hypotheses.

3. If the observational material is confined to two epochs only, there is little or no difference between the two approaches: velocities vs. displacements. However, if there are three or more epochs of observations, the "velocities" approach and respective models are the only ones which have

an element of continuity. They model the reality of deformations as a four dimensional (time dependent) phenomenon. Conversely, the "displacements" approach, model and solution describe the same reality as a sequence of static and uncorrelated events. The number of parameters (velocities) estimated directly on the basis of the accumulated observational data, remains the same, irrespective of the number of epochs of observations. Compared to the "displacements" approach, this insures a much higher degree of reliability associated usually with the degrees of freedom in the adjustment.

4. We are lucky to live in a world of ever-improving measuring accuracies. The mathematical models used by us in adjustment have to keep in step in detail and sophistication by reflecting as close as practicable the world of reality. Due to the extremely high accuracies available to us (mainly EDM distances) the direct solution of velocities today is not only easy to achieve, but in our opinion not to do so would be a completely unjustifiable waste.

5. So far in our work we have used the simplest velocity model, namely the linear model as representing the time-like behaviour of the earth crust or an engineering structure. Reality may be more complicated and may expose the linear model as inadequate. For example, the pre- and post-earthquake velocities in seismically active regions are known to derivate significantly from linearity. But the "velocities" approach is not limited to linear models only. Any feasible and appropriate model can be employed, including the subsequent statistical testing of its validity. It is easy to conceive a dynamical velocity model which features uniform accelerations (which are not a function of time) instead of uniform velocities. As an example we can imagine the effects of the gradual loading of a dam which should be expected to produce non linear velocities.

6. The primary goal of deformation analysis according to our approach is determination of the velocities of the object points. The cluster of points consists in addition to the object points subset also of reference points which are characterized by their stability with respect to each other. The function of the reference points subset in developing our approach, is to serve as a basis for defining a logical and meaningful reference system for the velocities. We have to remember that the deformation measurements are by their very nature differential measurements between points in the cluster.

As is well known, differential measurements can produce a network in one, two, three or four dimensions, which is inevitably rank deficient because of the lack of datum.

6.1 Let use assume a network of reference points which at an arbitrary epoch t_0 have a set of positions $\underline{X}$ and velocities $\dot{\underline{X}}$ defined with respect to a hypothetical inertial coordinate system.

6.2 We define another coordinate system which moves with respect to the above inertial system and will be referred to as the conventional system.

6.3 The conventional system is chosen so that it would represent the motion of the network of reference points in an average sense, i.e. it would minimize the sum of squares of the velocities of the net points vs. the conventional system and would satisfy the following equation:

$$\dot{X}^T \cdot \dot{X} = \min \tag{6.1}$$

6.4 We denote the velocity components of the conventional vs. the inertial systems by $\dot{\mu}$ where $\dot{\mu}^T = (\Delta\dot{x}\ \Delta\dot{y}\ \Delta\dot{z}\ \omega_x\ \omega_y\ \omega_z)$. The first three are the translational components of the velocity of the conventional system origin vs. the inertial system; the "omegas" are the x,y,z components of the rotation velocity of the conventional vs. the inertial systems.

6.5 We partition the inertial velocity of a point P_j into a "global" and an "inner" components. The global component is due to the motion of the conventional system, while the inner component is due to the motion of the P_j point vs. the conventional system. The above partitioning is expressed by the following equation analogous to similar expressions by Meissl and by Wolf:

$$\begin{bmatrix} \underline{\dot{x}} \\ \underline{\dot{y}} \\ \underline{\dot{z}} \end{bmatrix}_j = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -z_j & y_j \\ 0 & 1 & 0 & z_j & 0 & -x_j \\ 0 & 0 & 1 & -y_j & x_j & 0 \end{bmatrix} \cdot \dot{\mu} + \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix}_j \tag{6.2}$$

where x_j, y_j, z_j are the coordinates of P_j vs. the conventional system at t_0. For the entire network the partitioning would be as follows:

$$\underline{\dot{X}} = C^T \cdot \dot{\mu} + \dot{X} \tag{6.3}$$

where C^T is Helmert's transformation matrix.

6.6 Following Meissl's approach we require that the partitioning of the inertial velocities be final and complete, i.e. that there won't be any residuals of the "global" component left in the "inner" velocities $\dot{X}$. The above condition is equivalent to the requirement that the global and inner components of the inertial velocities be mutually orthogonal.

$$(C^T \cdot \dot{\mu})^T \cdot \dot{X} = 0 \tag{6.4}$$

or

$$\dot{\mu}^T \cdot C \cdot \dot{X} = 0$$

which holds for an arbitrary $\dot{\mu}$ vector only if

$$C \cdot \dot{X} = 0 \tag{6.5}$$

6.7 Now the time has come to abandon any interest we may have had in the inertial system and in the vector $\dot{\mu}$. As the measurements are differential, i.e. there are no observations between the points in the cluster and any external reference which is related to the inertial system, we can't solve for $\dot{\mu}$. Put in another way, $\dot{\mu}$ is nonestimable on the basis of the available observational material. As a result of the above development (6.1-6.7) it should be clear why we solve the datum problem of deformation analysis by constraining the velocities of the reference points according to equation (6.5).

7. The mathematical model for the adjustment of distance and directions, which define a horizontal control network, is given in what follows without detailed derivation:

$$
\begin{matrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_m \\ \vdots \end{matrix}
\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_m \\ \vdots \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} A_1 & A_1.\Delta t_1 \\ A_2 & A_2.\Delta t_2 \\ \vdots & \vdots \\ A_m & A_m.\Delta t_m \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix}
\cdot
\begin{bmatrix} X \\ \dot{X} \end{bmatrix}
-
\begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ \vdots \\ L_m \\ \vdots \end{bmatrix}
\qquad (7.1)
$$

(7.1) are the observation equations for measurements made on a number of epochs ($t_1, t_2, ..., t_m, ...$). The number of observations (n_m) in each batch are not necessarily the same and neither are the respective weight matrices (P_m). One condition has to be met, however, and it is that each of the u points in the cluster has to have been observed at least on two different epochs.

In order not to weaken the connections between "normal" points by deleting observations related to "one epoch only" points, it is possible and advisable to set to zero the $\dot{x}$ $\dot{y}$ (velocity) parameters of the last.

Δt_m are the time differences between the epoch of observation of the $m^{\underline{th}}$ batch and the standard t_0 epoch. t_0 could be identified with t_1 and then $\Delta t_1 = 0$.

Free net constraints (eq. (6.5)) are applied to the X and $\dot{X}$ parameters of the reference subset in order to eliminate the defect of the (7.1) system and to define the reference system described above in 6.

$$
\begin{bmatrix} V \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} A_1 & A_2 & A_1 \cdot \Delta t & A_2 \cdot \Delta t \\ 0 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_2 \end{bmatrix}
\cdot
\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{bmatrix}
-
\begin{bmatrix} L \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}
\qquad (7.2)
$$

where $X_1, \dot{X}_1$ and $X_2, \dot{X}_2$ are the positional and velocity parameters of the object and reference points respectively, and C_2 is the Helmert transformation matrix. We apply free net constraints to the X_2 parameters too, although it is not obligatory. We have treated cases where the datum problem of the standard epoch coordinates (X) has been solved by applying different types of constraints. If there is no specific reason for constraining X_2 in a particular manner, we have found it quite convenient to use the C_2 matrix (used for constraining $\dot{X}_2$) for defining the datum of the standard epoch positional parameters.

8. Two statistical tests are employed for examining the results of the adjustment:

8.1 A χ^2 test of hypothesis is applied to the σ^2 variance of unit weight obtained on the basis of all the observational batches. The above variance is compared to the "single batch" variances which have been obtained from independent minimum constraints solutions of each batch. The purpose of the χ^2 test is to examine the appropriateness of the velocity model (linear in our case).

8.2 A F test of hypothesis is used to test the significance of the $\dot{X}_2$ velocities. The objective of the test can be defined also as testing the stability of the reference points or the invariance of their relative positions vs. the accuracy of the observations. By various techniques (S-transformations etc.) reference points suspected in causing trouble by being inconsistent with the rest can be suspended from the reference subset by modifying the $C_2 \dot{X}_2 = 0$ equation.

9. Observational data from a simulated geodetic network were used to experiment with our model. In five different epochs a total of 19 control points were connected by measured distances and directions averaging 109 measurements per batch.

After the first batch, points #7 and #19 were seemingly destroyed and were replaced by two new points - #97 and #99 respectively. Beginning with the second batch and on another (new) point (#9) was included in the network. The estimated accuracies of the measurements were $\sigma = 1$ cm for distances measured in the first batch, and $\sigma = 8$ cm for distances in the other four batches. The directions were measured with an accuracy of $\sigma = 0.0001$ gon (1 gon = $\pi/200$ radians). The observation equations for distances and directions were formed, the orientation unknowns were eliminated and the system was normalized through a division by the respective standard deviations.

Each of the five batches of measurements were adjusted by a minimum constraints solution, the unknowns being corrections to the x,y coordinates of the net points. Results of particular interest were the $V^T P V$ sums and the corresponding a-posteriori variances of unit weight as shown in the following table:

Batch	Deg. Freedom	$V^T P V$	m_0^2
1	61	133.2	2.18
2	61	90.9	1.49
3	61	90.3	1.48
4	61	85.8	1.41
5	61	90.4	1.48

In spite of the quite large m_0^2 values as compared to the a-priori $m_0^2 = 1$, we did not modify the weights of the observations in our subsequent analysis. We made the assumption that the difference in time between any two consecutive batches was the same, and defined it as our unit of time τ.

As our model is bound to estimate velocities which, for points #7 and #19, is meaningless (they were measured only in the first batch), we set to zero the velocities of those points by weighing the diagonal of the normal matrix. Because of points #9, #97, #99, which did not appear in the first batch, our first solution was based on batches one, two and three. The remaining two batches were added one at a time, the final solution thus being based on all the available data.

Variability of measurements between the same points in different batches as well as the "Report of the FIG Working Group ..." presented in Budapest in summer 1982 led to the selection of the following as the reference points subset of the net:

#13 #15 #17 #21 #35 #37 #43 #47

The solution (velocities of the points) is shown in Figure 9.1. Notice the variations in the velocities with the introduction of the fourth and fifth batches.

The χ^2 test was marginally rejected in all three solutions, indicating that the linear velocity model may not be the most suitable one for these data.

The F statistic in all three cases was far below the rejection limit, which confirmed the "good" behavior of the selected reference points, or, put in another way, there was no evidence in the data of a significant relative motion between the reference points. The "geophysical" interpretation of the results (we should remember that this is a simulation) is that there is a significant motion of points #3, #5, #9, #11, #39, #41 and #97. With the exception of #9 and #97 the remaining five points (#3, #5, #11, #39 and #41) move together as a rigid block.

10. Results of experiments presented in chapter 9 are to be regarded as just another illustration of the utility of the "velocities" model in deformation analysis. Detailed development of the velocities model as well as examples in one + time and three + time dimensions can be seen in our previous two papers [1] and [2]. In all those cases including the one discussed in this paper the model employed was one of linear velocities. There should be no principal difficulty in using more sophisticated velocity models. There would be then a larger number of parameters to estimate and additional rank deficiency problems to solve, but the basic approach should remain unchanged. The methods of statistical testing of the results of our analysis are much the same as those used by other approaches in deformation analysis. However, it is quite possible that the particular type of parameters being estimated and the adjustment technique employed should call for additional statistical testing tools.

Another problem which is inherent in any deformation analysis or actually in any geodetic network analysis is the problem of continuity. Points (physical points) get occasionally destroyed. We counteract by setting new replacements. The problem remains as to what extent can we maintain the "old datum" through a diminishing number of first generation points. Or vice-versa can we or should we let the new generation of points cause a gradual or sometimes a drastic change in the old datum. In deformation analysis such a change of datum may change entirely the whole picture of velocities (deformations) of the object points. This problem is well known in other areas of science such as astronomy, for example. The "reference" observatories define UT1 through a delicate and complicated weighted adjustment procedure designed to maintain a consistent datum for the fourth dimension, i.e. time.

In closing and well aware of the danger of being regarded as "one-track-minded-velocities-fanatics" we list once more the merits of our approach in deformation analysis as follows:

(a) It is the best model for situations characterized by continuous motion and frequent observations.
(b) It is highly responsive to progressively more and more accurate measurements.

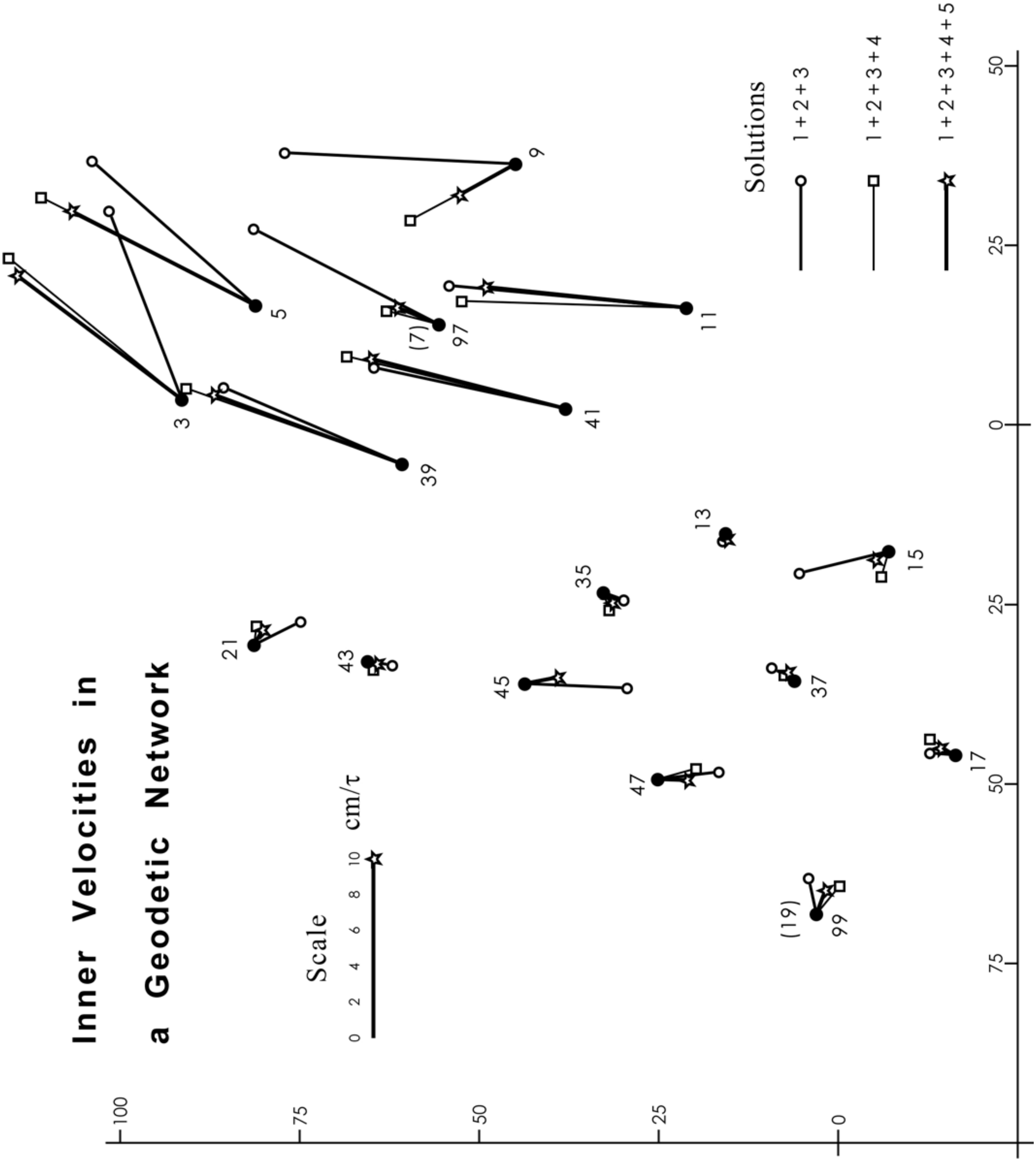
(c) Transformation of the velocities into other forms of deformation signals (displacements, strain, etc.) is straight forward.

References

[1] Papo, H. and Perelmuter, A.: Vierdimensionale Analyse von Deformationen. ZfV 108, 66-72, 1983.

[2] Papo, H. and Perelmuter, A.: Reparameterization of Deformation Analysis. Manuscripta Geodetica (in press).

Figure 9.1 Deformations of a Geodetic Network



STRAIN-APPROXIMATION IN RAUM UND ZEIT, GEZEIGT AM BEISPIEL DES HOLLISTER-NETZES, KALIFORNIEN

Dieter SCHNEIDER *

Department of Surveying Engineering, University of
New Brunswick, Fredericton, N.B., Canada.

ZUSAMMENFASSUNG

Eine kompakte, mathematische Formulierung für die Schätzung von Krusten-Strain und Bruch-Verschiebungen von wiederholten geodätischen Beobachtungen wird vorgestellt. Lineare Formen wurden zur analytischen Beschreibung stückweise stetiger, horizontaler Verschiebungsfelder in Raum und Zeit verwendet. Ein neues mathematisches Modell für die simultane Netzausgleichung und Strain-Approximation wurde erarbeitet. Bei einer Anwendung der Methode auf das von 1970-80 wiederholt beobachtete Hollister Netz wurden verschiedene Approximations-Modelle miteinander verglichen. Die endgültig gewählten Modelle enthalten komplexe oder reelle, algebraische Polynome dritten Grades mit vier Blockverschiebungs-Gliedern im Raum und ein Zeitpolynom fünften Grades mit drei episodischen Gliedern. Diese Approximation schätzt ko-seismische Bruch-Verschiebungen und 'Strain-release' in Verbindung mit drei Erdbeben, welche sich im Gebiet und in der Zeitspanne der Beobachtungen ereigneten.

ABSTRACT

A compact mathematical formulation is presented for the estimation of crustal strain and fault displacement parameters from repeated geodetic observations. Linear forms are used to model spatially and temporally piecewise continuous horizontal displacement fields. A new mathematical model for the simultaneous network adjustment and strain approximation is elaborated. In an application of the method to the Hollister network, reobserved several times during the 1970's, various approximation models are evaluated. The final models incorporate third degree complex or real algebraic polynomials with four block translation terms in space and a fifth degree algebraic polynomial with three episodic terms in time. This approximation estimates co-seismic fault-slip and strain-release associated with three moderate earthquakes which occurred in the Hollister area within the time interval spanned by the observations.

*) z.Z. am Bundesamt für Landestopographie, CH-3084 Wabern, Schweiz.

1 EINFÜHRUNG

Die Verzweigung der Calaveras- und San Andreas-Bruchzonen in der Nähe von Hollister in Kalifornien ist seit längerer Zeit Objekt intensiver, horizontaler Krustenbewegungs-Untersuchungen (*KOVACH und NUR* 1973). Rechtsseitiger 'fault-creep' von ungefähr 15 mm/Jahr wurde an der Calaveras Bruchzone nördlich von Hollister und ca. 12 mm/Jahr südöstlich von San Juan Bautista an der San Andreas Bruchzone beobachtet. Die dazwischen verlaufende Sargent Bruchzone wird als momentan inaktives Segment des San Andreas Bruchsystems betrachtet. Die Lage der drei Bruchzonen ist in Abb. 1 dargestellt. Die zwei aktiven Stücke des Calaveras und San Andreas Bruches unterteilen das Gebiet der Untersuchung in drei Blöcke:

1) Den Gabilan Block, südwestliche des San Andreas Bruches,

2) den Diablo Block, nordöstlich der Calaveras Bruchzone und

3) den zwischen den beiden aktiven Brüchen liegenden Sargent Bruchkeil.

Die Bruchbewegungen in diesem Gebiet sind oft begleitet von Erdbeben geringer Tiefe. Das Epizentrum, die Magnitude und die Zeit der vier stärksten Erdbeben, welche zwischen 1970 und 1980 auftraten, sind in Tab. 1 dargestellt (s. auch Abb. 2).

Nr.	Name	Ort	Magn. M_L	Datum	Zeit (Jahr)
1	S. J. Bautista	5 km SE von San Juan	4.9	3.10.72	1972.759
2	Gilroy	3 km SE von Gilroy	4.4	10.01.74	1974.027
3	Hollister	10 km NW von Hollister	5.1	28.11.74	1974.910
4	Coyote Lake	30 km NW von Hollister	5.9	6.08.79	1979.597

Tab. 1 Seismische Ereignisse 1970-80 in der Hollister Region

Der U.S. Geological Survey unterhält im Raum Hollister ein geodätisches Netz für die Untersuchung der Krusten-Kinematik (siehe Abb. 2). Das Trilaterationsnetz überspannt die San Andreas und die Calaveras sowie die Sargent Bruchzonen. Das Netz wurde von 1970 bis 1980 jährlich vollständig oder teilweise beobachtet. Zur Messung wurde das elektrooptische Laser-instrument GEODOLITE eingesetzt. Gleichzeitig mit den Distanzmessungen wurden Messungen der Lufttemperatur und –feuchtigkeit von einem, der Visurlinie entlang fliegenden Kleinflugzeug registriert. Der Messvorgang und die dabei erreichten Genauigkeiten wurden von *SAVAGE und PRESCOTT* (1973) besprochen.

Die Methode der Strain-Analyse (oder Verzerrungsanalyse) (*WELSCH* 1981; 1982 I; 1982 II) ist besonders geeignet für die Untersuchung der tektonischen Krustenkinematik auf Grund von geodätischen Beobachtungen. Die ersten Berichte über die Analyse von Krustenstrain von wiederholten geodätischen Beobachtungen durch japanische Seismologen sind vor mehr als 50 Jahren erschienen (*TERADA und MIYABE* 1929; *TSUBOI* 1930). Bei ihrer Methode werden zuerst separate Netzausgleichungen durchgeführt. Dabei werden eine minimale Anzahl von willkürlich gewählten Lagerungsbedingungen eingeführt. Ein diskretes Verschiebungsfeld wird aus den Differenzen der Stationskoordinaten berechnet. Aus den Differenzen der Verschiebungs-komponenten benachbarter Punkte lassen sich Verschiebungsgradienten und schliesslich Strain-Komponenten bestimmen. Zur Anwendung dieser Koordina-tenmethode müssen für jede Messepoche vollständige Netze (ohne Konfigura-tionsdefekte) vorausgesetzt werden.

FRANK (1966) hat ein anderes Verfahren der Strainberechnung, die so-genannte Beobachtungsmethode, entwickelt. Differenzen von unausgegli-chenen, wiederholten Beobachtungen (der gleichen Beobachtungsgrössen) werden direkt zur Berechnung der Strainparameter verwendet, ohne die Not-wendigkeit der Berechnung von Koordinaten und Verschiebungen. Es müssen also Beobachtungsreihen der gleichen Beobachtungsgrössen vorliegen.

Die Analysemethode, welche von *SAVAGE et al.* (1979) zur Untersuchung des Hollister-Netzes angewendet wurde, ist eine verbesserte Version der Beob-achtungsmethode (*PRESCOTT* 1976). Mittlere Raten von Entfernungsänderungen werden zuerst von den Beobachtungsreihen jeder wiederholt gemessenen Entfernung geschätzt. Mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate werden schliesslich die Parameter des räumlich homogenen Strainfeldes sowie relative Translationsgeschwindigkeiten von Krustenblöcken geschätzt.

Ein Versuch, prä-seismische und ko-seismische Deformationen im Zusammenhang mit dem Hollister Erdbeben (siehe Tab. 1) zu entdecken, wurde von *SAVAGE et al.* (1976) unternommen. Von den geodätischen Messungen der Jahre 1969-75 konnten anhand dieser Methode allerdings keine signifikanten Bewegungen nachgewiesen werden.

Entfernungsmessungen aus der Zeitspanne 1971 bis 78 wurden von *SAVAGE et al.* (1979) für eine eingehende Deformations-Analyse verwendet. Bei Annahme eines starren Blockmodells für die drei oben erwähnten Blöcke wurden relative Blockgeschwindigkeiten von 13.4 ±2.2 mm/Jahr an der San Andreas Bruchzone und 16.7 ±2.5 mm/Jahr an der Calaveras Bruchzone berechnet. Zusätzlich wurde eine räumlich homogene Strainrate (rechtsseitig, bezüglich einer Vertikalebene mit einem Azimut von -33° ±1°) von 0.62 ±0.01 µstrain/Jahr geschätzt.

Bei der Anwendung der Beobachtungsmethode mussten Annahmen über den zeitlichen Verlauf der Deformation gemacht werden. Eine lineare (oder mindestens stückweise lineare) zeitliche Variation des Verschiebungsfeldes wurde angenommen. Um das Modell einfach zu halten, wurde in homogenes Strainfeld im ganzen Gebiet oder stückweise homogene Strainfelder in jedem der drei Blöcke vorausgesetzt.

Nach unserer Meinung sollten a priori möglichst wenig Annahmen über die räumlichen oder zeitlichen Eigenschaften der Deformation gemacht werden. Die Messdaten sollten stattdessen dazu benützt werden, eine Approximationsfunktion mit den wahrscheinlichsten Eigenschaften auszuwählen. Dieser Beitrag berichtet über eine neue Analyse der Hollister Daten, welche auf einer alternativen Methode der simultanen Netzausgleichung und Strain Approximation basiert. Dabei wurden analytische Deformationsmodelle, welche sowohl räumliche wie auch zeitliche Unstetigkeiten berücksichtigen, verwendet.

2 BESCHREIBUNG DER BEOBACHTUNGSDATEN

Ein Histogramm, welches die Anzahl der Beobachtungen pro Zeitintervall (Klassen von 0.01 Jahren) darstellt, zeigt, dass die meisten Beobachtungen innerhalb kurzer Feldkampagnen von wenigen Tagen stattfanden (Abb. 3). Der Beobachtungs-Datensatz wurde deshalb in 29 Gruppen unterteilt. Jede Gruppe ist einem Zeitintervall von unterschiedlicher Länge Δt_i mit einer mittleren Beobachtungszeit t_i zugeordnet. Die Intervallängen überschreiten den Wert von 15 Tagen nicht. In dieser Weise bleiben die durch Diskretisation an den Distanzen verursachten Fehler in vernachlässigbarem Rahmen (< 0.6 mm). Die Beobachtungsgruppen einiger Epochen enthalten sämtliche messbaren Entfernungen des ganzen Netzes. Andere Epochen enthalten nur wenige Distanzbeobachtungen und definieren damit eine Netzfigur mit Konfigurationsdefekt (siehe z.B. Abb. 4).

Die Genauigkeit der gemessenen Entfernungen wurde anhand von Paaren wiederholter Beobachtungen geschätzt. Die Messungen erfolgten in einem tektonisch inaktiven Gebiet, innerhalb einer Zeitspanne von 3 Monaten (*SAVAGE et al.* 1979), sodass Bewegungen der Stationen ausgeschlossen werden konnten. Die Varianz einer einzelnen Distanzmessung wird mit

$$\sigma_s^2 = a^2 + b^2 s^2, \text{ wobei: } a = 3\,\text{mm und } b = 2 \cdot 10^{-7},$$

geschätzt. Diese Schätzung wurde als a priori Varianz für unsere Untersuchungen angenommen.

Einige der beobachteten Distanzen im Netz Hollister sind beträchtlich geneigt. Die Distanz HOLT – FREMONT hat z.B. eine Neigung von 6.5 gon. Leider sind die Höhen der Stationspunkte nur ziemlich ungenau bestimmt. Verschiedene Stationspunkte sind mit einem Nivellementnetz verbunden. Ihre Höhe kann deshalb näherungsweise als orthometrisch betrachtet werden. Andere Stationshöhen wurden trigonometrische und einige wenige nur mit barometrischer Höhenmessung bestimmt. Die Genauigkeit der Stationshöhen variiert daher von Punkt zu Punkt und wird im Mittel mit einer Standardabweichung von 0.3 m geschätzt.

Es ist offensichtlich, dass Fehler der Stationshöhen (von wenigen cm) nicht vernachlässigbare Lagefehler bei der Lageausgleichung des Trilaterationsnetzes zur Folge haben können. Dadurch entstehende Verzerrungen der Netze einzelner Beobachtungsepochen können bei der Analyse mit der Koordinatenmethode zu gefährlichen Fehlinterpretationen führen. Es ist ein bedeutender Vorteil der Beobachtungsmethode, dass die gleichen Höhenfehler nur Fehler 2. Ordnung bewirken, da nach diesem Verfahren Strain direkt aus den Beobachtungsdifferenzen geschätzt wird. Das Trilaterationsnetz Hollister wurde glücklicherweise durch viele überschüssige Strecken versteift. Damit können die unzulänglich bestimmten Stationshöhen mit einer dreidimensionalen Ausgleichung verbessert werden. Auf diese Weise gelingt es, Netzverzerrungen durch fehlerhafte Reduktion der Raumdistanzen zu vermeiden. Aus geologischen Untersuchungen weiss man, dass die horizontalen Bewegungen in der Hollister Region das dominierende Phänomen sind. Vertikale Relativgeschwindigkeiten von über 1 cm/Jahr sind nicht zu erwarten. Wir trafen daher die Annahme, dass sich die Stationshöhen innerhalb des Untersuchungsintervalls nicht verändert haben.

3 BESCHREIBUNG DER ANALYSE-METHODE

Wiederholt beobachtete, horizontale geodätische Netze liefern Informationen über die Relativverschiebung diskreter Punkte (Stationen) zwischen einer endlichen Zahl von Zeitpunkten (Beobachtungsepochen). Die horizontale Deformation der lokalen Erdkruste kann durch ihr räumlich und zeitlich variierendes Verschiebungsfeld beschrieben werden. Dieses Verschiebungsfeld wird durch eine in Raum und Zeit stückweise stetige und differenzierbare Funktion approximiert. Aus dem Verschiebungsmodell wird dann durch räumliche Differentiation ein in Raum und Zeit variierendes Strain-Tensorfeld erzeugt. Die Modellfunktionen, welche die räumlichen Eigenschaften des Verschiebungsfeldes beschreiben, sind so gewählt, dass die Existenz des Strain-Tensorfeldes gewährleistet ist.

Bei der Formulierung des Approximationsproblems werden lineare Formen (generalisierte Polynome) verwendet. Es sei $z \to h(z) \in C$ die gesuchte, stückweise stetige und differenzierbare Funktion, welche das diskrete Verschiebungsfeld $w_k : z_k \to w_k(z_k)$; $k = 1, 2, ..., n_P$ in den Netzpunkten im Sinne der kleinsten Quadrate approximiert (wobei $z_k = (x + iy)_k \in C$ die komplexen Koordinaten der Netzpunkte P_k und $w_k = (u + iv)_k \in C$ ihre komplexen Verschiebungen sind).

Die räumliche Aenderung des Verschiebungsfeldes kann durch das folgende komplexe Approximationspolynom modelliert werden:

$$h_{(n,m)}(z,\bar{z}) = \underline{\Phi}_{(n)}(z) \cdot \underline{a} + \underline{\Phi}_{(m)}(\bar{z}) \cdot \underline{b} \tag{1}$$

wobei $\underline{\Phi}_{(n)}(z) = \{f_1(z), f_2(z), ..., f_n(z)\}$ die Funktionsbasis, $\bar{z}$ die konjugiert Komplexe von z ist und $\underline{a}, \underline{b}$ komplexe Koeffizienten-Vektoren sind. Das erste Glied dieses kompakten Approximationsansatzes beschreibt den konformen und das zweite den anti-konformen Teil der Deformation. (Für eine ausführliche Beschreibung sei auf *SCHNEIDER* (1982) verwiesen).

Die komplexen Strain-Elemente erhält man durch Differentiation von (1)

$$\begin{aligned} \varphi(z) &= (\sigma + i\omega) = \underline{\Phi}'(z) \cdot \underline{a} \\ \psi(z) &= (\tau + i\upsilon) = \underline{\Phi}'(z) \cdot \underline{b} \end{aligned} \tag{2}$$

wobei die Strain-Komponenten σ, ω, τ und υ in folgendem Zusammenhang zur Strainmatrix stehen:

$$\underline{E} = \begin{bmatrix} e_{xx} & e_{xy} \\ e_{yx} & e_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma + \tau & \upsilon - \omega \\ \upsilon + \omega & \sigma - \tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma & -\omega \\ \omega & \sigma \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tau & \upsilon \\ \upsilon & -\tau \end{bmatrix} \tag{3}$$

Ihre Bedeutung ist die folgende: σ ist die 'Dilation' oder die mittlere Dehnung, ω ist die mittlere differentielle Rotation und τ und υ sind die 'tensor shear'-Komponenten.

Für die Modellierung des stetigen Anteils des Verschiebungsfeldes können z.B. komplexe algebraische Polynome verwendet werden. Die Wahl beliebiger anderer Approximationsfunktionen ist natürlich möglich. Verschiedene Autoren (*MARGRAVE* 1980; *CHRZANOWSKI et al.* 1982 II) haben reelle algebraische Polynome in x und y für die Komponenten des Verschiebungsfeldes:

$$\begin{aligned} u(x,y) &= a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 x^2 + a_4 xy + a_5 y^2 + ... \\ v(x,y) &= b_0 + b_1 x + b_2 y + b_3 x^2 + b_4 xy + b_5 y^2 + ... \end{aligned} \tag{4}$$

vorgeschlagen. Ein Vergleich dieser Wahl mit (1) zeigt, dass die beiden Ansätze nicht identisch sind. Mit der Wahl der komplexen Form (1) wird die Annahme harmonischer Funktionen im Raum für die Komponenten der Verschiebungsvektoren getroffen ($\nabla^2 u = 0$; $\nabla^2 v = 0$), was auch an der kleineren Anzahl (reeller) Koeffizienten von (1) für Polynome des gleichen Grades erkennbar ist. Die Auswirkung der Wahl der Approximationsfunktion auf das Deformationsmodell wird anhand eines Vergleichs der numerischen Ergebnisse im Abschnitt 4 diskutiert werden.

Die zeitliche Variation des Verschiebungsfeldes wird durch die folgende Erweiterung des Polynomes (1) in die Dimension der Zeit berücksichtigt:

$$h_{(n,m,l)}(z,\bar{z},t) = \left\{ \underline{\boldsymbol{\Phi}}_{(n)}(z) \cdot \underline{A} + \underline{\boldsymbol{\Phi}}_{(m)}(\bar{z}) \cdot \underline{B} \right\} \cdot \underline{T}^{T}_{(l)}(t) \tag{5}$$

wobei $\underline{T}_{(l)}(t) = \{ \tau_1(t), \tau_2(t), \ldots, \tau_l(t) \}$ die zeitliche Komponente der Basis und $\underline{A}$, $\underline{B}$ komplexe Koeffizienten-Matrizen sind.

Räumliche Unstetigkeiten (z.B. Bruchverschiebungen) können durch die zusätzliche Einführung der folgenden komplexen Sprungfunktionen (Maskenfunktionen) modelliert werden:

$$f_j(z) = \begin{cases} 0 & ; \text{ falls } z \notin B_j \\ \exp(i\boldsymbol{\alpha}_j) & ; \text{ falls } z \in B_j \end{cases} \quad ; \quad j = n+1, n+2, \ldots, n+n_B \tag{6}$$

wobei B_j die Menge aller z in Block Nr. j beschreibt. n ist die Anzahl der Koeffizienten der stetigen Funktion und n_B die Anzahl der Krusten-blöcke. l_j in Abb. 5 ist die den Block abtrennende Gerade mit dem Azimut $\boldsymbol{\alpha}_j$.

In analoger Weise kann ein reelles algebraisches Zeitpolynom:

$$p_{(l)}(t) = \sum_{i=1}^{l} a_i \, t^i = \underline{T}_{(l)}(t) \cdot \underline{a} \tag{7}$$

durch episodische Glieder zu einer Sprungfunktion erweitert werden. Die folgenden Glieder ermöglichen die Beschreibung von episodischen Bewegungen, wie sie etwa im Zusammenhang mit seismischen Ereignissen zu erwarten sind (*VANÍČEK et al.* 1979):

$$\tau_k(t) = \begin{cases} 0 & ; \text{ falls } \quad t < b_k \\ (t-b_k)/(e_k-b_k) & ; \text{ falls } b_k \leq t < e_k \\ 1 & ; \text{ falls } \quad t \geq e_k \end{cases} \quad ; \quad k-n = 1,2,...,n_e \qquad (8)$$

wobei b_k und e_k den Beginn und das Ende der k-ten Episode bezeichnen und n_e die Anzahl der modellierten Episoden ist.

Die vermittelnde Netzausgleichung des geodätischen Netzes wird mit der Approximation nach kleinsten Quadraten zu einem Ausgleichungsmodell kombiniert und simultan ausgeführt. Auf diese Weise wird ein mathematisches Modell erhalten, das die geodätischen Beobachtungen in direkte Beziehung zu den Koeffizienten des Deformationsmodells setzt.

Um Koeffizienten, welche sich nicht signifikant von Null unterscheiden, aus dem Approximationsmodell zu entfernen, wird eine statistische Filterung in einem orthogonalen Parameterraum durchgeführt. Damit wird nur der hauptsächliche Trend im Verschiebungsfeld ausgewählt, während lokale räumliche Unregelmäßigkeiten und kleine zeitliche Fluktuationen, welche im 'noise' der Beobachtungen enthalten sind, herausgefiltert werden.

Die simultane Netzausgleichung und Approximation liefert Schätzungen für die Koeffizienten des Deformationsmodells und ihre Kovarianz-Matrix. Damit kann das Strain-Tensorfeld für jeden beliebigen Punkt in der z-Ebene und für jeden beliebigen Zeitpunkt berechnet werden. Durch die Anwendung der Fehlerfortpflanzung ('covariance law') auf die Approximationsfunktion lassen sich auch Standardabweichungen der geschätzten Strainparameter berechnen.

Die Interpretation der geschätzten Strain-Parameter wird wesentlich erleichtert, falls die Möglichkeiten der graphischen Darstellung benützt werden. Da Strain keine skalare sondern eine tensorielle Grösse ist, lässt sich das räumlich variierende Strainfeld nicht durch eine Fläche über der x-y-Ebene darstellen. Eine leicht interpretierbare Darstellung des inhomogenen Strainfeldes wird durch das Plotten von Strainfiguren, wie etwa die Achsen der Hauptdehnungen oder die Achsen maximalen Shears, an Gitterpunkten mit regelmässigem Abstand erreicht. Die zeitliche Änderung des Strainfeldes kann dann zusätzlich durch eine Zeitfolge räumlicher Darstellungen sichtbar gemacht werden.

4 ERGEBNISSE

Die Wahl des generellen Typs der Modellfunktion muss vor der Approximation erfolgen. Die Tabelle 2 zeigt eine Auswahl von 18 der insgesamt ca. 100 getesteten Deformationsmodelle. Der Grad der Anpassung ('goodness of fit' im Sinne der kleinsten Quadrate) der verschiedenen Modelle an die Beobachtungsdaten wird durch den geschätzten Varianzfaktor ausgedrückt. Diese Variable hilft, das geeignetste Deformationsmodell auszuwählen.

Als Modell 1 wird das simultane, statische Netzausgleichungsmodell bezeichnet. Bei diesem trivialen Modell wird angenommen, dass innerhalb der 10-jährigen Beobachtungsspanne keine Deformation des Netzes stattgefunden hat. Bei der Anwendung von Mod. 1 auf die Gesamtheit der Beobachtungen aller Epochen wurde ein Varianzfaktor von $\hat{\sigma}_0^2 = 28.175$ ($\hat{\sigma}_0 = 5.308$) geschätzt. Diese Schätzung dient als Referenzwert beim Vergleich des Anpassungsgrades anderer zu evaluierender Modelle.

Der Vergleich von Mod. 1 bis 5 zeigt die Verbesserung des Anpassungsgrades, wenn der Grad der räumlichen Polynome erhöht wird. Die Annahme eines räumlich stetigen Verschiebungsfeldes und einer linearen zeitlichen Variation der Deformation ist offensichtlich nicht eine geeignete Wahl, da auch bei einem relativ hohen Grad der räumlichen Polynome der Wert von $\hat{\sigma}_0$ gross bleibt.

Die Modelle 6 bis 10 demonstrieren, dass bei der Berücksichtigung der räumlichen Unstetigkeiten (Bruchverschiebungen) im Deformationsmodell ein wesentlich besserer Anpassungsgrad erreicht wird (siehe auch Abb. 7 und 8). Die Art und Weise, um die relative Blocktranslation in Bruchrichtung zu modellieren, wird für alle weiteren Modelle beibehalten. Die Verbesserung der Anpassung durch räumliche Polynome mit wachsendem Grad ist nicht überzeugend. Bei Grad 5 muss befürchtet werden, dass 'noise' in den

Beobachtungsdaten stelle wirklicher Details im Strainfeld modelliert wird.

Modell Nr.	B	S	T	E	Re	Co	df	Var.Fakt. $\hat{\sigma}_0$	Bemerkungen
1	0	0	0	0	0	0	910	5.308	zeit-unabhängig
2	0	1	1	0	3	0	907	4.118	keine Blockbewegung modelliert, lineare Zeitfunktion
3	0	2	1	0	7	1	904	3.965	
4	0	4	1	0	15	3	898	3.819	
5	0	6	1	0	23	5	892		
6	4	0	1	0	4	0	906	2.526	Blockbewegungen modelliert, lineare Zeitfunktion
7	4	1	1	0	7	1	904	2.461	
8	4	2	1	0	11	1	900	2.436	
9	4	4	1	0	15	4	895	2.396	
10	4	6	1	0	27	4	887	2.302	
11	4	0	6	0	24	12	898	2.479	Blockbewegungen modelliert, glatte Zeitfunktion
12	4	1	6	0	42	23	891	2.399	
13	4	2	6	0	66	37	881	2.339	
14	4	4	6	0	114	59	885	2.265	
15	4	6	6	0	162	77	825	2.115	
16	4	5	5	3	176	91	797	2.070	Blockbew. modelliert, episodische Zeitfkt.
17	4	3	5	3	112	56	826	2.217	
18	4	3	5	3	160	81	803	2.092	reelle Polynome

Legende:

B ... Anzahl der festen Blöcke
S ... Grad der räumlichen Polynome
T ... Grad der Zeitpolynome
E ... Anzahl der Episoden

Re ... Anzahl reelle Koeffizienten
Co ... Anzahl nicht signifikanter Koeffizienten (=0 gesetzt)
df ... Freiheitsgrad

Tab. 2 Approximationsmodelle und ihr Anpassungsgrad

In der Gruppe der Modelle 11-15 wurde die gleiche Serie räumlicher Modelle mit einem Zeitpolynom 6. Grades kombiniert. Ein Vergleich mit den Modellen 6-10 lässt eine Abweichung der zeitlichen Variation von der

Linearität vermuten. Die Verbesserung der Anpassung ist aber immer noch nicht überzeugend.

Die Ergebnisse von zwei unserer Approximationen können mit den Resultaten, welche von *SAVAGE et al.* (1979) publiziert wurden, verglichen werden. Unsere Schätzung der räumlich homogenen und zeitlich linearen Strain-Akkumulation (Mod. 2 und Abb. 6) ist in sehr guter Uebereinstimmung mit den Schätzungen des U.S.G.S., welche mit der Beobachtungsmethode berechnet wurden. Eine gute Uebereinstimmung wurde auch beim Vergleich der Approximationen mit dem mittleren Block-Translationsmodell (Mod. 6) gefunden.

Eine bemerkenswerte Verbesserung der Anpassung wurde festgestellt, als zusätzliche episodische Glieder in das generalisierte Zeitpolynom aufgenommen wurden (Mod. 16, 17). Diese Glieder beschreiben in der Zeitfunktion drei Unstetigkeiten zu den Zeiten, als sich in der Region drei Erdbeben mit mittlerer Magnitude ereigneten (Ereignisse Nr. 1, 3 und 4 in Tab. 1). Dieser Modelltyp wurde deshalb als dem Problem am besten angepasst betrachtet, da damit die kleinsten Varianzfaktoren geschätzt wurden.

Um das zeitliche Verhalten der Deformation zu untersuchen, wurde ein weiteres Modell, eine stückweise lineare Zeitfunktion mit 10 Intervallen, verwendet. Jedes Intervall überspannt die Zeit zwischen zwei Messkampagnen. Der akkumulierte Calaveras-'fault-slip' (relativ zu 1970.0) ist in Abb. 9 graphisch dargestellt. Jene Intervalle, in welchen stärkere seismische Ereignisse auftraten, sind durch Bruch-Verschiebungen von 15-30 mm gekennzeichnet. Die akkumulierte San Andreas Bruch-Verschiebung (Abb. 10) zeigt eine Korrelation mit dem Auftreten des San Juan Bautista Erdbebens; dies ist das einzige Erdbeben, dessen Epizentrum direkt in der Bruchzone liegt. Die Resultate der Experimente mit stückweise linearen Zeitfunktionen weisen darauf hin, dass der Verlauf der Deformation nicht stetiger, sondern episodischer Natur ist.

Bei der Approximation von algebraischen Polynomen höherer Ordnung ist sorgfältig darauf zu achten, dass dort, wo die Stützpunktdichte ungenügend ist, keine scheinbaren Schwingungen modelliert werden. Solche Ausschwin-Effekte können auch bei dem vom Verschiebungsfeld abgeleiteten Strainfeld auftreten. An den Netzrändern sind diese Erscheinungen am stärksten sichtbar. Um Ausschwing-Effekte soweit wie möglich zu vermeiden, wurde schliesslich ein Modell 17 mit beschränkten Polynomgraden gewählt. Ein räumliches algebraisches Polynom dritten Grades mit vier Block-Translationsgliedern wurde mit einem Zeitpolynom fünften Grades mit drei episodischen Gliedern kombiniert. Die statistische Filterung im orthogonalen Koeffizientenraum wurde auf dem Wahrscheinlichkeitsniveau 95% ausgeführt, damit nur der dominante Trend der Deformation modelliert wird. Dabei wurden 56 der insgesamt 112 unbekannten Koeffizienten eliminiert.

Um die Eigenschaften des komplexen Ansatzes (1) für die Beschreibung des inhomogenen Strainfeldes im Raum mit demjenigen des reellen Ansatzes vergleichen zu können, wurden einige Analysen mit dem Funktionsansatz (4) wiederholt. Mod. 18 ist ein zu Mod. 17 vergleichbares Deformationsmodell mit zwei reellen algebraischen Polynomen 3. Grades in x und y zur Beschreibung des stetigen Anteils des Verschiebungsfeldes. Obwohl die Anzahl der Koeffizienten bei (4) um ca. 50% höher ist als beim komplexen Ansatz, weist der Schätzwert $\hat{\sigma}_0$ nur auf eine leicht bessere Anpassung dieses Modells gegenüber Mod. 17 hin. Beim Vergleich der beiden geschätzten Strainfelder und Bruchverschiebungen sind zwar kleine Unterschiede festzustellen; der generelle Trend der Deformation ist aber derselbe. Ein klarer Vorteil des einen gegenüber dem anderen Ansatz liess sich anhand dieses Vergleiches nicht erkennen.

Im Folgenden sollen die Ergebnisse der Approximation mit Mod. 17 interpretiert werden. Ko-seismischer 'fault-slip' von bis zu 22 mm im Zusammenhang mit den drei grösseren seismischen Ereignissen hat wahrscheinlich in der Calaveras Bruchzone stattgefunden (Abb. 11). Die Verschiebungsrate scheint in der ersten Hälfte des Jahrzehnts deutlich abgenommen und gegen Ende der Zeitspanne wieder zugenommen zu haben.

Die Kurve des San Andreas 'fault-slip' (Abb. 12) deutet auf eine ko-seismische Verschiebung im Zusammenhang mit dem San Juan Bautista Erdbeben (Epizentrum direkt in der Bruchzone) hin. Die negativen Bruchverschiebungen, welche zu den Zeiten der anderen beiden Erdbeben geschätzt wurden, sind etwas schwieriger zu erklären. Wie im weiteren gezeigt wird, sind die 'slip'-Episoden tatsächlich begleitet von lokalem Strain-'release'. Da die glatten räumlichen Funktionen nicht in der Lage sind, lokalen Strain-'release' zu modellieren, wird dieser durch negativen 'slip' dargestellt.

Zusammenfassend lässt sich der generelle Verlauf der Deformation im Gebiet der Bruch-Verzweigung mit den folgenden sieben Deformations-Phasen beschreiben:

Phase 1: 1971.0 – 1972.75: Rechtsseitiger 'shearing-strain' von ungefähr 0.5 µstrain/yr wird akkumuliert.

Phase 2: 1972.76: Eine ko-seismische Deformation im Zusammenhang mit dem San Juan Bautista Erdbeben mit einem ausgeprägten 'slip'-Ereignis und 'release' von 'shearing-strain' entlang der Calaveras Bruchzone findet statt.

Phase 3: 1972.76 – 1974.90: Räumlich fast homogener rechtsseitiger 'shearing-strain' von ungefähr 0.4 µstrain/yr wird akkumuliert.

Phase 4: 1974.91: Eine ko-seismische relative Block-Translation im Zusammenhang mit dem Hollister Erdbeben findet statt.

Phase 5: 1974.92 – 1979.59: Neue Akkumulation von 'shearing-strain'. Die 'shear'-Rate im Gabilan-Block ist relativ hoch zu Beginn der Phase, nimmt dann aber stetig ab (Abb. 13).

Phase 6: 1979.60: Eine ko-seismische Deformation im Zusammenhang mit dem Coyote Lake Erdbeben, mit starkem 'release' von 'shearing-strain' von ungefähr 0.7 µstrain quer zur San Andreas Bruchzone Abb. 14).

Phase 7: 1979.60 – 1980.5: Neue Akkumulation von rechtsseitigem 'shearing-strain' von ca. 0.9 µstrain/yr hauptsächlich im Gabilan Block.

5 SCHLUSSFOLGERUNG

Die ausgezeichneten Beobachtungsdaten der Hollister-Region, welche vom U.S.G.S. Forschungsteam während der Siebziger Jahre mit grosser Sorgfalt gemessen wurden, enthalten eine Fülle von Informationen über die Kinematik der Kruste. Wie alle terrestrisch-geodätischen Beobachtungen liefern auch diese Daten nur diskrete Informationen, sowohl im Raum wie auch in der Zeit. Die Analyse der Hollister-Daten sollte daher auf die Untersuchung der 'langwelligen' Signale in Raum und Zeit beschränkt werden.

Die vorgestellte Methode scheint aus folgenden Gründen für die Analyse gut geeignet zu sein:

- Das Ergebnis wird in Form eines stückweise stetigen und glatten Deformations-Modells dargestellt. Variationen in Raum und Zeit mit 'kurzen Wellenlängen' werden statistisch herausgefiltert.

- Verschiedene Typen von Approximationsfunktionen in Raum und Zeit können verglichen werden, um das für den Datensatz best-geeignete Modell evaluieren zu können.

- Unstetigkeiten (Diskontinuitäten) in Raum und Zeit können leicht modelliert werden, falls ihre Lage in Raum bzw. der Zeitpunkt ihres Auftretens bekannt ist. Diese Information ist meistens vorhanden.

- Nur jene räumlichen und zeitlichen Variationen, welche mit vorgegebener statistischer Konfidenz geschätzt werden können, werden akzeptiert und spielen eine Rolle im Deformationsmodell.

- Die Gesamtheit aller vorhandener Beobachtungen (auch unvollständige Netze mit Konfigurationsdefekten) kann in der Analyse verwendet werden.

- Da die Netze einzelner Epochen zuerst ausgeglichen werden, können Verfahren zur Aufdeckung grober Fehler in den Beobachtungsdaten verwendet werden.

Ein Nachteil unserer Methode ist die Notwendigkeit, genaue Stationshöhen zu kennen oder als Unbekannte einführen zu müssen. Die im Abschnitt 4 interpretierten Ergebnisse scheinen vom geologischen Standpunkt plausibel. Der einzige beunruhigende Punkt ist der relativ hohe Wert des a posteriori

Varianzfaktors (z.B. Mod. 17: $\hat{\sigma}_0^2$ = 4.915). Mögliche Erklärungen für diese Tatsache sind:

- Die a priori Annahme der Varianz der Entfernungsmessungen ist zu optimistisch.

- Die Annahme zeitlich konstanter Stationshöhen trifft nicht ganz zu.

- Das ausgewählte Deformationsmodell ist zu grob; eine weitere Verfeinerung würde eine bessere Anpassung bringen.

In einer zukünftigen Fortsetzung dieser Untersuchungen sollte deshalb versucht werden, alternative, verfeinerte Modelle anzuwenden, bei welchen z.B. nicht nur Unstetigkeiten im Verschiebungsfeld sondern auch solche im Strainfeld berücksichtigt werden. Schliesslich sollte die Approximationsmethode auch für die Analyse dreidimensionaler Netze erweitert werden.

DANKSAGUNG

Der Autor dankt Dr. J.C. Savage, der die Beobachtungsdaten des U.S.G.S. zur Verfügung stellte und die Ergebnisse dieser Untersuchung diskutierte. Dem Institut für Geodäsie und Photogrammetrie der ETH-Zürich sei für die Unterstützung dieses Forschungsprojektes und dem Bundesamt für Landestopographie für die Gewährung eines Urlaubes und die Ueberlassung von Rechenzeit auf ihrer Rechenanlage gedankt.

LITERATURVERZEICHNIS

Chrzanowski, A., Y.Q. Chen und J.M. Secord: *A General Approach to the Interpretation of Deformation Measurements.* Paper presented at the Centennial Convention of the Canadian Institute of Surveying, Ottawa, April 20-24, 1982 (I).

Chrzanowski, A., Y.Q. Chen und J.M. Secord: *On the Analysis of Deformation Surveys.* Paper presented at the Fourth Canadian Symposium on Mining Surveying and Deformation Measurements, Banff, June 7-9, 1982 (II).

Frank, F.C.: *Deduction of Earth Strains from Survey Data.* Bull. Seism. Soc. Am., Vol. 56, No. 1, 35-42, 1966.

Kovach, R.L. und A. Nur (ed.): *Proceedings of the Conference on Tectonic Problems of the San Andreas Fault System.* Geological Sciences, Vol. 13, Stanford, School of Earth Sciences, Stanford University, 1973.

Margrave, G.F. und E. Nyland: Strain from Repeated Geodetic Surveys by Generalized Inverse Methods. Can. J. of Earth Sciences, Vol. 17, No. 8, 1020-1030, 1980.

Prescott, W.H.: *An Extension of Frank's Method for Obtaining Crustal Shear Strains from Survey Data.* Bull. Seism. Soc. Am., Vol. 66, 1847-1853, 1976.

Savage, J.C. und W.H. Prescott: *Precision Geodolite Distance Measurements for Determining Fault Movements.* J. Geophys. Res., Vol. 78, 6001-6008, 1973.

Savage, J.C., M.A. Spieth und W.H. Prescott: *Preseismic and Coseismic Deformation Associated with the Hollister, California, Earthquake of November 28, 1974.* J. Geophys. Res., Vol. 81, No. 20, 3567-3574, 1976.

Savage, J.C., W.H. Prescott, M. Lisowski und N. King: *Geodolite Measurements of Deformation near Hollister, California, 1971-1978.* J. Geophys. Res., Vol. 84, No. B13, 7599-7615, 1979.

Schneider, D.: *Complex Crustal Strain Approximation.* Mitteilung Nr. 33 aus dem Institut für Geodäsie und Photogrammetrie der ETH-Zürich, Zürich, 1982.

Terada, T. und N. Miyabe: *Deformation of the Earth's Crust in Kwansai District and its Relation to the Orographic Feature.* Bull. Earthquake Res. Inst., Univ. of Tokyo, Japan, Vol. 7, 223-241, 1929.

Tsuboi, C.: *A Note on the Analytical Treatments of the Horizontal Deformation of the Earth's Crust.* 1930.

Vaníček, P. und D.E. Wells: *The Least-Squares Approximation and Related Topics.* Lecture Notes No. 22, Fredericton, N.B., Department of Surveying Engineering, University of New Brunswick, 1972.

Vaníček, P., M.R. Elliot und R.O. Castle: *Four-Dimensional Modeling of Recent Vertical Movements in the Area of the Southern California Uplift.* Tectonophysics, 52, 287-300, 1979.

Vaníček, P. und E. Krakiwsky: *Geodesy: The Concepts.* Amsterdam, North-Holland, 1982.

Welsch, W.M.: *Description of homogeneous horizontal strains and some remarks to their analysis.* IAG Symposium on Geodetic Networks and Computations, Munich, Aug. 31 – Sept. 5, 1981.

Welsch, W.M.: *Finite Element Analysis of Strain Patterns from Geodetic Observations Across a Plate Margin.* IAG Symposium on Recent Crustal Movements and Phenomena Associated with Earthquakes and Volcanism, Tokyo, May 7-20, 1982 (I).

Welsch, W.M.: *Zur Beschreibung homogenen Strains oder einige Betrachtungen zur affinen Transformation.* Zeitschrift für Vermessungswesen 107, 5-1982 (II).

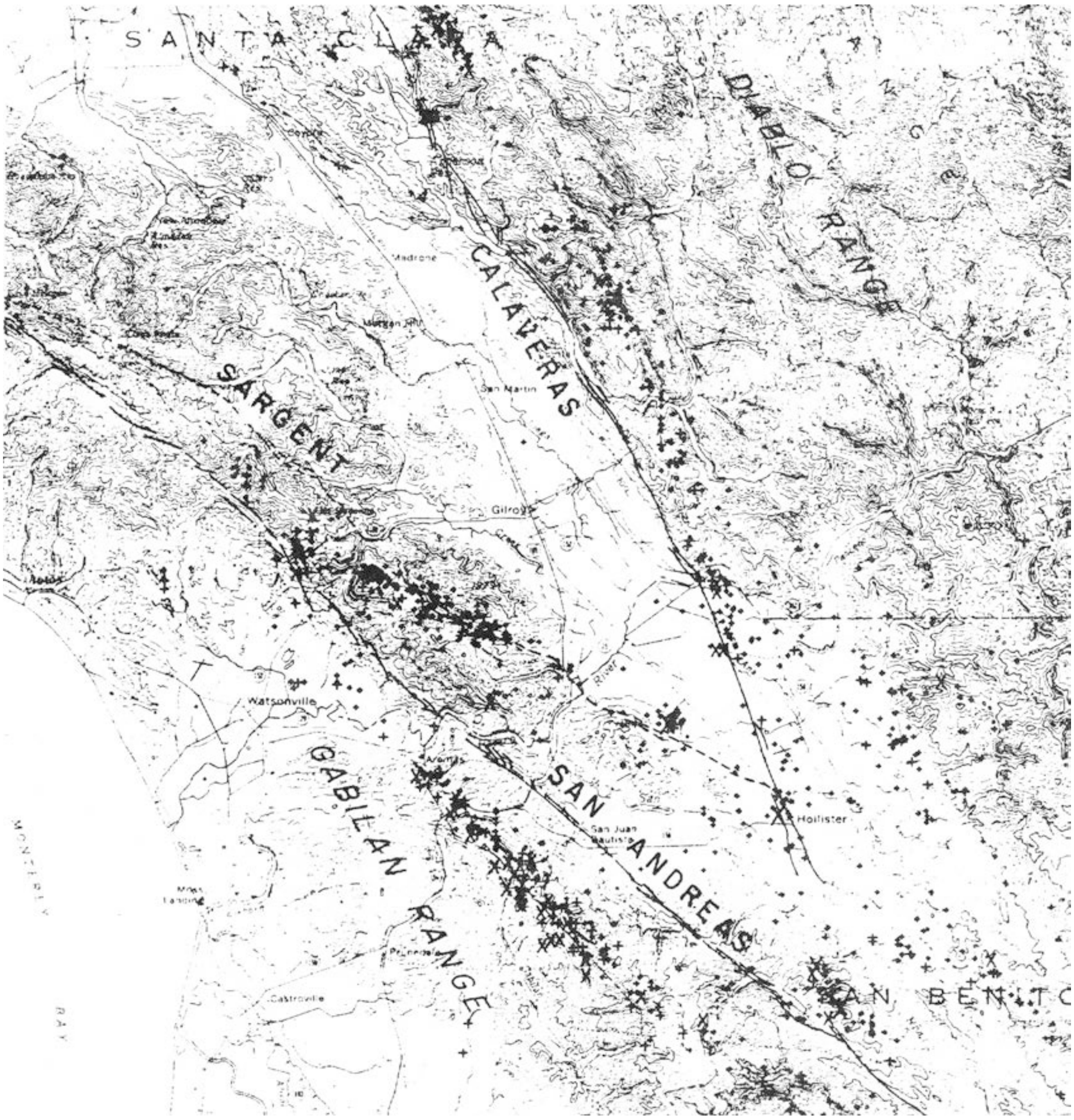


Abb. 1 Bruchzonen und aktuelle Seismizität (1969-70) in der Region Hollister

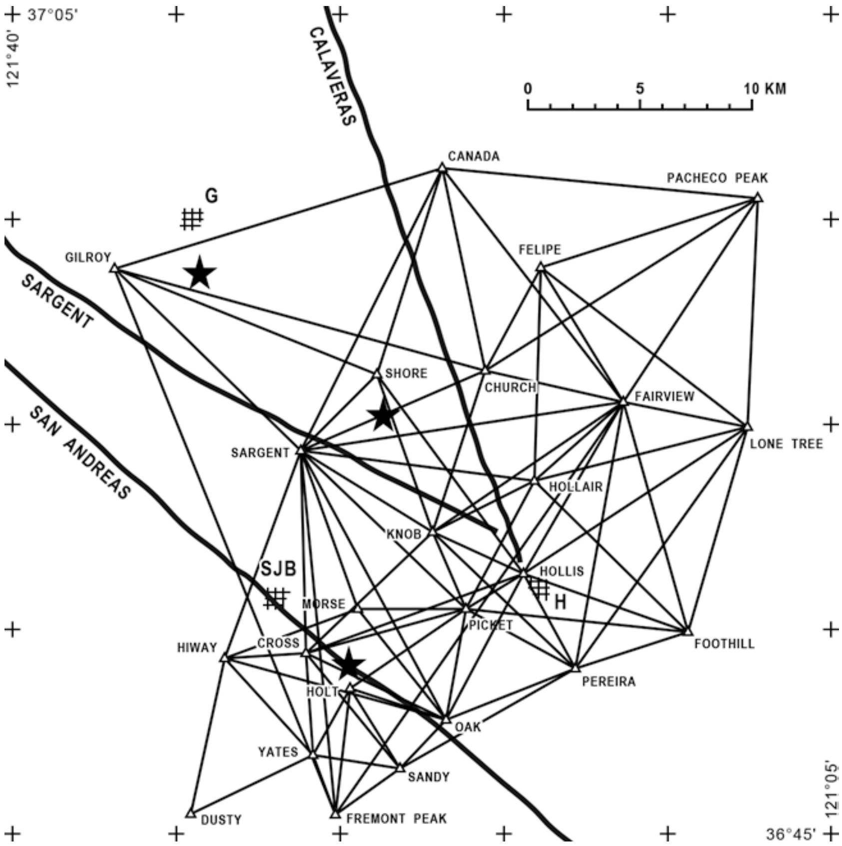


Abb. 2 Kinematisches Netz Hollister 1979-80

Die wichtigsten Bruchzonen sind durch fette Linien dargestellt. Die Sterne bezeichnen die Epizentren der grössten Erdbeben (vergl. auch Tab. 1).

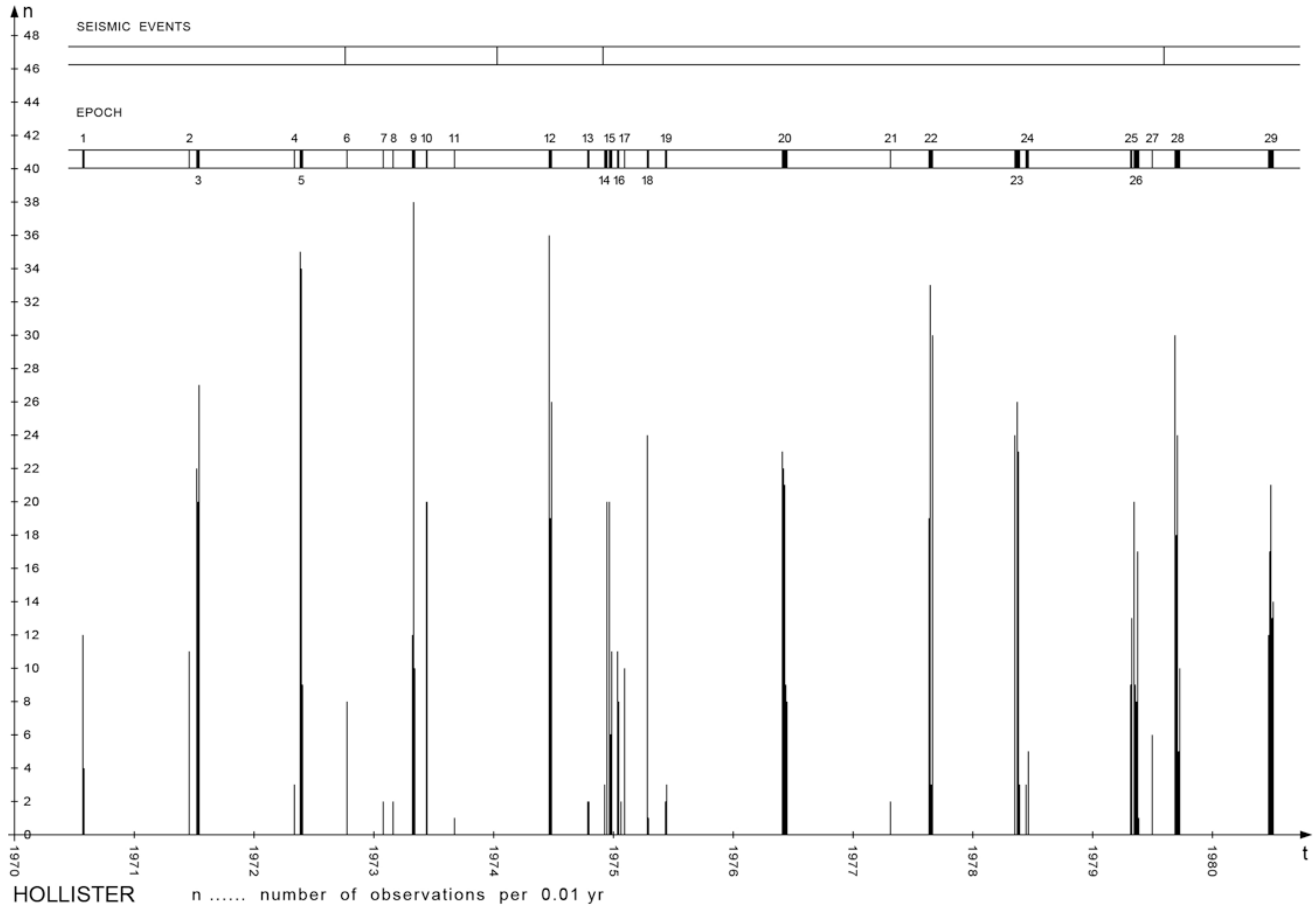


Abb. 3 Histogramm über die zeitliche Verteilung der Beobachtungen

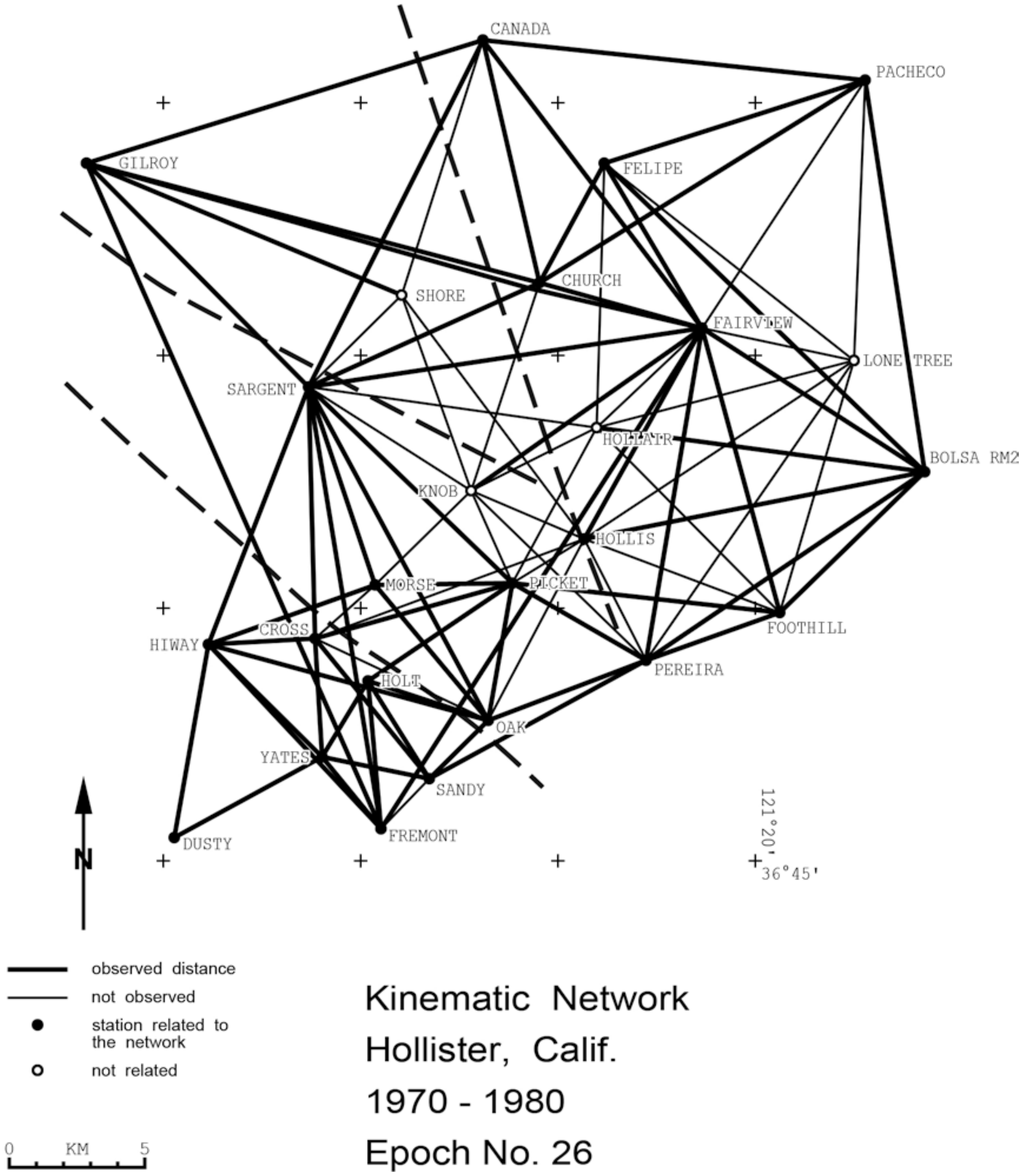


Abb. 4 Netz mit Konfigurationsdefekt der Beobachtungsepoche Nr. 26 (1979.335-376)

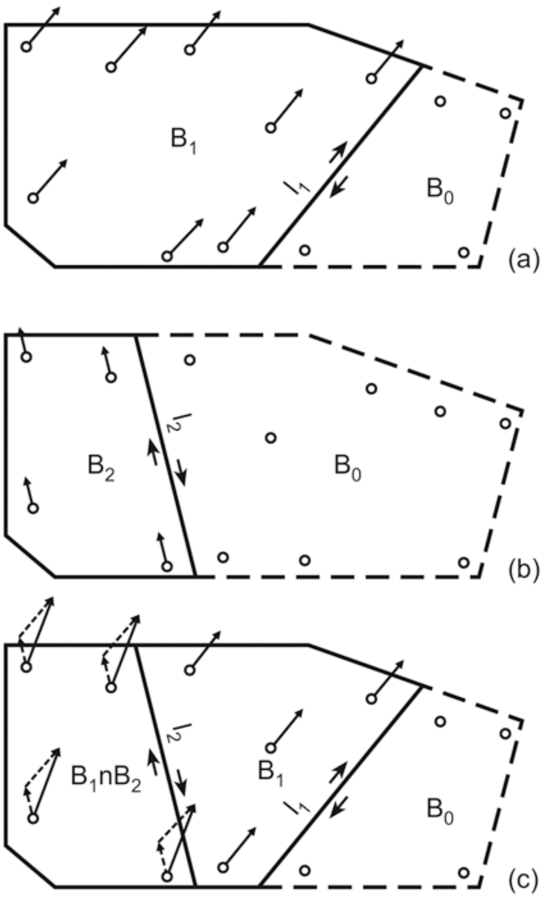


Abb. 5 Blocktranslations-Modell

(a) Translation von Block B_1 relativ zu Block B_0;

(b) Translation von Block B_2 relativ zu Block B_0;

(c) Ueberlagerung der zwei Translationen

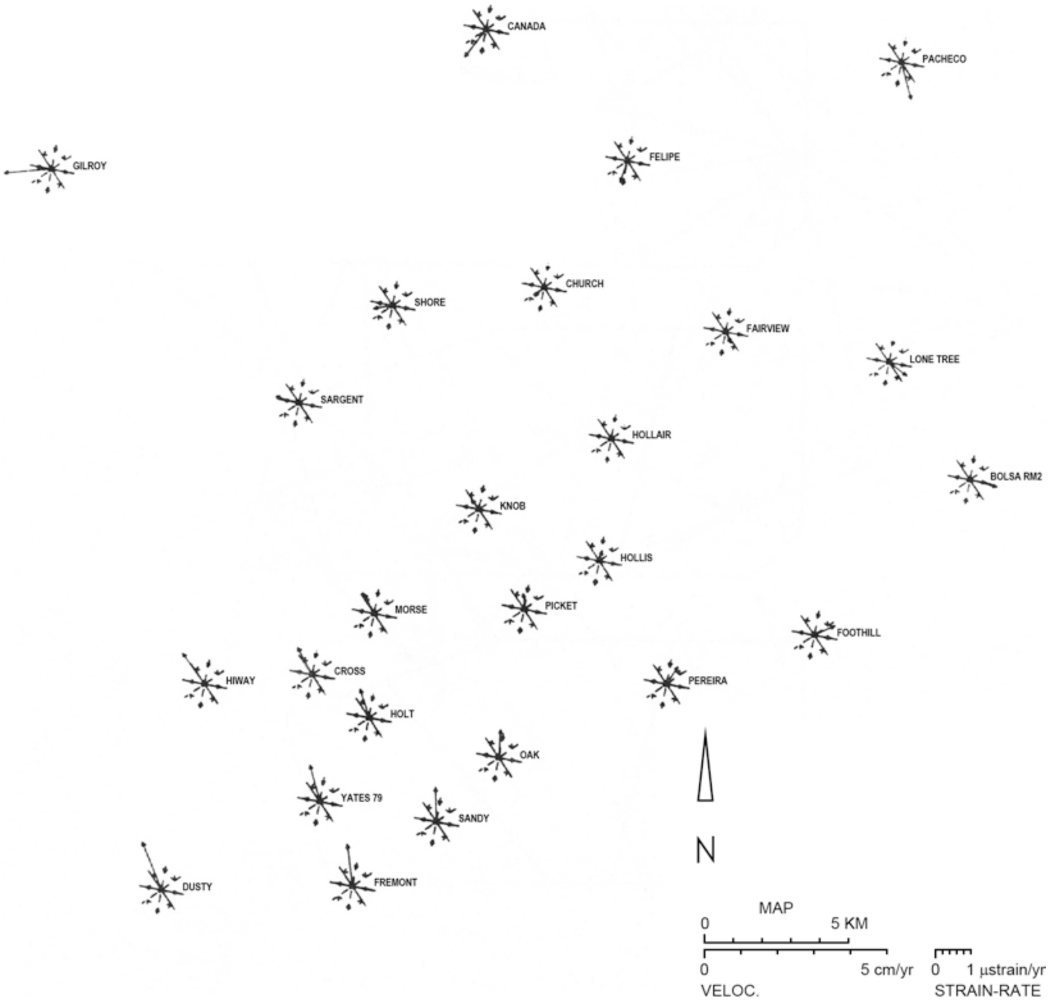


Abb. 6 Mittlere, räumlich homogene 'tensor shear'-Rate (Mod. 2)

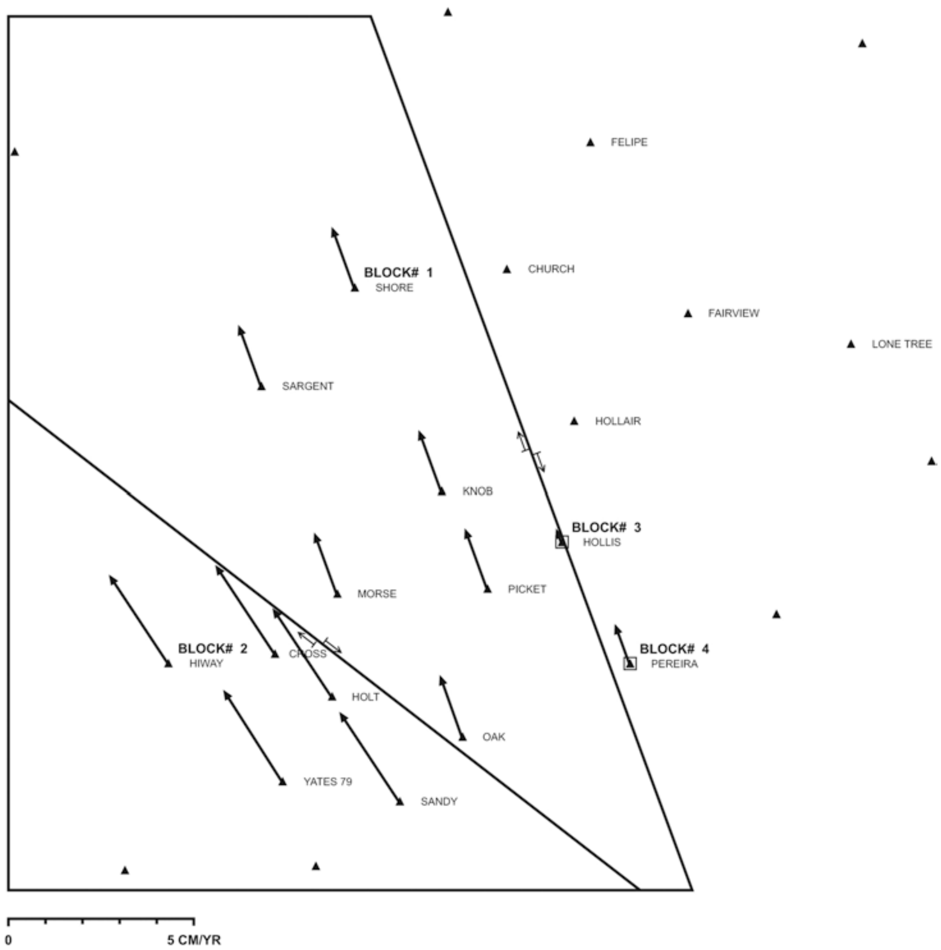


Abb. 7 Relativgeschwindigkeit der mittleren Blocktranslation (Mod. 6)

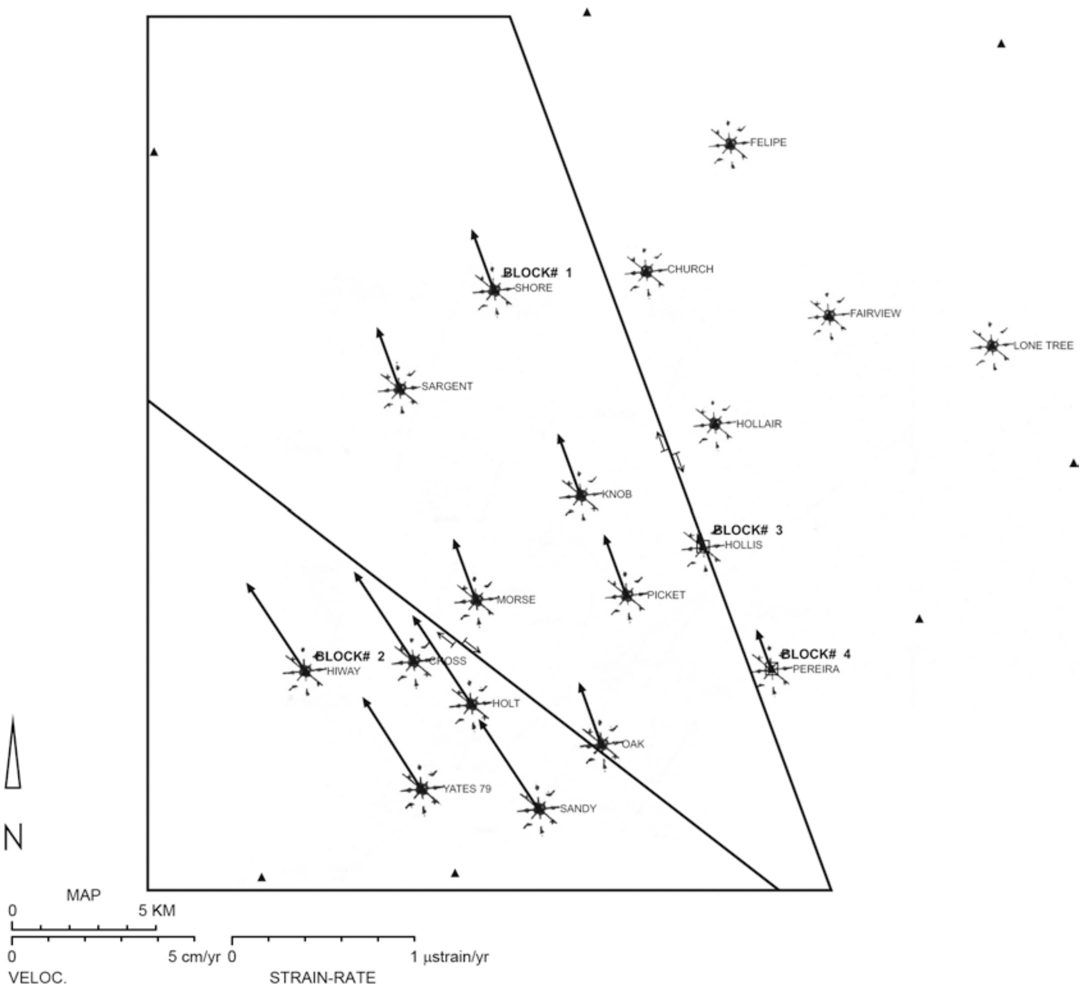


Abb. 8 Geschwindigkeit der mittleren Block-Translation und homogene 'tensor shear'-Rate (Mod. 7)

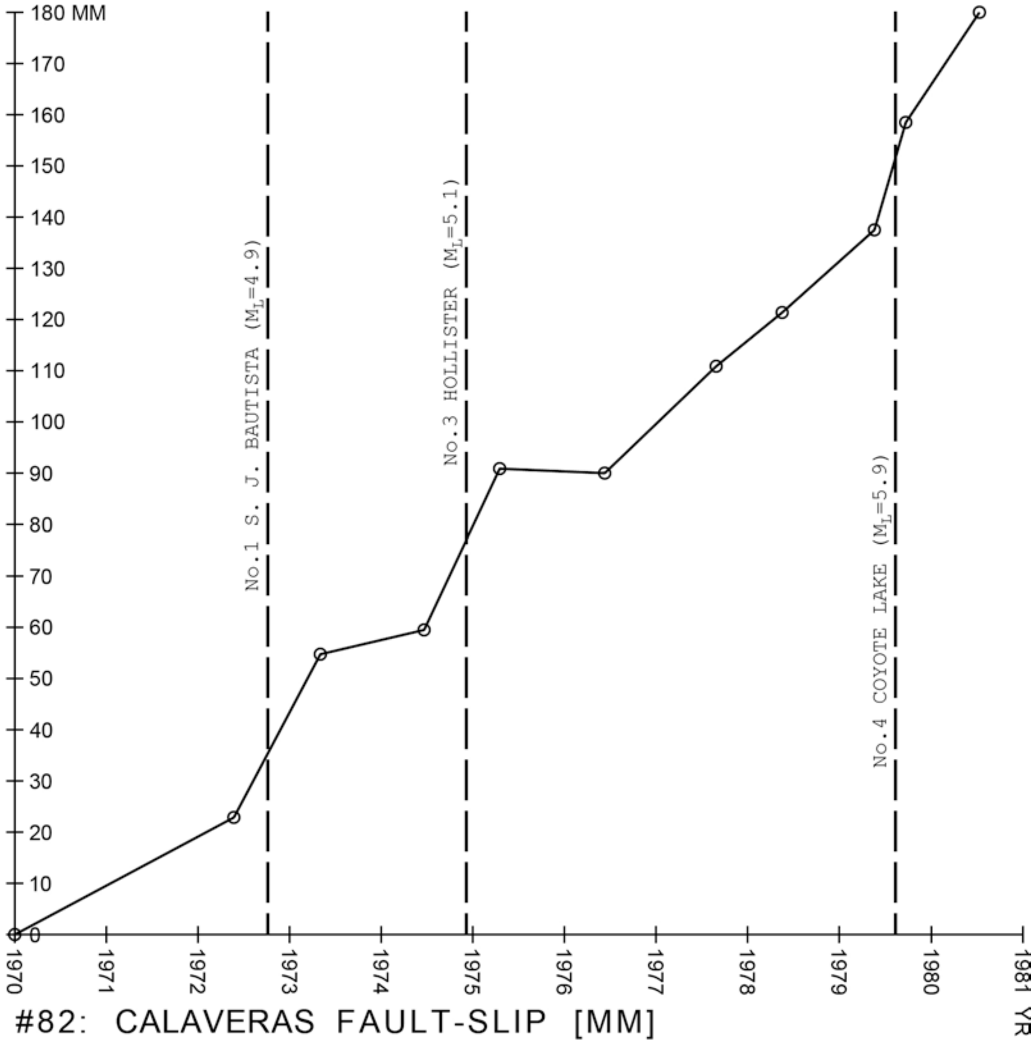


Abb. 9 Calaveras Bruch-Verschiebung (zeitlich stückweise lineares Modell)

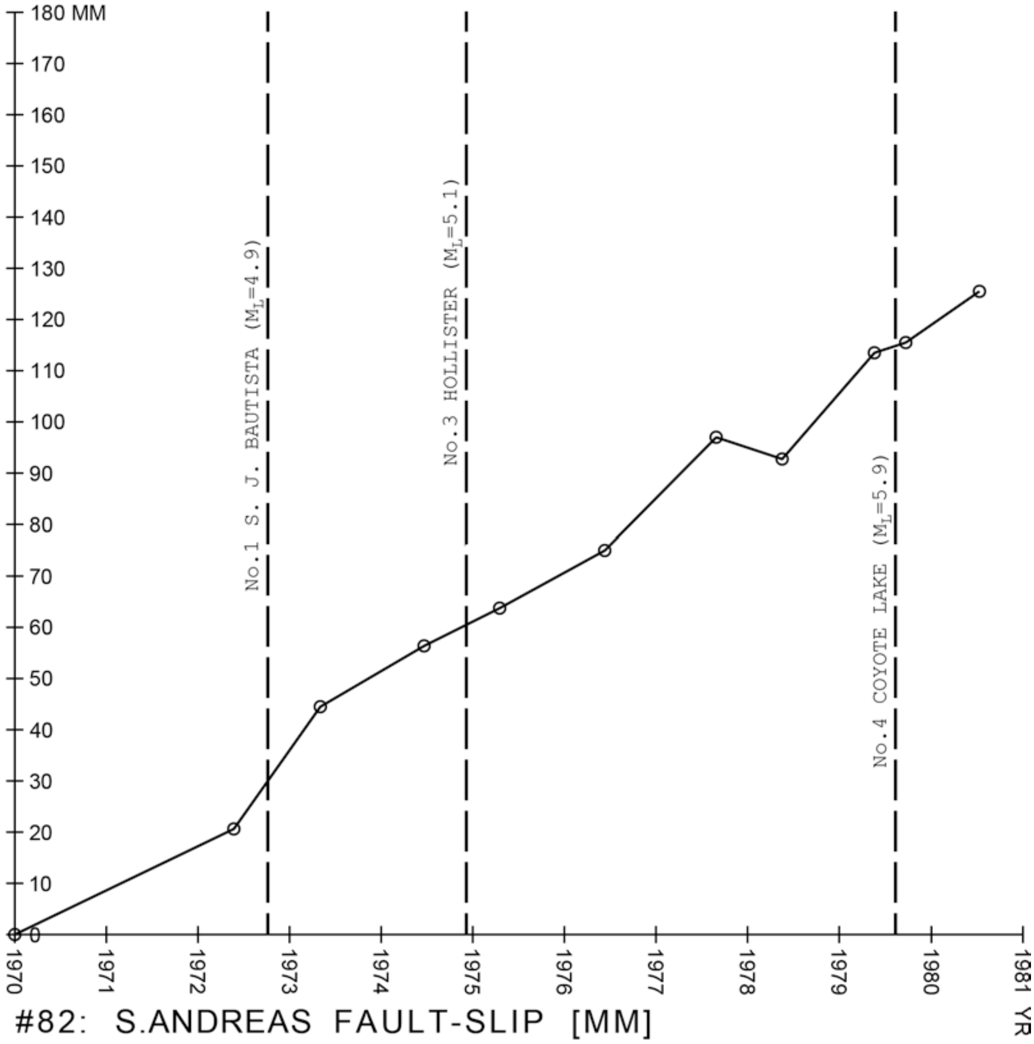


Abb. 10 San Andreas Bruch-Verschiebung (zeitlich stückweise lineares Modell)

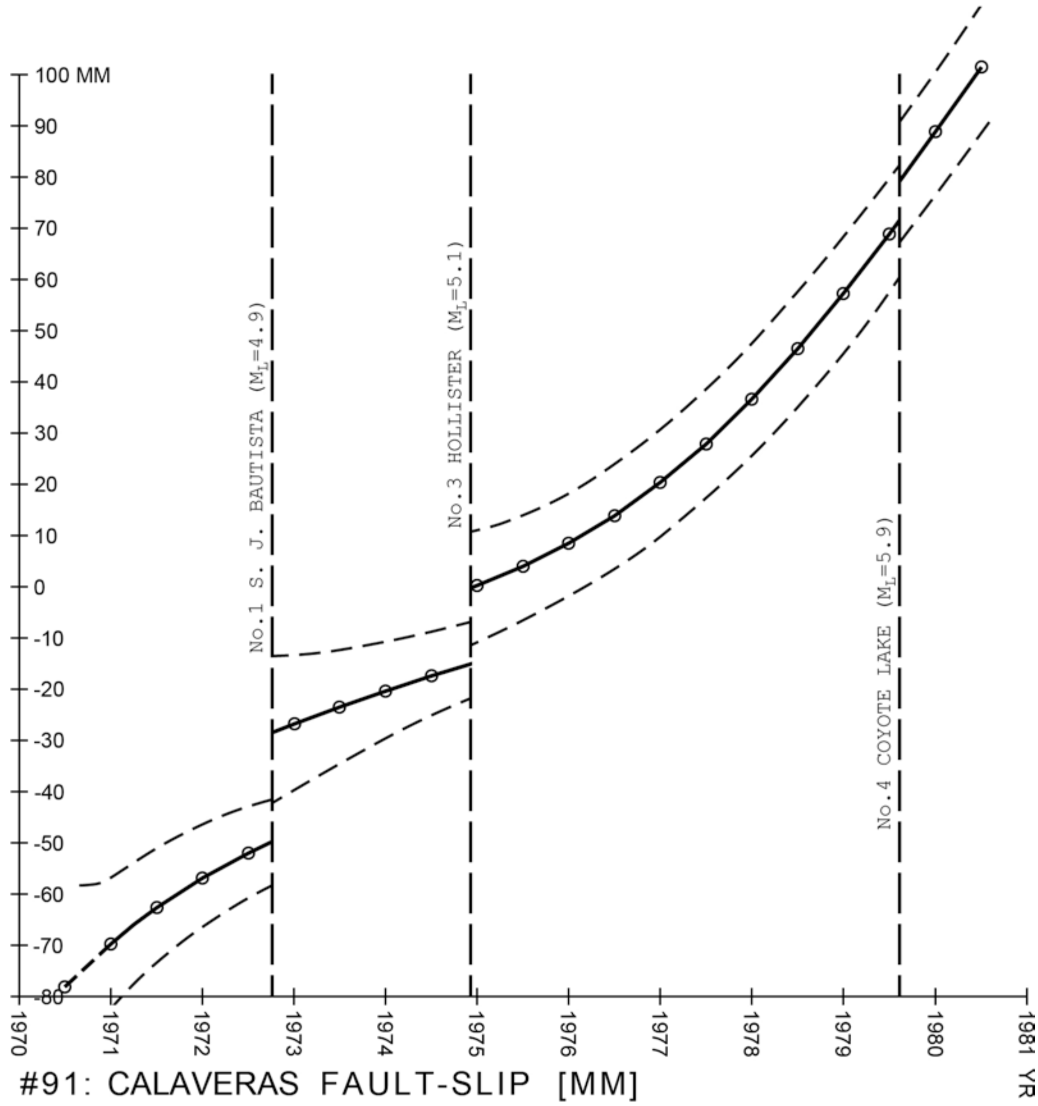


Abb. 11 Calaveras Bruch-Verschiebung und ihre Standardabweichung (Mod. 17)

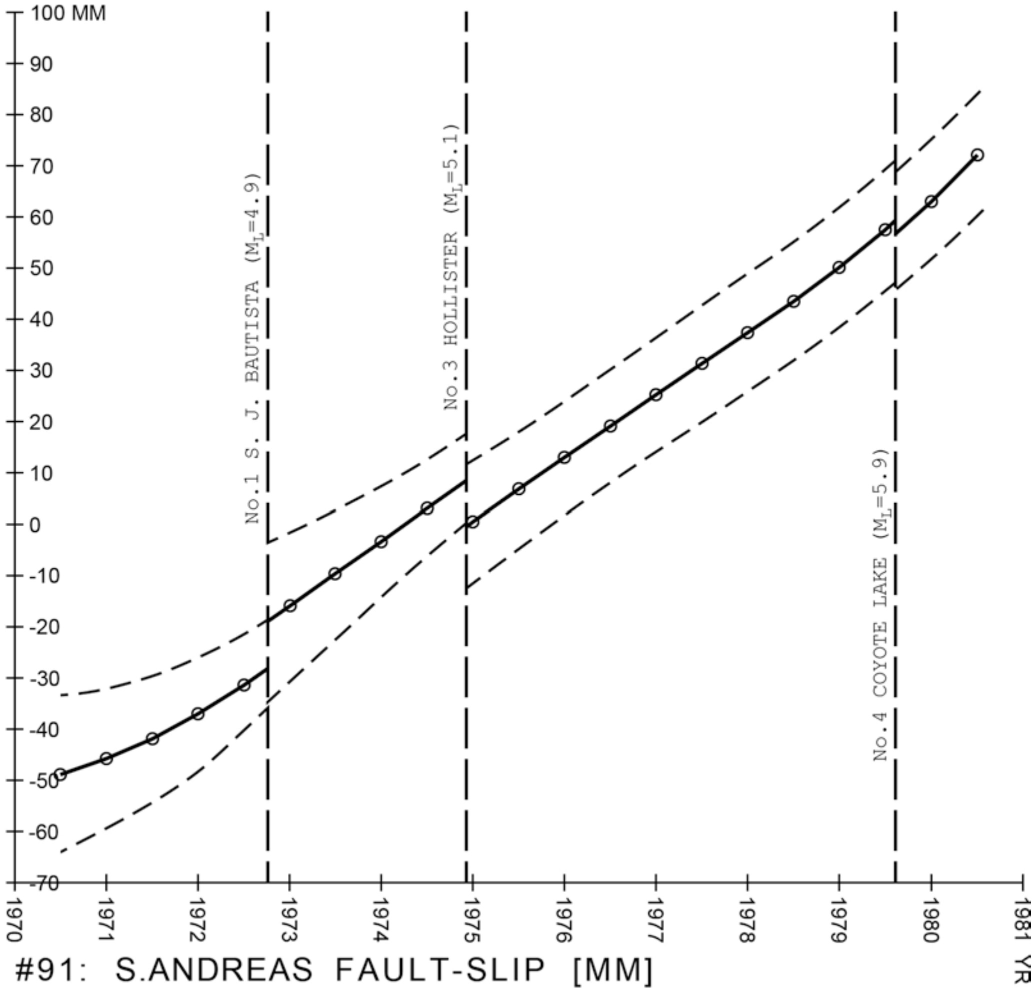


Abb. 12 San Andreas Bruch-Verschiebung und ihre Standard-abweichung (Mod. 17)

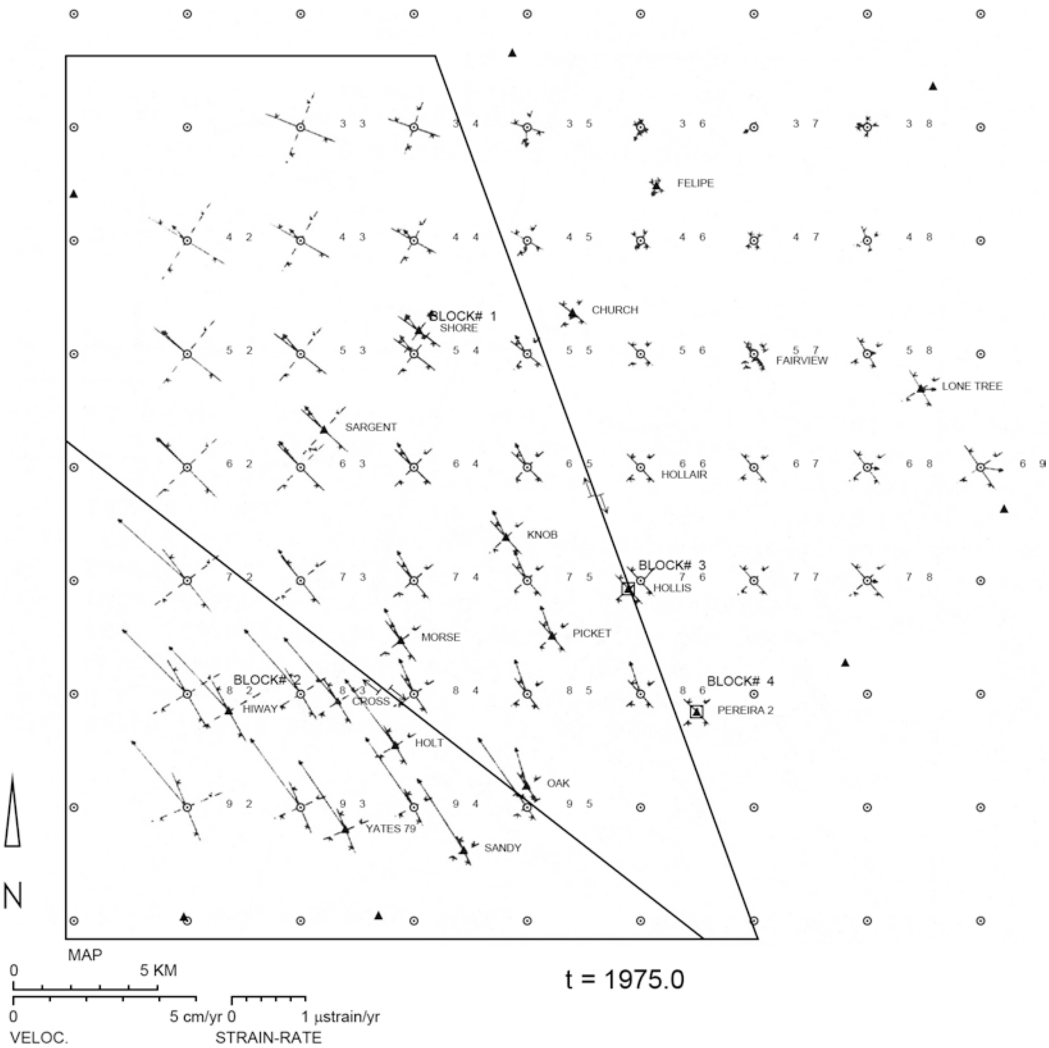


Abb. 13 Bruch-Verschiebung und Akkumulation von 'tensor shear' (Mod. 17, t = 1975.0)

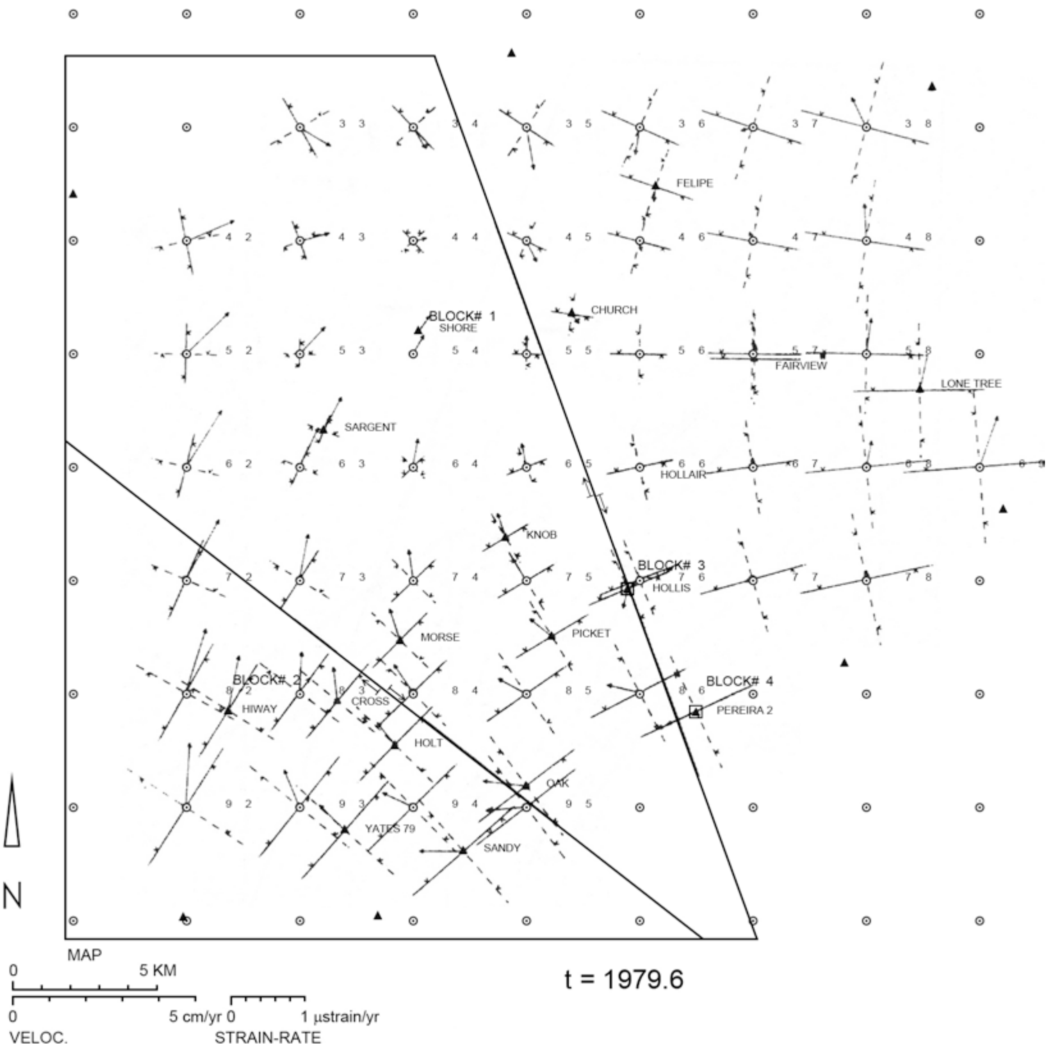


Abb. 14 Ko-seismische Bruch-Verschiebung und 'release' von 'tensor shear' (Mod. 17, t = 1979.60)

EINIGE METHODEN ZUR UNTERSUCHUNG KONGRUENTER UND AFFINER BEZIEHUNGEN IN GEODÄTISCHEN ÜBERWACHUNGSNETZEN ZUR ERMITTLUNG VON DEFORMATIONEN

von

Walter WELSCH und ZHANG Yan
Institut für Geodäsie
Hochschule der Bundeswehr München
Werner-Heisenberg-Weg 39
D-8014 Neubiberg
Bundesrepublik Deutschland

ZUSAMMENFASSUNG

Das Erscheinungsbild von Deformationen, die mit Hilfe geodätischer Netze beobachtet und überwacht werden, ist sehr vielfältig. Entsprechend variationsreich und flexibel sollte das Instrumentarium für die Analyse sein. Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit einer knappen Darstellung, wie mit Hilfe der Koordinatenänderungen vergleichbarer Punkte einerseits und auf der Grundlage der Verzerrungen vergleichbarer Funktionen der Koordinatenänderungen andererseits kongruente und affine Beziehungen in geodätischen Netzen, Teilnetzen und Netzelementen für die Deformationsanalyse nutzbar gemacht werden können. Hinweise auf eine strenge Behandlung von Teilnetzen werden gegeben. Einige der Methoden werden anhand eines simulierten Testbeispiels auch numerisch veranschaulicht.

ABSTRACT

The shape of deformations being observed and monitored with the aid of geodetic networks is manifold. Correspondingly multivarious and flexible the tools of analyses should be. Thus this paper deals with a brief presentation of how point displacements as well as distortions of functions derived from those coordinate changes can be utilized for the definition of congruent and affine relations between geodetic networks, partial networks and individual elements for the investigation of deformations. Allusions of a rigorous treatment of finite elements and partial networks are given. Some of those methods are illustrated in detail by a simulated testnetwork.

1. METHODEN UND ZIELVORSTELLUNGEN

Bekanntlich beruht die geometrische Analyse von Deformationen mit Hilfe geodätischer Überwachungsnetze auf dem Vergleich der Netzgeometrien, die durch Beobachtung des Netzes zu verschiedenen Epochen bestimmt wurden. Die Durchführung des Vergleichs erlaubt Differenzierungen in zweierlei Hinsicht.

Vom Methodischen her bietet die Wahl der Vergleichsstücke zwei Möglichkeiten. Die bisher am häufigsten geübte Methode vergleicht die Koordinaten von sogenannten identischen Punkten: das sind Punkte, von denen zunächst angenommen wird, sie seien identisch. Das Analyseergebnis besteht in der Auffindung der tatsächlich identischen Punkte, der Punkte nämlich, die von einer Deformation der Netzgeometrie nicht erfaßt wurden. Der Methode immanent ist das Problem des geodätischen Datums, das im allgemeinen Koordinaten stets anhaftet. Eine andere Möglichkeit, die speziell diese (überwindbare) Schwierigkeit umgeht, besteht darin, Größen miteinander zu vergleichen, die vom Datumsproblem frei sind; das sind datumsinvariante Größen, im allgemeinen Größen vom Typ der Beobachtungen selbst: Strecken bzw. Streckenverhältnisse und Winkel. Dazu werden entweder die ausgeglichenen Beobachtungen verwendet oder typgleiche Funktionen der ausgeglichenen Koordinaten. Da derartige Funktionen aus Linearkombinationen der ausgeglichenen Koordinaten abgeleitet werden, sind identische Analyseergebnisse zu erwarten. Die auf dem Vergleich von Koordinaten beruhende Methode wird im folgenden als "x-Methode", die den Vergleich datumsinvarianter Funktionen benutzende "l-Methode" genannt.

Vom angestrebten Ziel einer Netzanalyse her können zwei Vorstellungen unterschieden werden. Die Basisvorstellung (***PELZER***, 1971; ***NIEMEIER***, 1979) geht davon aus, die Kongruenz der Vergleichsnetze zu überprüfen und jeden Punkt, der die Kongruenz stört, als verändert zu betrachten. Eine darüberhinausgehende Vorstellung möchte feststellen, ob eine ermittelte Netzverformung dem einfachsten Deformationsmuster der affinen Verzerrung entspricht. Mit dieser Frage beschäftigt sich die sogenannte Strainanalyse (***WELSCH***, 1981), die die Affinität der Vergleichsnetze überprüft und im Sinne einer Interpretation mit der Feststellung der Affinität bereits eine für sehr viele Deformationsvorgänge typische, physikalisch-mechanisch begründete Beschreibung liefert.

Die folgende Arbeit hat sich die Aufgabe gestellt, am Beispiel eines simulierten Netzes verschiedene Techniken im Bereich der Begriffspaare "x-Methode" - "l-Methode" und "Kongruenz" - "Affinität" anzugeben, die der Ermittlung und Beschreibung von Deformationen dienlich sein können.

2. KONGRUENZ

Vergleichsnetze sind kongruent, wenn bei sonst identischer Netzkonfiguration Koordinatenunterschiede allein durch die Streuung der geodätischen Beobachtungen, repräsentiert durch die Standardabweichung der Gewichtseinheit, erklärt werden können. Die Überprüfung der Kongruenz erfolgt durch Varianzentests.

2.1 x-Methode

Im Varianzentest wird eine aus allen Koordinatenklaffungen $\boldsymbol{u}$ gebildete Varianz s_u^2 mit der Varianz der Beobachtungen s^2 verglichen (Globaltest).

Unter der Bedingung, daß mit

$$\boldsymbol{u} \in S\{\mathbf{Q}_u\} \tag{2-1}$$

der Vektor $\boldsymbol{u}$ zum Spaltenraum $S\{\cdot\}$ der Kofaktormatrix $\mathbf{Q}_u$ gehört, wozu die Identität der Datumsfestlegungen für die Ausgleichungen der Einzelepochen gehört, ergibt sich s_u^2 zu

$$s_u^2 = q_u / f_u \tag{2-2}$$

mit

$$q_u = \boldsymbol{u}^T \mathbf{Q}_u^- \boldsymbol{u} \tag{2-3}$$

und

$$f_u = r\{\mathbf{Q}_u\} \tag{2-4}$$

($r\{\cdot\}$ Rang) .

Die Nullhypothese

$$H_0 : E\{\boldsymbol{u}\} = \boldsymbol{0} \tag{2-5}$$

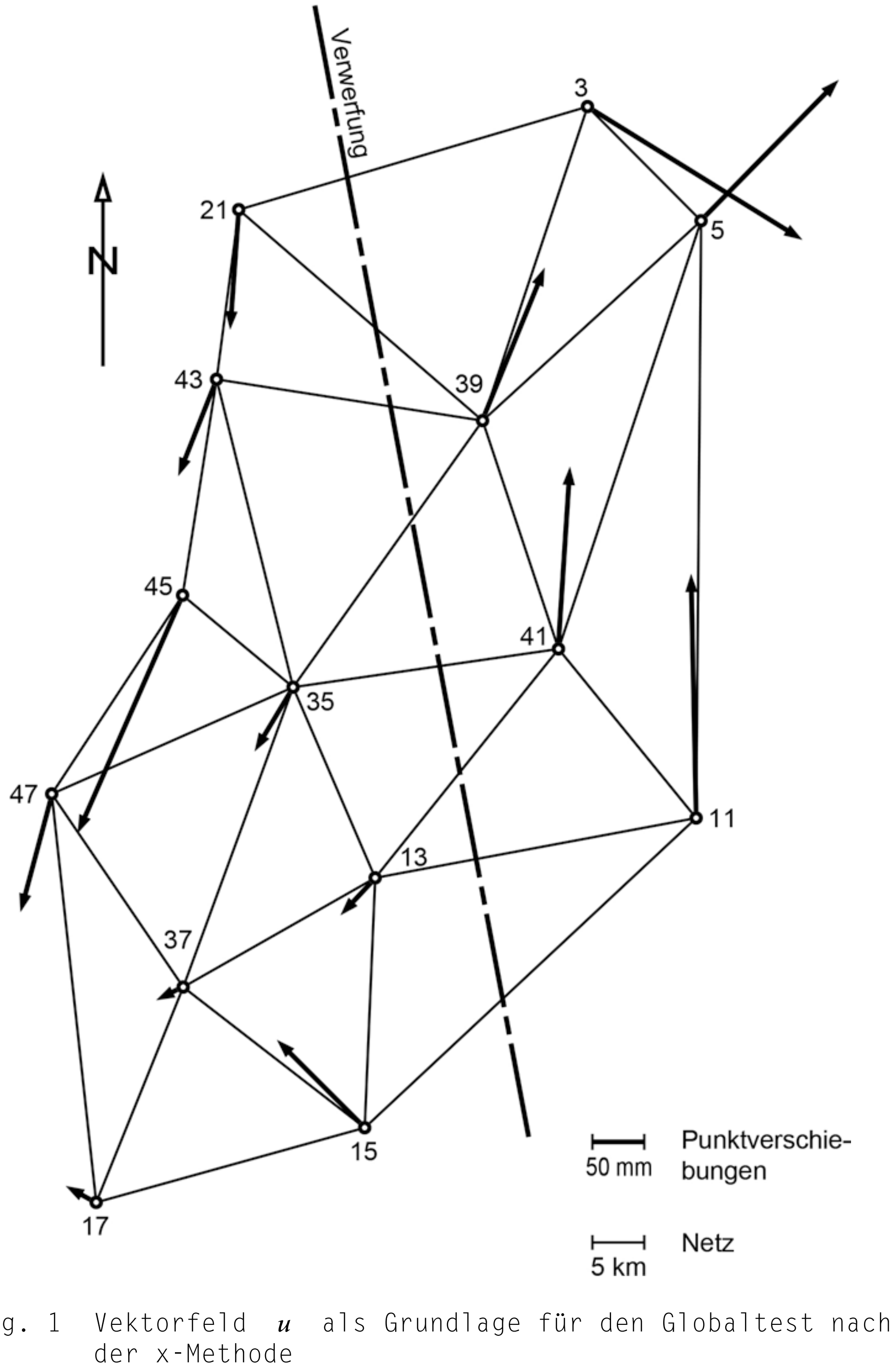


Fig. 1 Vektorfeld $\boldsymbol{u}$ als Grundlage für den Globaltest nach der x-Methode

(E{·} Erwartungswert)
wird durch den Test

$$H_0 : T_u^2 = \frac{s_u^2}{s^2} \leq F(f_u, f, \alpha) \qquad (2\text{-}6)$$

(f Freiheitsgrad von s^2, F(·) Fraktile der Fisherverteilung) überprüft (Globaltest). Bei Erfüllung der Ungleichung ist mit der Irrtumswahrscheinlichkeit α keine Berechtigung zur Ablehnung der Nullhypothese gegeben.

2.2 l-Methode

Im Varianzentest wird eine aus den Verzerrungen $d\boldsymbol{\ell}$ datumsinvarianter Größen

$$d\boldsymbol{\ell} = \mathcal{L}\,\boldsymbol{u} \tag{2-7}$$

gebildete Varianz s^2_{dl} mit s^2 verglichen.

Unter der Voraussetzung

$$S\{\mathcal{L}^T\} = S\{\mathcal{A}^T\} \ , \tag{2-8}$$

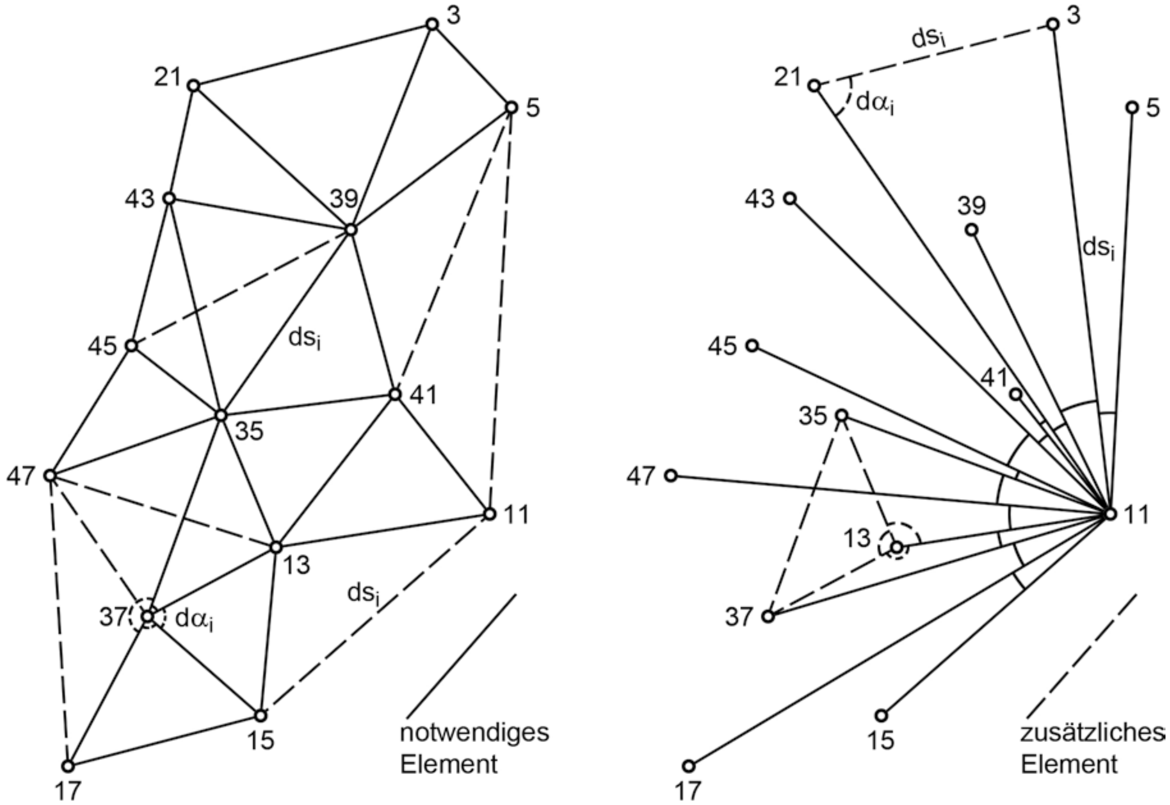


Fig. 2 Äquivalente Anordnungen datumsinvarianter Größen mit $S\{\mathcal{L}^T\} = S\{\mathcal{A}^T\}$. Die Verzerrungen $d\boldsymbol{\ell}^T = |d\boldsymbol{s}^T, d\alpha^T|$ sind die Grundlage für den Globaltest nach der l-Methode.

der Identität des Zeilenraums der Funktionalmatrix $\mathcal{L}$ mit dem gemeinsamen Zeilenraum der Designmatrix $\mathcal{A}$ der Ausgleichungen der Einzelepochen, ergibt sich

$$s_{dl}^2 = q_{dl} / f_u \quad . \tag{2-9}$$

Dabei ist

$$q_{dl} = d\ell^T Q_{dl}^- d\ell \quad . \tag{2-10}$$

Mit (2-8) gilt

$$q_{dl} = d\ell^T Q_{dl}^- d\ell = u^T \mathcal{L}^T \left(\mathcal{L} Q_u \mathcal{L}^T\right)^- \mathcal{L} u = u^T Q_u^- u = q_u \quad , \tag{2-11}$$

da mit $r\{Q_{dl}\} = r\{Q_u\}$ $\mathcal{L}^T\left(\mathcal{L} Q_u \mathcal{L}^T\right)^- \mathcal{L}$ g-Inverse von Q_u ist.

Der Test der Nullhypothese

$$H_0 : E\{d\ell\} = \mathcal{O} \tag{2-12}$$

erfolgt identisch zu (2-6).

Weitere Einzelheiten sind bei ***WELSCH*** (1982, 1983) angegeben.

2.3 Unvollständiges Design und Einzelpunktanalyse

Da für die Durchführung der Tests einheitliche Netzkonfiguration vorausgesetzt wird, ist die Existenz nicht vergleichbarer Punkte (unvollständiges Design) ein rechentechnisches Hemmnis, während die Verschiedenheit der Beobachtungspläne der einzelnen Meßepochen ohne jede Auswirkung ist. Dieser Fall wird deswegen nicht weiter betrachtet.

Bei der Anwendung der x-Methode kann der Schwierigkeit des unvollständigen Designs auf verschiedene Weise begegnet werden. Die Techniken dazu sind bekannt:

- Vorwegelimination der nicht interessierenden Punktkoordinaten aus den Verbesserungsgleichungen, aus den Normalgleichungen oder mit Hilfe einer reduzierenden Gewichtsmatrix; BÄHR (1978) gibt einen ausführlichen Überblick.

- Ausgleichung mit allen Punkten, wobei gleichzeitig oder nachträglich das geodätische Datum nur auf die vergleichbaren Punkte gelegt wird (identische Punkte als S-Basis; vgl. ***van MIERLO***, 1978).

- Abspaltung der nicht interessierenden Punkte durch Orthogonalisierung der Koordinatenvektoren und ihrer Kofaktormatrizen; siehe ***PELZER***, 1971, und ***NIEMEIER***, 1976.

Gedanklich haben die drei verschiedenen Techniken die gleiche Basis; entsprechend sind die Ergebnisse identisch.

Bei der l-Methode können die nicht vergleichbaren Punkte gemäß Figur 3 bei der Durchführung des Globaltests einfach unberücksichtigt bleiben.

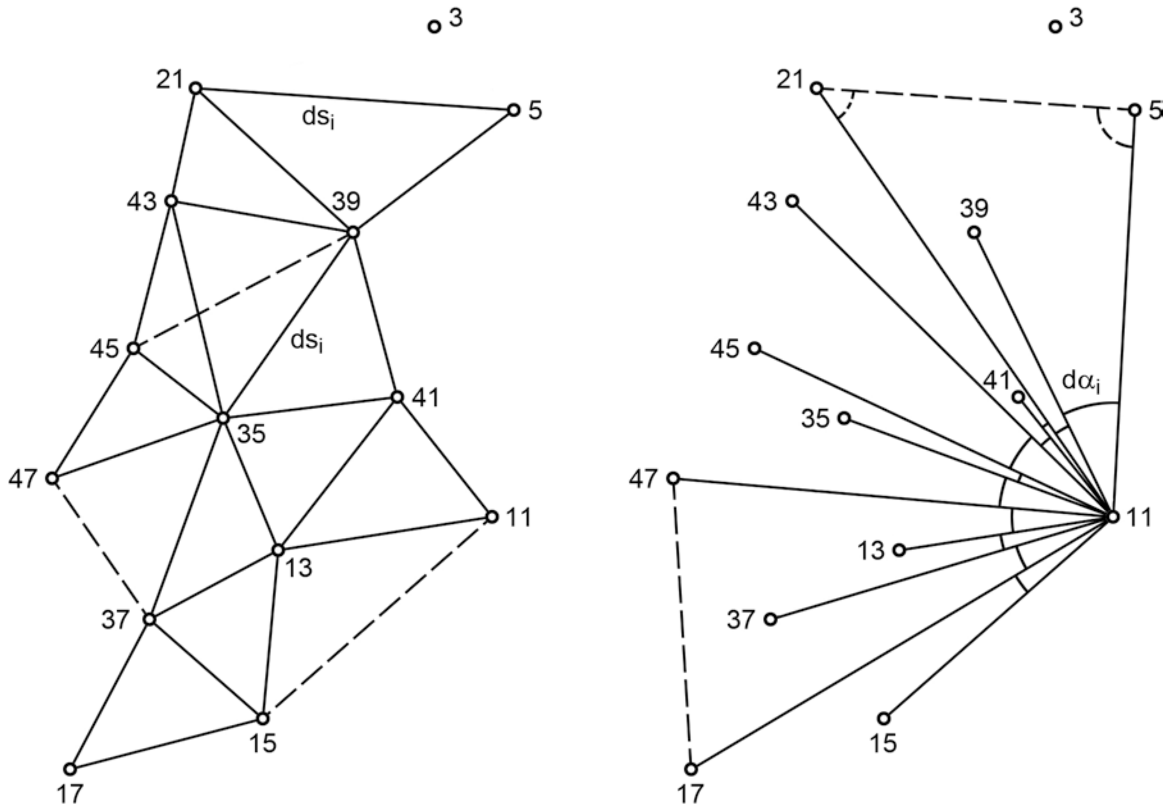


Fig. 3 Äquivalente Anordnungen zur Ausschaltung des Punktes 3 der l-Methode

Die Notwendigkeit, Einzelpunktbewegungen untersuchen zu müssen, kann verschiedene Ursachen haben. Die Einzelpunktuntersuchung ist bei Problemstellungen im ingenieurtechnischen Bereich häufig gerade der Zweck einer Deformationsanalyse. Bei anderen Aufgaben, z.B. der Untersuchung von Krustenbewegungen, ist die singuläre Bewegung eines Punktes dagegen ein Ereignis, das die Betrachtung des Kontinuums stört, Ergebnisse verfälscht und deswegen aufgedeckt werden muß.

Nach der x-Methode werden, um Einzelpunktbewegungen herauszufiltern, die Klaffungsanteile einzelner Punkte ermittelt. Hierüber ist ausführlich berichtet worden, z.B. ***PELZER***, 1971; ***NIEMEIER***, 1978 und 1979.

Bei der l-Methode wird in Analogie zur Behandlung eines unvollständigen Designs vorgegangen: es werden "globale" Tests auf der Basis quadratischer Formen (2-10) ausgeführt, die aus Elementen gebildet werden, die die Netzgeometrie - der Reihe nach jeweils um einen anderen Punkt reduziert - beschreiben. Die quadratische Form mit dem geringsten Wert gibt den Hinweis, daß der gerade eliminierte Punkt derjenige ist, der sich am stärksten verändert hat (vgl. auch ***WELSCH***, 1983).

Die Ergebnisse nach beiden Methoden sind - gedanklich und numerisch - identisch.

3. AFFINITÄT

Vergleichsnetze sind affin, wenn bei sonst identischer Netzkonfiguration Koordinatenunterschiede, abgesehen von den durch die Streuung der Beobachtungen verursachten zufälligen Abweichungen, durch eine affine Verformung der Netzkonfiguration erklärt werden können. Die Überprüfung der Affinität erfolgt durch Varianzentests.

3.1 x-Methode

Beschränkt man sich, was bei derartigen Untersuchungen immer üblich ist, auf lineare Beziehungen zwischen den Koordinaten der Vergleichsnetze, so gilt die Beziehung (***WELSCH***, 1981)

$$\boldsymbol{u} = (\mathrm{d}\mathcal{R} + \mathcal{E})\,\boldsymbol{x} + \boldsymbol{t} \quad . \tag{3-1}$$

Hierin bedeutet

$$\mathrm{d}\mathcal{R} = \begin{vmatrix} 0 & \omega \\ -\omega & 0 \end{vmatrix}$$ antisymmetrische Rotationsmatrix

$$\mathcal{E} = \begin{vmatrix} e_{xx} & e_{xy} \\ e_{yx} & e_{yy} \end{vmatrix}$$ Verzerrungsmatrix (differentiell)

$\boldsymbol{t}^T = | t_x \quad t_y |$ Translation

$\boldsymbol{x}^T = | x \quad y |$ Koordinaten der Vergleichspunkte

Nach Umformung kann (3-1) auch geschrieben werden

$$\boldsymbol{u} = \mathcal{H}_u \cdot \boldsymbol{p} \tag{3-2}$$

mit

$$\mathcal{H}_u = \begin{vmatrix} x & y & 0 & y & 1 & 0 \\ 0 & x & y & -x & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\boldsymbol{p}^T = | e_{xx} \quad e_{xy} \quad e_{yy} \quad \omega \quad t_x \quad t_y | \ .$$

Liegen mehr als drei Vergleichspunkte vor, so können die $u_p = 6$ Deformationsparameter $\boldsymbol{p}$ durch Ausgleichungsrechnung bestimmt werden, so daß

$$\boldsymbol{u} + \boldsymbol{v}_u = \mathcal{H}_u \cdot \boldsymbol{p} \quad , \quad \mathcal{P}_u = \mathcal{Q}_u^+ \ . \tag{3-3}$$

Die Kovarianzmatrix der Parameter $\boldsymbol{p}$ lautet

$$\mathcal{C}_p = s^2 \left(\mathcal{H}_u^T \mathcal{P}_u \mathcal{H}_u\right)^+ = s^2 \mathcal{Q}_p \ . \tag{3-4}$$

Die Parameter $\boldsymbol{p}$ sind so zu deuten, daß die Rotation ω und die Translationen t_x und t_y Festkörperbewegungen des zu untersuchenden Netzes sind, während die Strainparameter

$$\boldsymbol{e}_x = | e_{xx} \quad e_{xy} \quad e_{yy} | \tag{3-5}$$

die eigentliche Verformung des Netzes beschreiben. Bemerkt werden muß, daß alle Größen vom gewählten Bezugssystem abhängen und deshalb noch nicht in der Lage sind, auftretende Deformationen eindeutig zu beschreiben.

Zum Test des Deformationsmodells (3-2) wird die Nullhypothese

$$H_0 : E\left\{\boldsymbol{u} - \mathcal{H}_u \boldsymbol{p}\right\} = \mathcal{O} \tag{3-6}$$

aufgestellt und mit Hilfe des Varianzentests

$$H_0 : T_p^2 = \frac{s_p^2}{s^2} \le F\left(f_p, f, \alpha\right) \tag{3-7}$$

getestet. Dabei ist

$$s_p^2 = \frac{q_{v_u}}{f_p} = \frac{v_u^T P_u v_u}{f_p} \qquad (3\text{-}8)$$

$$f_p = f_u - R\{Q_p\} \ . \qquad (3\text{-}9)$$

Auf die Ableitung weiterer Strainparameter, insbesondere die der sogenannten Strainellipse e_1, e_2, Θ wird bei ***WELSCH*** (1982) eingegangen.

3.2 l-Methode

Ebenso wie bei der Kongruenzuntersuchung können auch bei der Affinitätsanalyse die Verzerrungen $d\ell$ (2-7) datumsinvarianter Funktionen der Koordinaten verwendet werden.

Hierzu werden die funktionalen Beziehungen zwischen den Verzerrungen, d.h. lineare Streckenextension e und Winkelverzerrungen $d\alpha$, mit den Strainparametern e_x (3-5) herangezogen:

$$e = e_{xx}\cos^2 t_{ij} + e_{xy}\sin 2t_{ij} + e_{yy}\sin^2 t_{ij} \qquad (3\text{-}10)$$

$$d\alpha = e_{xy}\left(\cos 2t_{ik} - \cos 2t_{ij}\right) + \frac{1}{2}\left(e_{yy} - e_{xx}\right)\left(\sin 2t_{ik} - \sin 2t_{ij}\right) \qquad (3\text{-}11)$$

(t_{ij}, t_{ik} Richtungswinkel von P_i nach P_j bzw. P_i nach P_k).

Die Verzerrungen e und $d\alpha$ werden in $d\ell$ vereinigt und als "Beobachtungen"

$$d\ell + v_{dl} = H_{dl} e_x \ , \quad P_{dl} = Q_{dl}^+ \qquad (3\text{-}12)$$

betrachtet.

Mit Hilfe der quadratischen Form

$$q_{v_{dl}} = v_{dl}^T P_{dl} v_{dl} = q_{v_u} \qquad (3\text{-}13)$$

wird die Nullhypothese der Richtigkeit des Deformationsmodells (3-12)

$$H_0 : E\{d\ell - H_{dl} e_x\} = O \qquad (3\text{-}14)$$

getestet.

Bezüglich der Parameter e_x werden nach beiden Methoden identische Ergebnisse erhalten. Die quadratischen Formen q_{v_u} und $q_{v_{dl}}$ sind gegenüber Festkörperbewegungen invariant.

4. FINITE ELEMENTE UND TEILNETZE

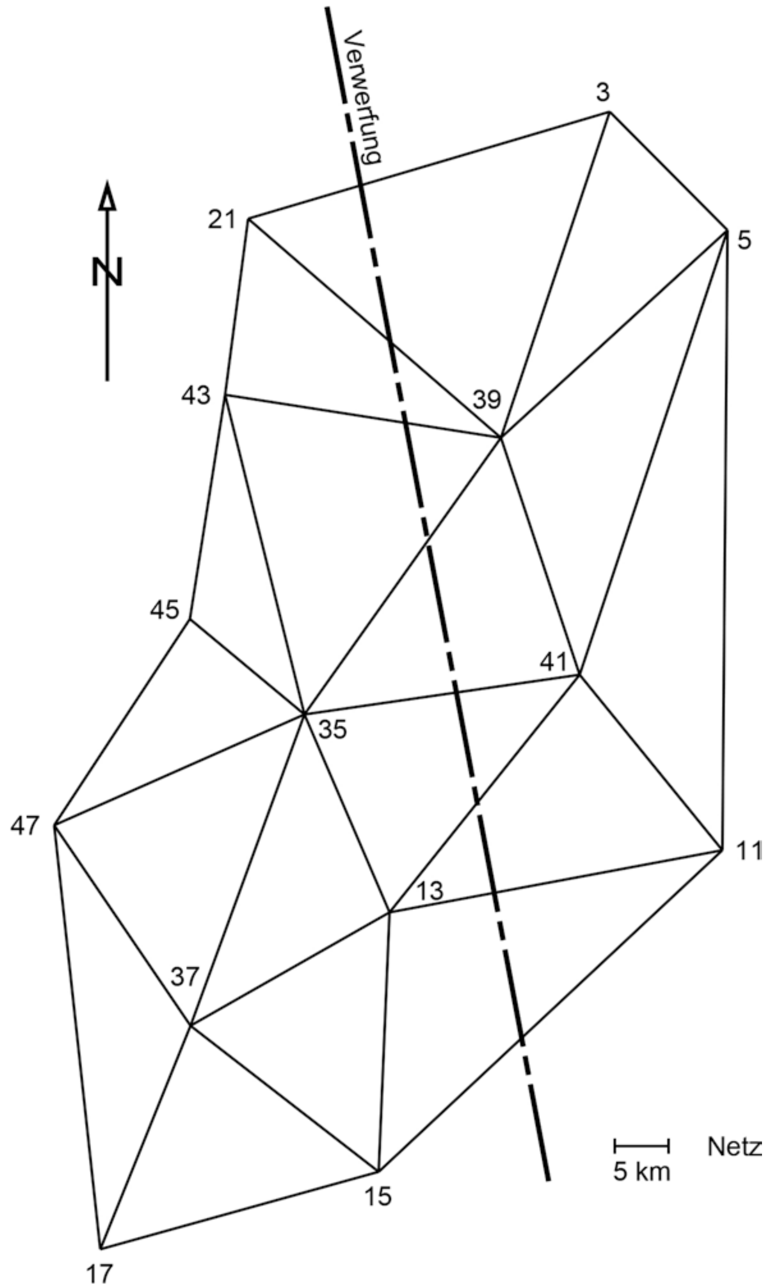


Fig. 4 Einteilung eines Netzes in finite Elemente (Dreiecke)

Um einen besseren Einblick in die innerhalb eines Netzes aufgetretenen Deformationen zu bekommen, ist eine bereichsweise Untersuchung hilfreich. Hierzu teilt man das Netz in einzelne Dreiecke (finite Elemente) oder in Teilnetze ein, um deren Verformungsverhalten im einzelnen studieren zu können.

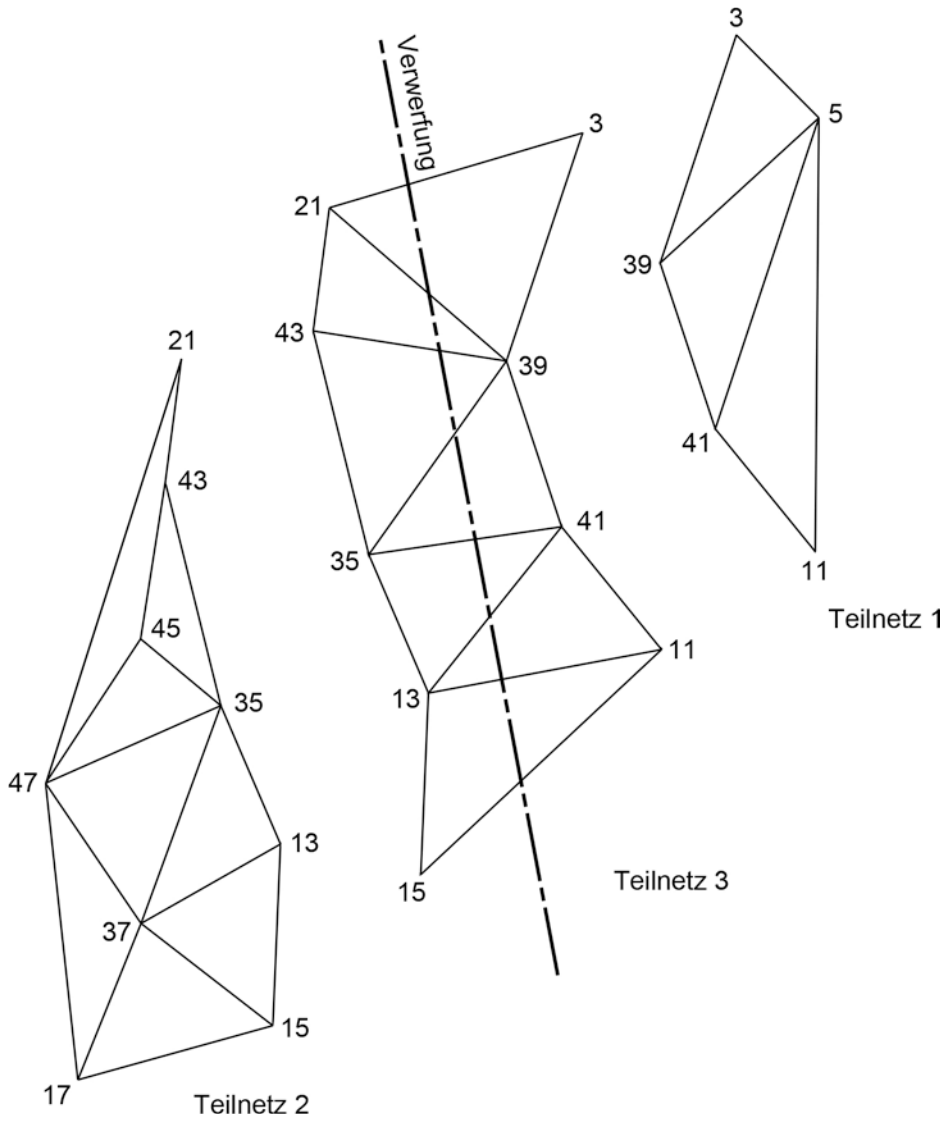


Fig. 5 Einteilung eines Netzes in Teilnetze

Die Analysegleichungen sind im wesentlichen schon bereitgestellt. Es ergeben sich jedoch noch einige Erweiterungen.

4.1 Beobachtungsgleichungen

Je nach Methode sind die "Beobachtungsgleichungen" mit den Gleichungen (3-3) bzw. (3-12) bereitgestellt. Wenn die Beobachtungen mit $\mathscr{b}$, die Funktionalmatrizen mit $\mathscr{H}$ und die Parameter mit $\mathscr{p}$ bezeichnet werden, lauten sie in Kurzform

$$\mathscr{b} = \mathscr{H} \cdot \mathscr{p} \; . \qquad (4\text{-}1)$$

4.2 Bedingungsgleichungen

Es ist festzustellen, daß die einzelnen zu untersuchenden Dreiecke bzw. Teilnetze nicht unabhängig voneinander sind. Aus den gegenseitigen Korrelationen ergeben sich deshalb die folgenden Bedingungsgleichungen.

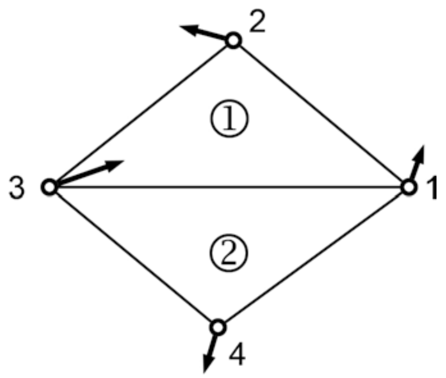


Fig. 6 Zu den Koordinaten-Bedingungsgleichungen

Bei Anwendung der x-Methode wirken sich die Koordinatenänderungen der Punkte 1 und 3 der Figur 6 sowohl auf die für das Dreieck 1 zu bestimmenden Parameter aus als auch auf die des Dreiecks 2. Dies führt zu den Koordinaten-Bedingungsgleichungen

$$\underset{\textcircled{1}}{u_{x.i}} = \underset{\textcircled{2}}{u_{x.i}} \quad \text{und} \quad \underset{\textcircled{1}}{u_{y.i}} = \underset{\textcircled{2}}{u_{y.i}} \quad , \quad i = 1,3 \qquad (4\text{-}2)$$

Über die Gleichungen (4-2) sind die Parameter $\mathscr{p}$ der beiden Dreiecke verknüpft, und es gelingt, aus 2·4 = 8 Koordinatenänderungen die erforderlichen 2·6 = 12 Parameter zu bestimmen.

Für den Fall, daß die Parameter nicht überbestimmt sind, erübrigt sich die Berücksichtigung einer Gewichtsmatrix $\mathcal{P}_u$.

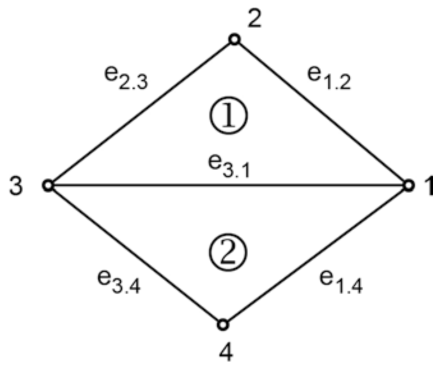


Fig. 7 Zur Seiten-Bedingungsgleichung

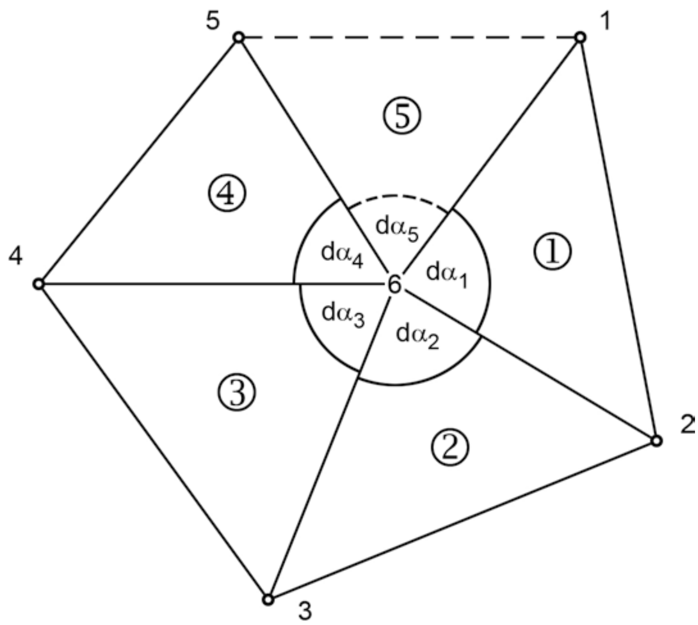


Fig. 8 Zur Horizont-Bedingungsgleichung

Bei Anwendung der l-Methode führt die Überlegung, daß sich die Streckenverzerrung $e_{3.1}$ auf die Bestimmung der Parameter des Dreiecks 1 sowohl als auch des Dreiecks 2 auswirkt auf die Seiten-Bedingungsgleichung

$$\underset{\textcircled{1}}{e_{3.1}} = \underset{\textcircled{2}}{e_{3.1}} \;, \qquad (4\text{-}3)$$

die es zusammen mit den 5 Beobachtungsgleichungen ermöglicht, die erforderlichen 6 Strainparameter für die beiden Dreiecke zu bestimmen.

Im Falle eines Zentralsystems tritt die Horizont-Bedingungsgleichung

$$d\alpha_5 + (d\alpha_1 + d\alpha_2 + d\alpha_3 + d\alpha_4) = 0 \qquad (4\text{-}4)$$

auf.

4.3 Anwendung auf Teilnetze und komplexere Modelle

Im folgenden sollen die Einzelelemente auf zwei typische Deformationsmodelle angewendet werden.

Im ersten Modell bewegen sich zwei tektonische Blöcke in entgegengesetzten Richtungen aneinander vorbei. Sie berühren sich an der Verwerfung V , sind aber dort - z. B. durch Reibung - so aneinander gekoppelt, daß es nicht zu

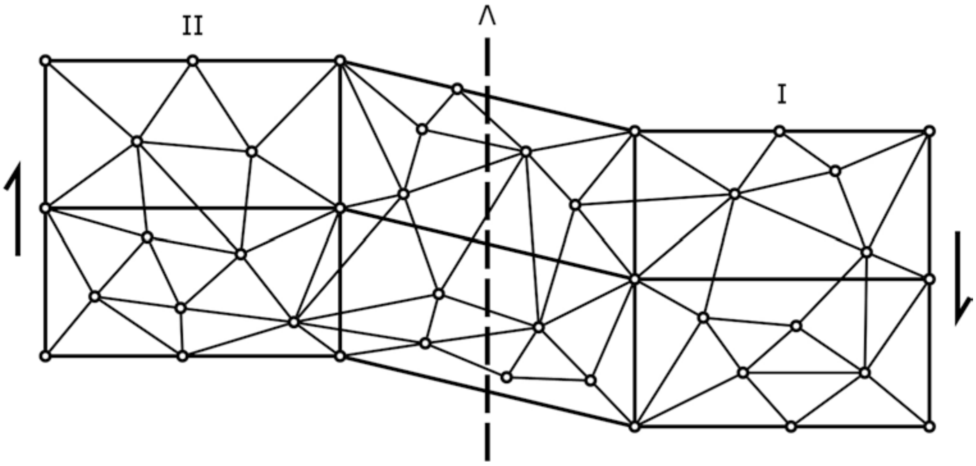


Fig. 9 Deformationsmodell: Blockbewegung und Strain-Akkumulation

einer offenkundigen, der Blockbewegung entsprechenden "Blattverschiebung" kommt; im Umgebungsbereich der Verwerfung verformt sich vielmehr die Erdkruste (Strain-Akkumulation). Ein geodätisches Überwachungsnetz überdeckt den gesamten Bereich.

Das Deformationsverhalten der einzelnen Netzteile wird verschieden sein. In den Übergangszonen treten jedoch Verknüpfungen auf, die zu der folgenden Modellvorstellung führen

$$\begin{vmatrix} \mathcal{b}_{I} \\ \mathcal{b}_{V} \\ \mathcal{b}_{II} \\ \mathcal{O} \\ \mathcal{O} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathcal{H}_{I} & \mathcal{O} & \mathcal{O} \\ \mathcal{O} & \mathcal{H}_{V} & \mathcal{O} \\ \mathcal{O} & \mathcal{O} & \mathcal{H}_{II} \\ \mathcal{H}_{I.V} & -\mathcal{H}_{I.V} & \mathcal{O} \\ \mathcal{O} & \mathcal{H}_{II.V} & -\mathcal{H}_{II.V} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \mathcal{p}_{I} \\ \mathcal{p}_{V} \\ \mathcal{p}_{II} \end{vmatrix} \; , \; \mathcal{P}_{b} \; . \qquad (4\text{-}5)$$

Im zweiten Modell liegt eine reine Blattverschiebung vor.

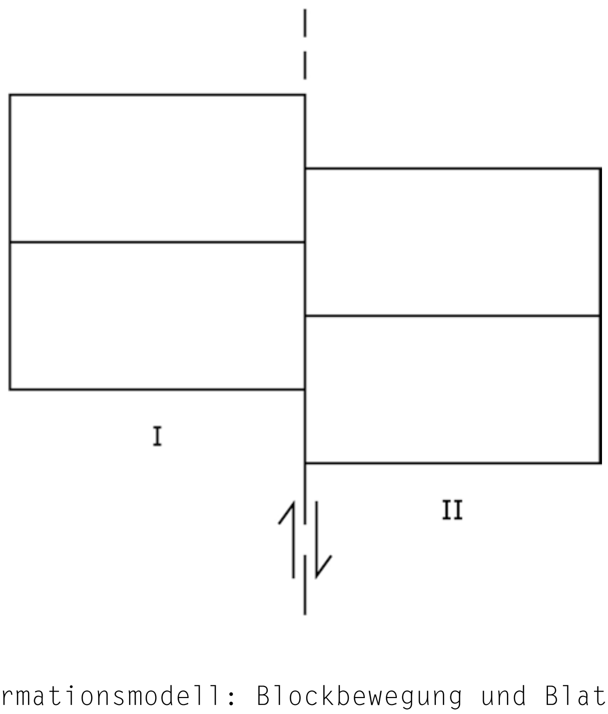


Fig. 10 Deformationsmodell: Blockbewegung und Blattverschiebung

Da bei diesem Beispiel keine Übergangszone besteht, vereinfacht sich Modell (4-5) zu

$$\begin{vmatrix} \mathscr{b}_{I} \\ \mathscr{b}_{II} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathcal{H}_{I} & \mathcal{O} \\ \mathcal{O} & \mathcal{H}_{II} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \mathscr{p}_{I} \\ \mathscr{p}_{II} \end{vmatrix} \ , \ \mathcal{P}_{b} \ . \tag{4-6}$$

Derartige Modellvorstellungen können als Ansatzpunkt einer verbesserten und umfassenden Darstellung kinematischer Netze dienen.

5. AUSBLICK

In der vorliegenden Arbeit wurde es unternommen, einige Methode zur Untersuchung kongruenter und affiner Beziehungen in geodätischen Überwachungsnetzen zur Ermittlung und Beschreibung von Deformationen darzustellen. Die Untersuchung mehr oder minder komplizierter Bewegungsmuster der Erdkruste oder anderer Objekte, die mit Hilfe geodätischer Netze überwacht werden, ist eine wissenschaftliche Aufgabe, die nicht schematisch, sondern nur individuell ausgeführt werden kann. Ebenso wie in anderen Bereichen der Wissenschaft muß das Instrumentarium des Analytikers vielfältig und flexibel sein, um die Vielfalt der möglichen Erscheinungen erfassen zu können.

6. ANALYSEERGEBNISSE IM TESTNETZ

Die Darstellung und Beschreibung der Analyseergebnisse des simulierten Testnetzes soll kurz und tabellarisch erfolgen.

6.1 Genauigkeitsanalyse des Beobachtungsmaterials

Mit Hilfe von Varianzschätzungsverfahren wurden folgende Standardabweichungen für die einzelnen Epochen geschätzt:

Epoche	Richtungen [mgon]	Strecken [mm]
1	0.16	7.9
2A	0.11	105.8
2B	0.11	107.6
3A	0.11	101.6
3B	0.10	111.3

Tab. 1 Ergebnisse der Varianzenschätzung

Die Deformationsanalysen wurden jedoch mit den vorgegebenen Standardabweichungen ($s_r = \pm 0.1$ mgon; $s_{s.1} = \pm 10$ mm, $s_{s.2A\text{-}3B} = \pm 80$ mm) durchgeführt.

Figur 11 stellt den identischen Punktverband dar und seine Einteilung in die Teilnetze 1, 2 und 3.

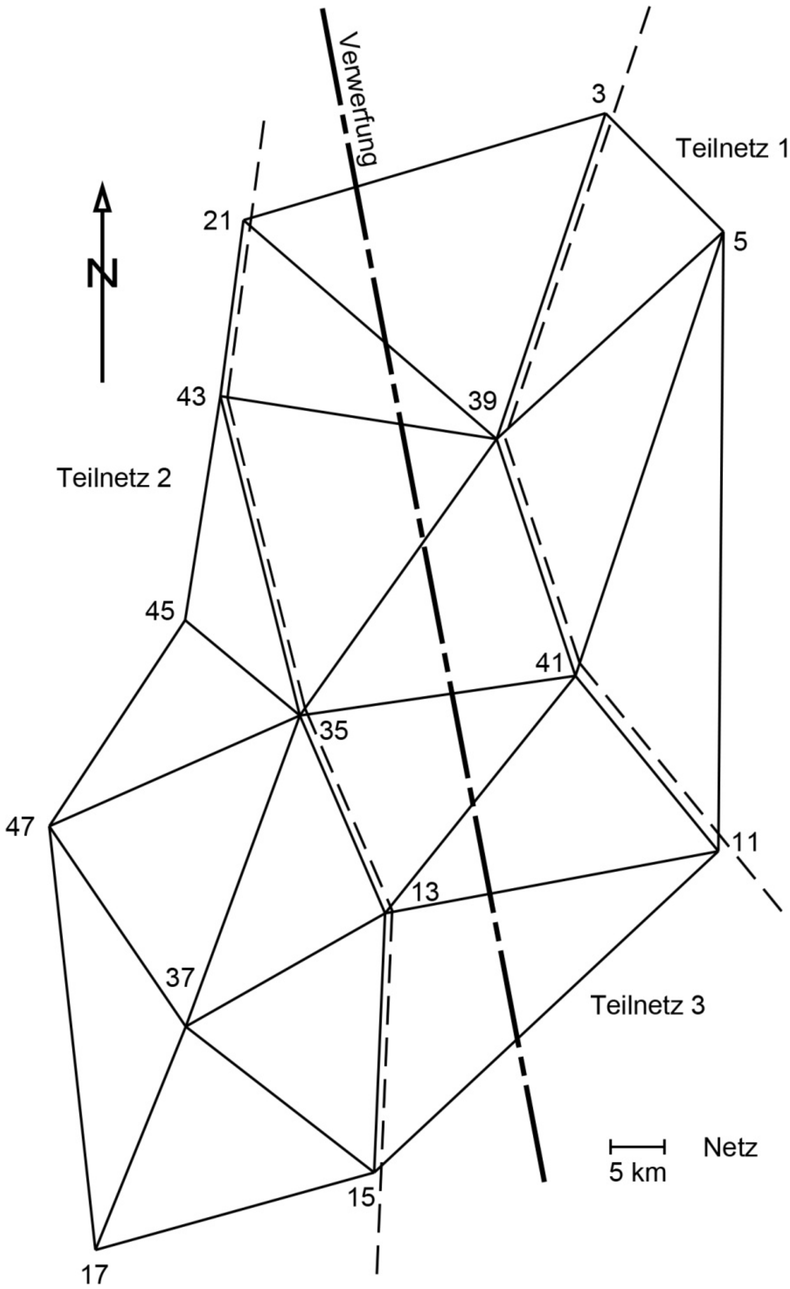


Fig. 11 Identischer Punktverband und seine Einteilung in Teilnetze

6.2 Epochenvergleich 1 - 2A

Der Vergleich der Epochen 1 - 2A ist etwas ausführlicher dargestellt, da er der interessanteste zu sein scheint.

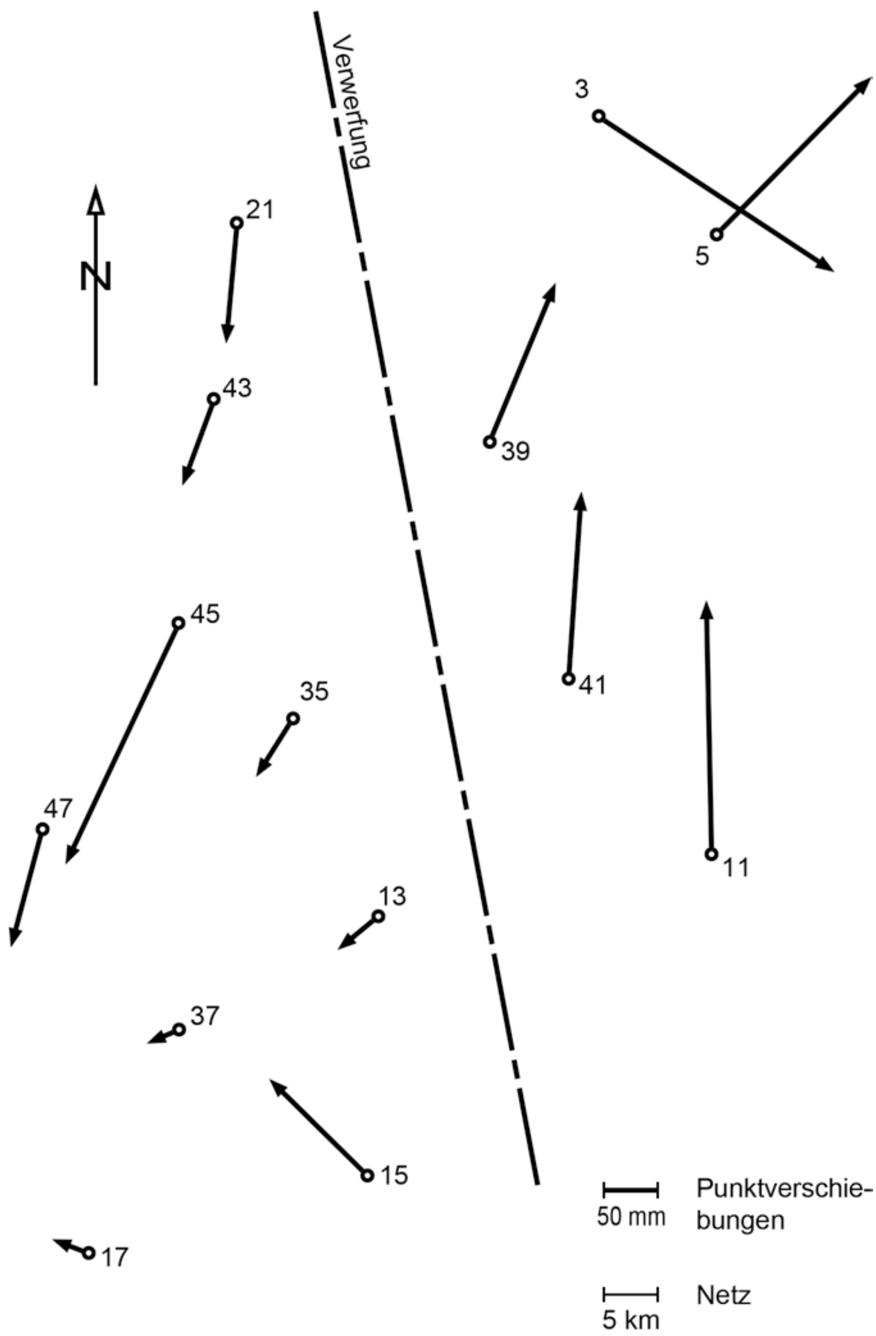


Fig. 12 Punktverschiebungsfeld 1 - 2A

In den Figuren 12 - 14 sind Analyseergebnisse des Epochenvergleichs 1 - 2A aufgeführt. Dabei wird in Figur 14 deutlich sichtbar, daß nach Elimination der Einzelpunktbewegungen 3 und 45 die Elemente des Teilnetzes 3 nahezu homogenen Strain aufweisen, der im Dreieck 11 - 13 - 15 wegen der unregel-

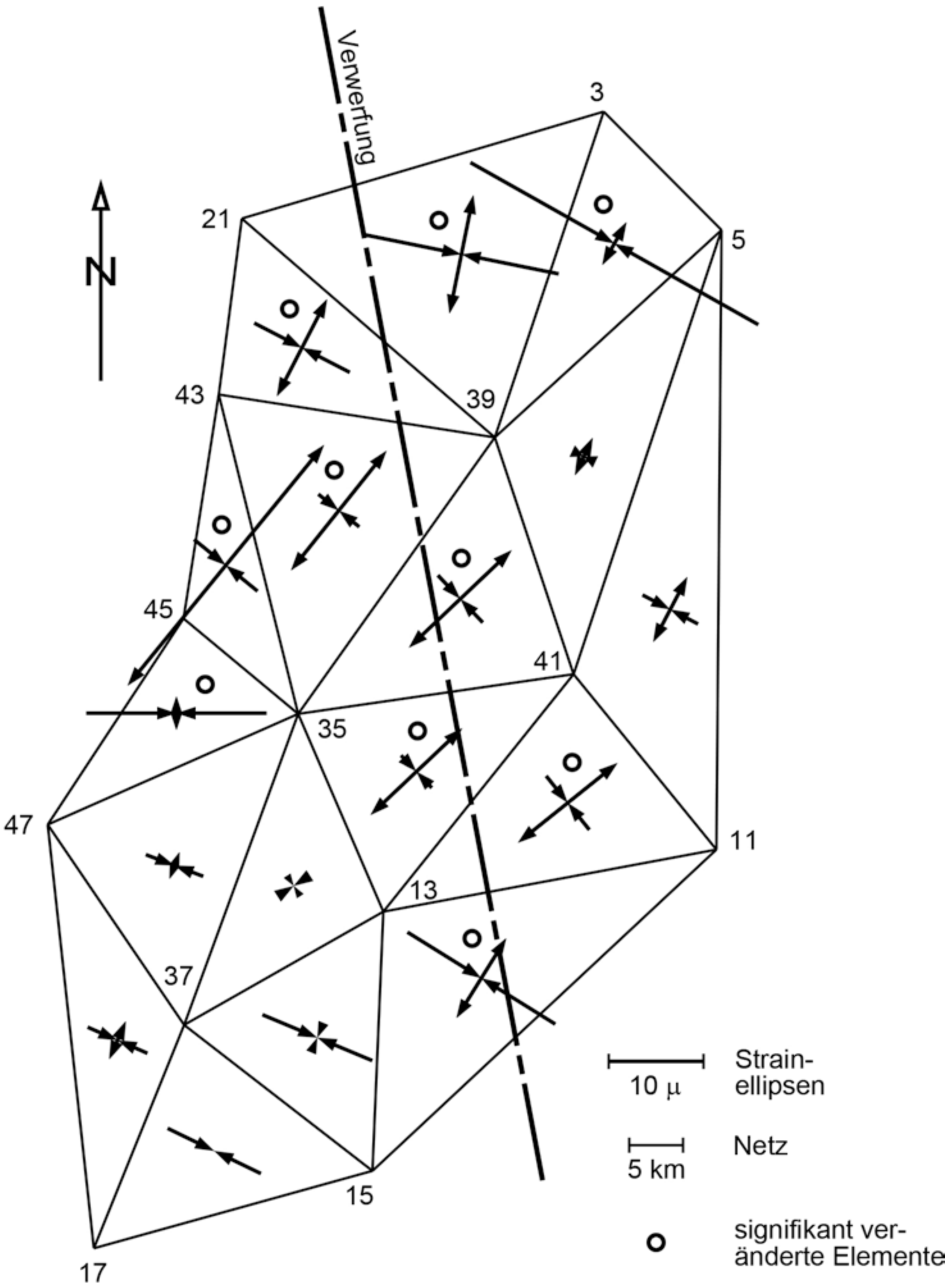


Fig. 13 Strainanalyse der finiten Elemente für die Vergleichsepochen 1 - 2A

mäßigen, aber noch nicht signifikant abweichenden Bewegung des Punktes 15 am meisten gestört wird.

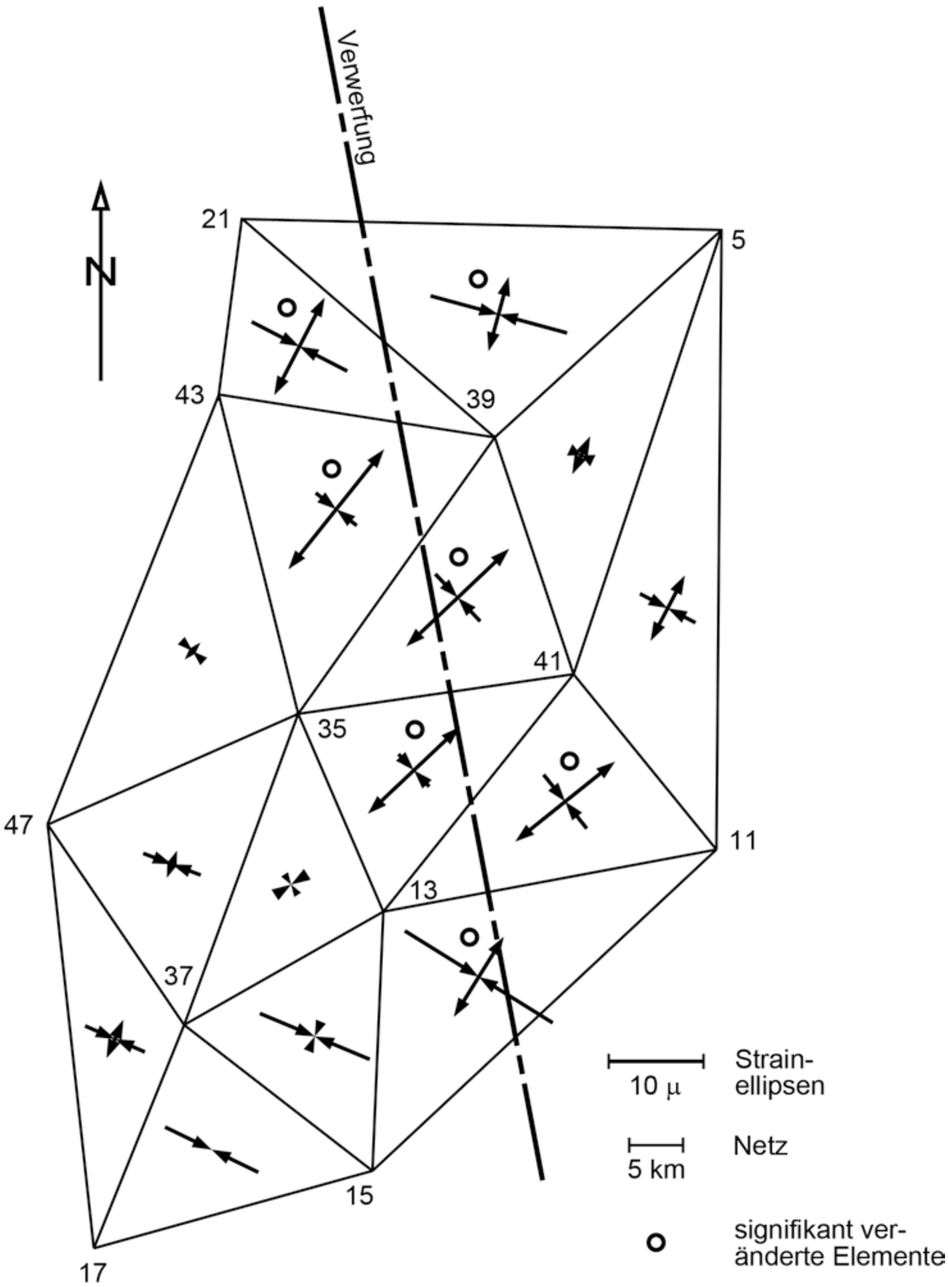


Fig. 14 Strainanalyse der finiten Elemente ohne Punkt 3 und 45 für die Vergleichsepochen 1 - 2A

Tabelle 2a und 2b enthalten numerische Details.

Vergleichsepochen	Netz bzw. Teilnetz	Kongruenztest Quotient	Kongruenztest Fraktile	Kongruenztest sign. ? (2-6) bzw. (2-12)
1	ganzes Netz	7.5	1.5	ja
	Teilnetz 1	8.0	2.0	ja
	Teilnetz 2 ohne Pkt. 3	1.0	2.2	nein
	Teilnetz 2	3.1	1.7	ja
2-A	Teilnetz 2 ohne Pkt. 45	1.0	1.7	nein
	Teilnetz 3	7.9	1.7	ja
	Teilnetz 3 ohne Pkt. 3	6.3	1.7	ja

Tab. 2a Ergebnisse der "globalen" Kongruenztests

Netz bzw. Teilnetz	Deformationsmodell-Test Quotient	Deformationsmodell-Test Fraktile	Deformationsmodell-Test sign.? (3-6) bzw. (3-14)	Deformationsparameter f.Teilnetz bzw. Pkt.	e_1 (10^{-6})	e_2 (10^{-6})	Θ (gon)	t_x (cm)	t_y (cm)	$\|t\|$ (cm)
ganzes Netz	1.0	1.7	nein	TN 1 o.Pkt.3	–	–	–	0.0	0.0	0.0
				TN 2 o.Pkt.45	–	–	–	-23.4	- 7.5	24.6
				Pkt. 3	–	–	–	-25.9	9.3	27.5
				Pkt. 45	–	–	–	-36.7	-14.2	39.3
TN 3 o.Pkt. 3	1.4	1.9	nein	TN 3 o.Pkt.3	6.1	-3.5	46.2	–	–	–

$$t = \left(t_x^2 + t_y^2\right)^{1/2}$$

Tab. 2b Numerische Einzelergebnisse

Tab. 2 Vergleich der Epochen 1 - 2A

Die zusammenfassende Analyse ergibt folgendes Bild: nach Ausscheiden der Punkte 3 und 45, die sich einzeln und irregulär bewegt haben, sind die Teilnetze 1 und 2 kongruent geblieben. Sie haben sich aber relativ zueinander um $t_x = -23.4$ cm und $t_y = -7.5$ cm $(|t| = 24.6$ cm$)$ bewegt. Will man Teilnetz 3 noch gesondert analysieren, so ist eine homogene affine Verformung (nach Anschluß des Punktes 3) festzustellen. Es handelt sich, insgesamt betrachtet, um das Modell (4-6), da alle Punkte des Teilnetzes 3, das keine

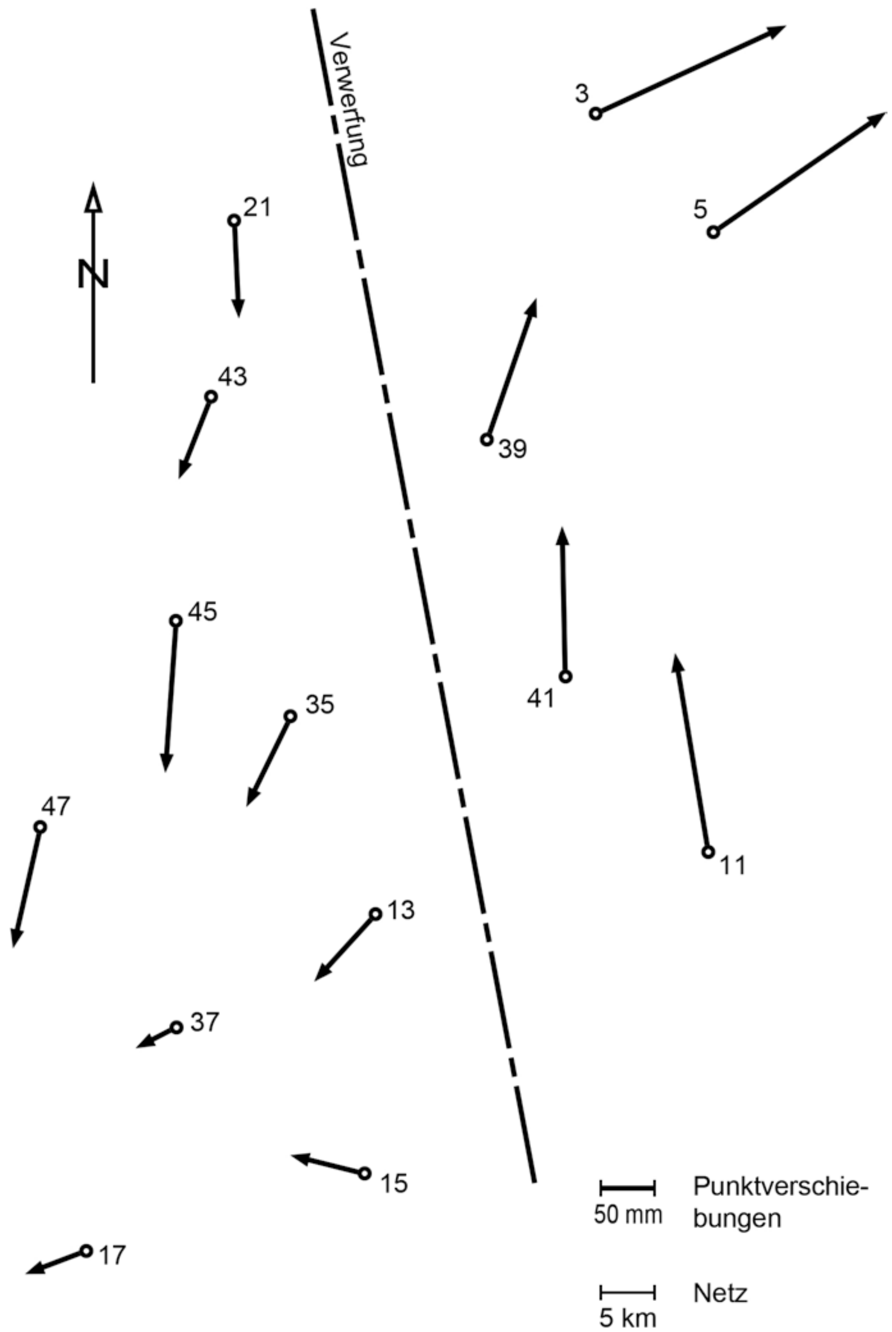


Fig. 15 Punktverschiebungsfeld 1 - 2B

selbständige Einheit bildet, den beiden anderen Teilnetzen angehören.

6.3 Epochenvergleich 1 - 2B

Der Vergleich der Epochen 1 - 2B gestaltet sich einfacher (siehe auch Fig. 15).

Vergleichsepochen	Netz bzw. Teilnetz	Kongruenztest		
		Quotient	Fraktile	sign. ? (2-6) bzw. (2-12)
1	ganzes Netz	3.8	1.5	ja
	Teilnetz 1	1.1	2.0	nein
	Teilnetz 2	0.6	1.7	nein
2-B	Teilnetz 3	5.5	1.7	ja

Tab. 3a Ergebnisse der "globalen" Kongruenztests

Netz bzw. Teilnetz	Deformationsmodell-Test			Deformationsparameter						
	Quotient	Fraktile	sign.? (3-6) bzw. (3-14)	f.Teilnetz bzw. Pkt.	e_1 (10^{-6})	e_2 (10^{-6})	Θ (gon)	t_x (cm)	t_y (cm)	$\|t\|$ (cm)
ganzes Netz	0.7	1.6	nein	TN 1	–	–	–	0.0	0.0	0.0
				TN 2	–	–	–	-22.4	-6.3	23.3
Teilnetz 3	1.4	1.8	nein	TN 3	5.2	-3.2	45.2	–	–	–

$$t = \left(t_x^2 + t_y^2\right)^{1/2}$$

Tab. 3b Numerische Einzelergebnisse

Tab. 3 Epochenvergleich 1 - 2B

Es wird klar, daß nur eine reine Blattverschiebung ohne gesonderte Einzelpunktbewegungen stattgefunden hat.

6.4 Epochenvergleich 1 - 3A

Die Blockbewegungen zwischen den Epochen 1 und 3A sind größer und ebenfalls nicht durch Einzelpunktbewegungen gestört.

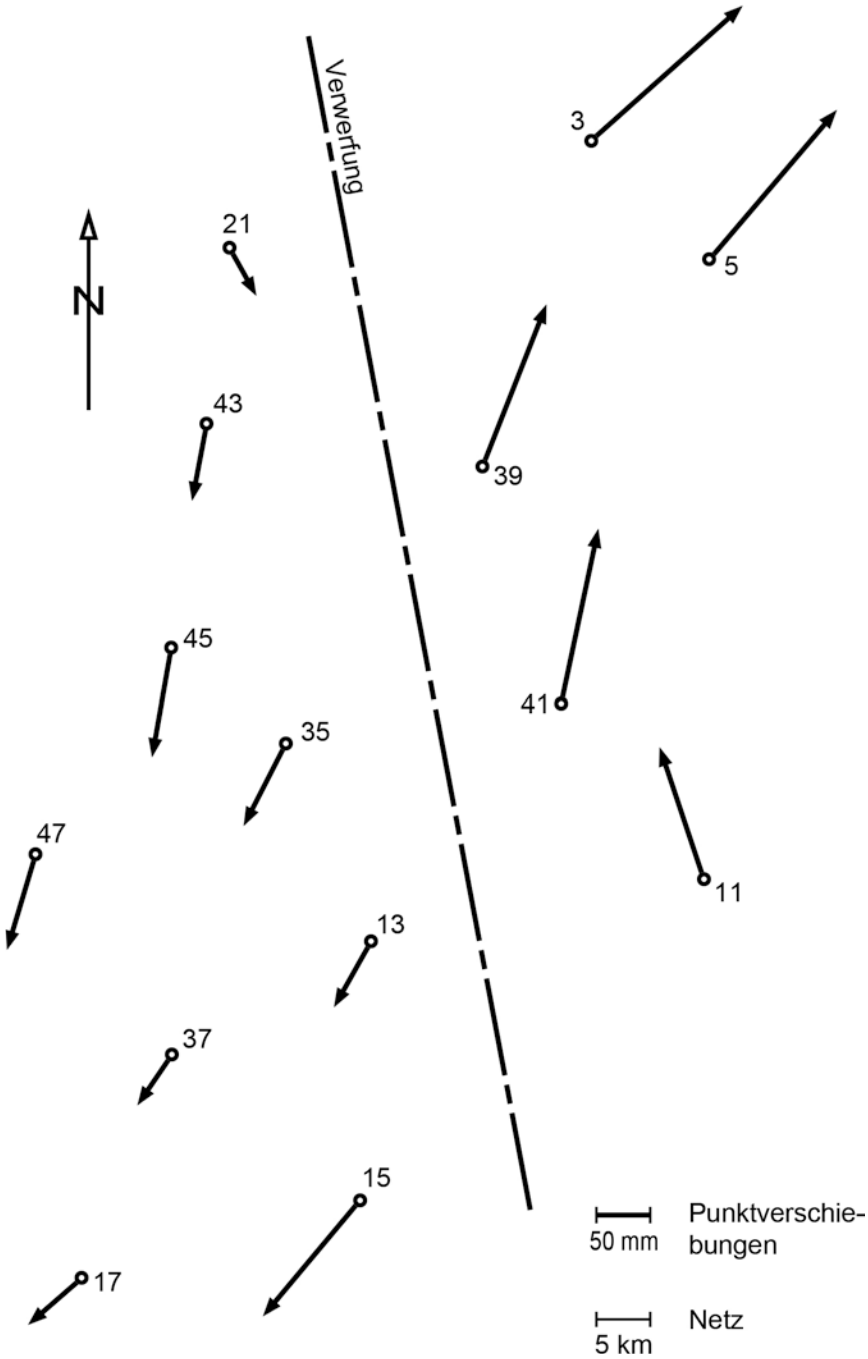


Fig. 16 Punktverschiebungsfeld 1 - 3A

Vergleichsepochen	Netz bzw. Teilnetz	Kongruenztest		
		Quotient	Fraktile	sign. ? (2-6) bzw. (2-12)
1	ganzes Netz	13.2	1.5	ja
	Teilnetz 1	1.2	2.0	nein
	Teilnetz 2	1.4	1.7	nein
3-A	Teilnetz 3	20.5	1.7	ja

Tab. 4a Ergebnisse der "globalen" Kongruenztests

Netz bzw. Teilnetz	Deformationsmodell-Test			Deformationsparameter						
	Quotient	Fraktile	sign.? (3-6) bzw. (3-14)	f.Teilnetz bzw. Pkt.	e_1 (10^{-6})	e_2 (10^{-6})	Θ (gon)	t_x (cm)	t_y (cm)	$\|t\|$ (cm)
ganzes Netz	1.4	1.6	nein	TN 1	–	–	–	0.0	0.0	0.0
				TN 2	–	–	–	-43.7	-11.2	45.2
Teilnetz 3 o.Pkt.3,11	0.7	2.0	nein	TN 3 o.Pkt.3,11	13.8	-4.5	48.8	–	–	–

$t = \left(t_x^2 + t_y^2\right)^{1/2}$

Tab. 4b Numerische Einzelergebnisse

Tab. 4 Epochenvergleich 1 - 3A

Die Homogenität des Strains in Teilnetz 3 ist erst nach Elimination der Punkte 3 und 11 gegeben. Insofern ist das Bewegungsmuster etwas unruhiger.

6.5 Epochenvergleich 1 - 3B

Es gelten die gleichen Bemerkungen wie zum Epochenvergleich 1 - 3A; nur daß hier das Bild eines homogenen Strains im Teilnetz 3 durch die Punkte 3 und 15 gestört wird.

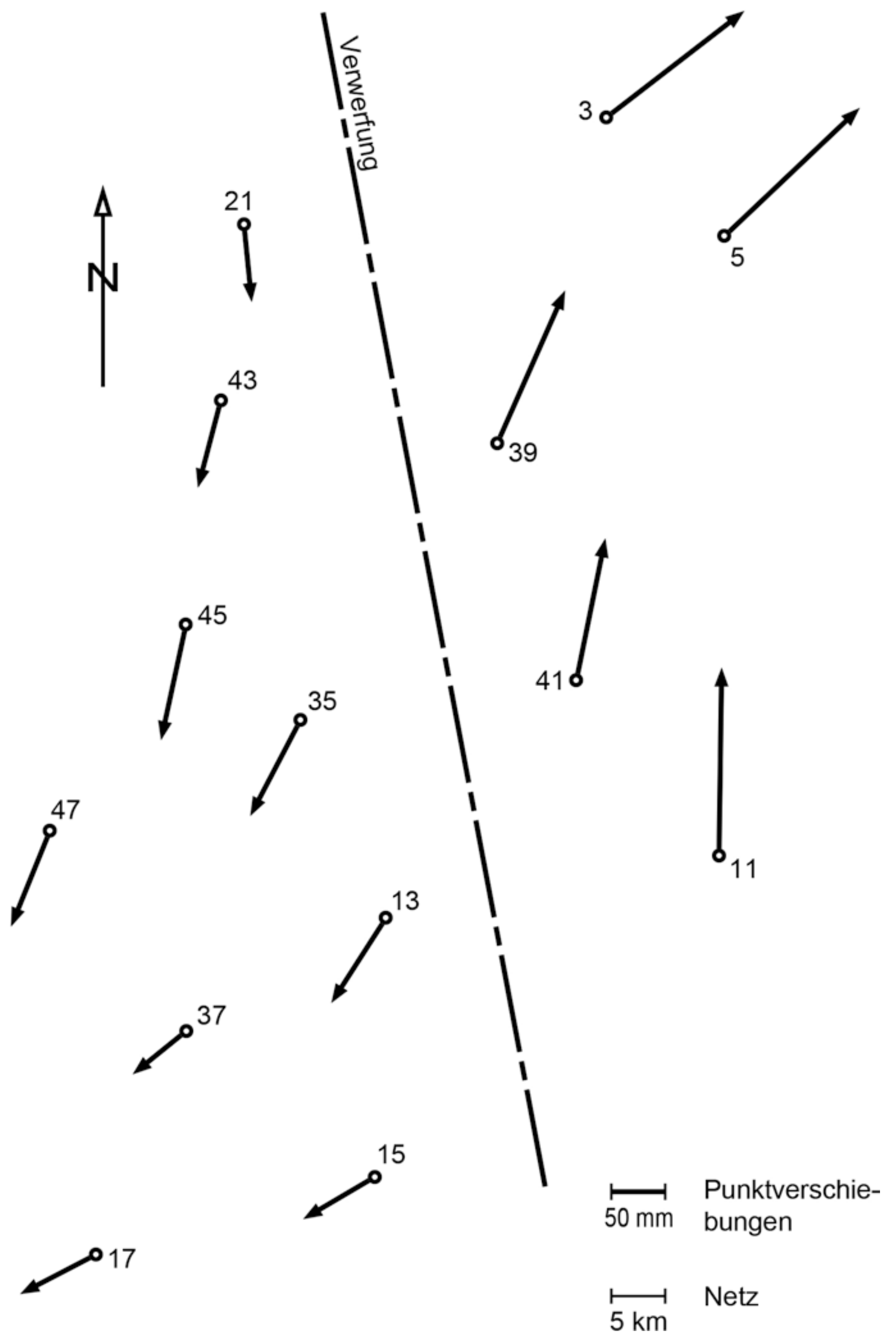


Fig. 17 Punktverschiebungsfeld 1 - 3B

Vergleichsepochen	Netz bzw. Teilnetz	Kongruenztest		
		Quotient	Fraktile	sign. ? (2-6) bzw. (2-12)
1	ganzes Netz	12.9	1.5	ja
	Teilnetz 1	1.1	2.0	nein
	Teilnetz 2	0.7	1.7	nein
3-B	Teilnetz 3	20.0	1.7	ja

Tab. 5a Ergebnisse der "globalen" Kongruenztests

Netz bzw. Teilnetz	Deformationsmodell-Test			Deformationsparameter						
	Quotient	Fraktile	sign.? (3-6) bzw. (3-14)	f.Teilnetz bzw. Pkt.	e_1 (10^{-6})	e_2 (10^{-6})	Θ (gon)	t_x (cm)	t_y (cm)	$\|t\|$ (cm)
ganzes Netz	0.8	1.6	nein	TN 1	–	–	–	0.0	0.0	0.0
				TN 2	–	–	–	-43.9	-15.1	46.4
Teilnetz 3 o.Pkt.3,15	1.5	2.0	nein	TN 3 o.Pkt.3,15	14.4	-3.9	50.5	–	–	–

$t = \left(t_x^2 + t_y^2\right)^{1/2}$

Tab. 5b Numerische Einzelergebnisse

Tab. 5 Epochenvergleich 1 - 3B

6.6 Zusammenfassende Darstellung

In der folgenden Übersichtstabelle sind die wesentlichen Ergebnisse zusammenfassend dargestellt. Dabei sind die Bewegungen des Teilnetzes 2 Relativbewegungen, bezogen auf Teilnetz 1.

Teilnetz / Periode	Teilnetz 2 t_x (cm)	t_y (cm)	$\|t\|$ (cm)	Teilnetz 3 e_1 (10^{-6})	e_2 (10^{-6})	Θ (gon)	Bemerkungen
1 - 2A	-23.4	- 7.5	24.6	6.1	-3.5	46.2	Fußnote 1
1 - 2B	-22.4	- 6.3	23.3	5.2	-3.2	45.2	
1 - 3A	-43.7	-11.2	45.2	13.8	-4.5	48.8	Fußnote 2
1 - 3B	-43.9	-15.1	46.4	14.4	-3.9	50.5	Fußnote 3

1) Irreguläre Einzelpunktbewegungen der Punkte 3 und 45 stören die Kongruenz der Teilnetze 1 und 2.

2) Die Veränderungen der Punkte 3 und 11 stören die Homogenität des Strains in Teilnetz 3.

3) Die Veränderungen der Punkte 3 und 15 stören die Homogenität des Strains in Teilnetz 3.

Tab. 6 Zusammenfassende Darstellung der Blockbewegungen

7. LITERATUR

BÄHR, H.-G., 1978: ***Äquivalenzbeziehungen für die Auswertung geodätischer Messungen.*** Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C, Heft 242, München 1978

MIERLO, J. van, 1978: ***A testing procedure for analyzing geodetic deformation measurements.*** II. International Symposium on Deformation Measurements and Geodetic Methods, Bonn 1978

NIEMEIER, W., 1976: ***Grundprinzip und Rechenformeln einer strengen Analyse geodätischer Deformationsmessungen.*** VII. Internationaler Kurs für Ingenieurvermessungen hoher Präzision, Darmstadt 1976

NIEMEIER, W., 1979: ***Zur Kongruenz mehrfach beobachteter geodätischer Netze.*** Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover, Nr. 88, Hannover 1979

PELZER, H., 1971: ***Zur Analyse geodätischer Deformationsmessungen.*** Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C, Heft 164, München 1971

WELSCH, W., 1981: ***Description of homogeneous horizontal strains and some remarks to their analysis.*** IAG Symposium on Geodetic Networks and Computations, Deutsche Geodätische Kommission, Reihe B, Heft 258/V, S. 188-205, München 1981

WELSCH, W., 1982: ***Finite element analysis of strain patterns from geodetic observations across a plate margin.*** IAG Symposium on Recent Crustal Movements and Phenomena Associated with Earthquakes and Volcanism, Tokyo 1982

WELSCH, W., 1983: ***On the capability of finite element strain analysis as applied to deformation investigations.*** XVII. FIG International Congress, paper 608.5, Sofia 1983

A N H A N G

Simuliertes Beobachtungsmaterial für das Testnetz zur Deformationsanalyse

Die Simulationen wurden von Ir. J.J. Kok, University of Technology, Delft, durchgeführt.

Um einen klaren Vergleich der Analyseergebnisse der einzelnen Forschungsgruppen zu ermöglichen, sollten die für die Ausgleichungen benötigten Beobachtungsgewichte aus den folgenden Standardabweichungen abgeleitet werden:

Epoche	Richtungen	Strecken
1	$\sigma_r = \pm\ 0.1$ mgon	$\sigma_s = \pm\ 0.01$ m
2A, 2B 3A, 3B	$\sigma_r = \pm\ 0.1$ mgon	$\sigma_s = \pm\ 0.08$ m

Grobe Fehler wurden in die Simulation nicht eingebaut.

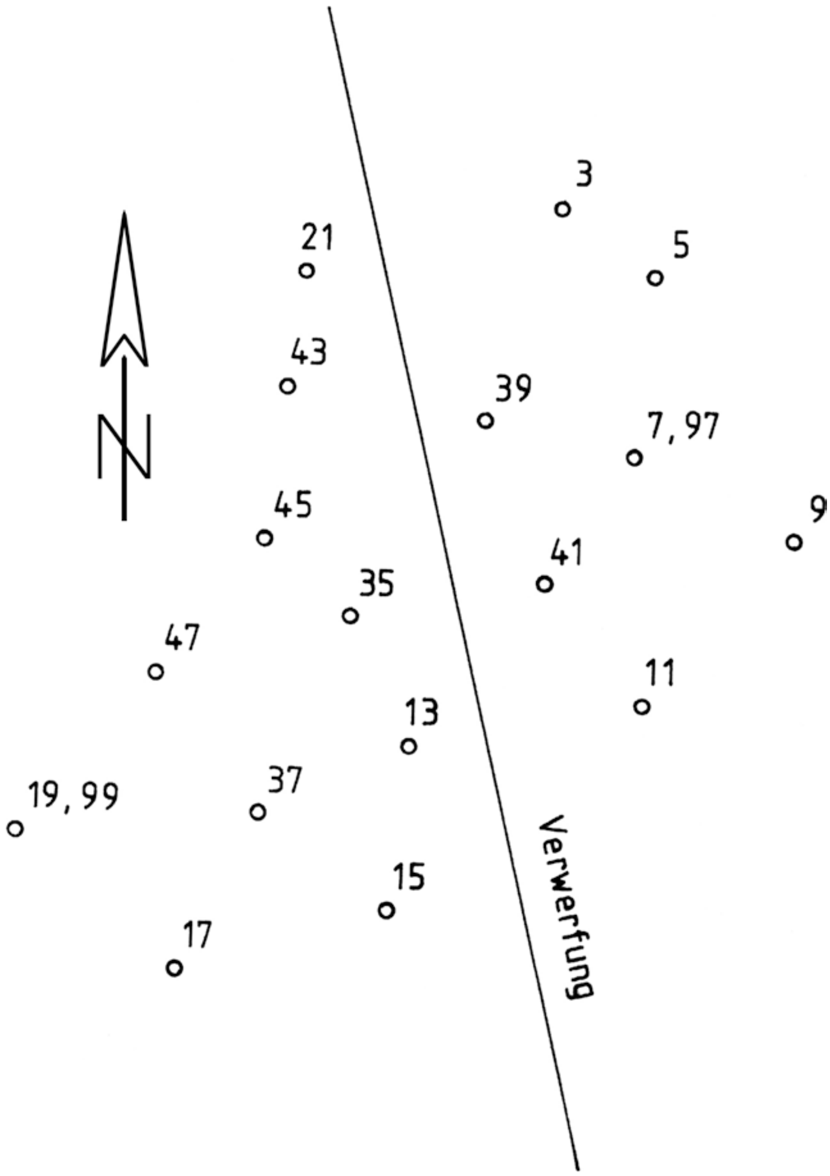
Mit den simulierten Daten sollten die Vergleiche durchgeführt werden:

Epoche 1 - Epoche 2A
Epoche 1 - Epoche 2B
Epoche 1 - Epoche 3A
Epoche 1 - Epoche 3B

Für Deformationsmodelle sind folgende Möglichkeiten gegeben:

- Einzelpunktbewegungen
- relative Starrkörperbewegungen der durch eine Verwerfung sich ergebenden Teilnetze (siehe Abbildung)
- Kombination beider Möglichkeiten

Die Punkte 7 und 19 wurden nach der Null-Messung in Epoche 1 zerstört. Sie wurden durch die Punkte 97 und 99 in ihrer Nachbarschaft ersetzt. Punkt 9 ist nicht in Epoche 1 verwendet worden.



Punktauftrag und Lage der Verwerfung im Testnetz

EPOCH 1

Approximate values of the coordinates

3	3710.0	91680.0
5	15980.0	81690.0
11	15600.0	21600.0
39	-6390.0	61040.0
41	2240.0	38700.0
13	-15350.0	15660.0
15	-18220.0	-7150.0
17	-46450.0	-15850.0
21	-31170.0	81820.0
35	-24130.0	33610.0
37	-35500.0	6060.0
43	-33140.0	65630.0
45	-35850.0	44120.0
47	-49930.0	25210.0
7	13860.0	56320.0
19	-68270.0	2830.0

Directions

3	5	.00000
3	7	38.70238
3	39	76.76921
3	21	138.95895
5	7	.00000
5	39	47.23662
5	3	138.19458
7	11	.00000
7	41	40.30341
7	39	117.76628
7	3	185.39201
7	5	208.49537
11	13	.00000
11	41	69.84912
11	7	108.88367
13	15	.00000
13	37	63.72690
13	47	109.18564
13	35	163.07040
13	41	233.54305
13	11	279.96033
15	17	.00000
15	37	60.58374
15	13	127.00024
17	19	.00000
17	37	84.43134
17	15	135.89454
19	47	.00000
19	37	50.04137
19	17	101.36982
21	3	.00000
21	39	61.96381
21	43	125.24703
35	39	.00000
35	41	51.31422
35	13	134.49206
35	37	188.37112
35	47	243.41479
35	45	309.99135
35	43	345.99116
37	19	.00000
37	47	65.14453
37	35	131.17260
37	13	177.94981
37	15	247.80650
37	17	335.75977
39	3	.00000
39	5	32.27306
39	7	94.30733
39	41	156.26059
39	35	216.27608
39	45	246.53931
39	43	290.54687
39	21	324.15381
41	35	.00000
41	39	88.67017
41	7	149.25436
41	11	269.91653
41	13	353.65007
43	21	.00000
43	39	103.10978
43	35	174.82938
43	45	200.27006
45	43	.00000
45	39	58.83229
45	35	138.55978
45	47	232.76674
47	45	.00000
47	35	39.21681
47	13	76.40898
47	37	118.14519
47	19	202.95940

Distances

3	5	15822.539
3	39	32261.742
3	21	36246.871
5	7	25458.422
5	39	30444.039
7	41	21106.605
7	39	20792.789
7	11	34763.590
11	13	31514.851
11	41	21700.223
13	15	22989.863
13	37	22319.992
13	47	35874.476
13	35	19982.254
13	41	28987.051
15	17	29540.187
15	37	21750.902
17	19	28723.758
17	37	24493.902
19	47	28934.746
19	37	32928.785
21	39	32339.711
35	41	26856.762
35	37	29804.023
35	47	27133.008
35	45	15742.273
35	43	33263.496
35	39	32666.703
37	47	23978.066
39	41	23948.965
39	45	33973.199
39	43	27140.922
43	45	21680.035
45	47	23576.137

EPOCH 2-A

Approximate values of the coordinates

3	3710.0	91680.0
5	15980.0	81690.0
11	15600.0	21600.0
39	-6390.0	61040.0
41	2240.0	38700.0
13	-15350.0	15660.0
15	-18220.0	-7150.0
17	-46450.0	-15850.0
21	-31170.0	81820.0
35	-24130.0	33610.0
37	-35500.0	6060.0
43	-33140.0	65630.0
45	-35850.0	44120.0
47	-49930.0	25210.0
9	35870.0	45070.0
97	13851.0	56320.5
99	-68265.0	2842.0

Directions

3	5	.00000
3	39	76.76997
3	21	138.95993
5	97	.00000
5	39	47.21338
5	3	138.17097
97	9	.00000
97	41	107.02045
97	39	184.51213
97	5	275.25863
9	11	.00000
9	41	42.73200
9	97	84.72051
11	13	.00000
11	41	69.84937
11	9	157.42272
13	15	.00000
13	37	63.72686
13	35	163.07055
13	41	233.54283
13	11	279.95987
15	17	.00000
15	37	60.58374
15	13	127.00029
17	99	.00000
17	37	84.40381
17	15	135.86691
99	47	.00000
99	37	50.05472
99	17	101.38887
21	3	.00000
21	39	61.96304
21	43	125.24699
35	39	.00000
35	41	51.31384
35	13	134.49199
35	37	188.37102
35	47	243.41476
35	45	309.99069
35	43	345.99115
37	99	.00000
37	47	65.12256
37	35	131.15070
37	13	177.92787
37	15	247.78462
37	17	335.73796
39	3	.00000
39	5	32.27266
39	97	94.31226
39	41	156.26013
39	35	216.27525
39	45	246.53881
39	43	290.54598
39	21	324.15292
41	35	.00000
41	39	88.67090
41	97	149.23174
41	9	200.22230
41	11	269.91718
41	13	353.65053
43	21	.00000
43	39	103.10931
43	35	174.82941
43	45	200.27028
45	43	.00000
45	39	58.83145
45	35	138.55899
45	47	232.76655
47	45	.00000
47	35	39.21680
47	37	118.14498
47	99	202.96761

Distances

3	5	15822.239
3	39	32261.556
3	21	36246.974
5	97	25458.954
5	39	30444.001
97	9	24726.489
97	41	21101.614
97	39	20783.880
97	11	34764.404
9	11	31011.286
9	41	34227.708
11	13	31515.025
11	41	21700.165
13	15	22989.724
13	37	22320.017
13	47	35874.626
13	35	19982.290
13	41	28987.224
15	17	29540.111
15	37	21750.794
17	99	28727.638
17	37	24493.896
99	47	28922.263
99	37	32922.603
21	39	32339.579
35	41	26856.704
35	37	29804.099
35	47	27132.861
35	45	15742.446
35	43	33263.525
35	39	32666.923
37	47	23978.044
39	41	23948.982
39	45	33973.462
39	43	27140.943
43	45	21680.286
45	47	23575.970

EPOCH 2-B

Approximate values of the coordinates

3	3710.0	91680.0
5	15980.0	81690.0
11	15600.0	21600.0
13	-15350.0	15660.0
15	-18220.0	-7150.0
17	-46450.0	-15850.0
21	-31170.0	81820.0
35	-24130.0	33610.0
37	-35500.0	6060.0
39	-6390.0	61040.0
41	2240.0	38700.0
43	-33140.0	65630.0
45	-35850.0	44120.0
47	-49930.0	25210.0
9	35870.0	45070.0
97	13851.0	56320.5
99	-68265.0	2842.0

Directions

3	5	.00000
3	39	76.76935
3	21	138.95908
5	97	.00000
5	39	47.21338
5	3	138.17146
97	9	.00000
97	41	107.02045
97	39	184.51213
97	5	275.25863
9	11	.00000
9	41	42.73200
9	97	84.72051
11	13	.00000
11	41	69.84937
11	9	157.42272
13	15	.00000
13	37	63.72704
13	35	163.07073
13	41	233.54301
13	11	279.96005
15	17	.00000
15	37	60.58374
15	13	127.00016
17	99	.00000
17	37	84.40362
17	15	135.86689
99	47	.00000
99	37	50.05472
99	17	101.38886
21	3	.00000
21	39	61.96339
21	43	125.24734
35	39	.00000
35	41	51.31384
35	13	134.49198
35	37	188.37101
35	47	243.41484
35	45	309.99121
35	43	345.99093
37	99	.00000
37	47	65.12256
37	35	131.15067
37	13	177.92786
37	15	247.78464
37	17	335.73795
39	3	.00000
39	5	32.27292
39	97	94.31252
39	41	156.26039
39	35	216.27551
39	45	246.53885
39	43	290.54637
39	21	324.15332
41	35	.00000
41	39	88.67090
41	97	149.23182
41	9	200.22239
41	11	269.91726
41	13	353.65060
43	21	.00000
43	39	103.10931
43	35	174.82942
43	45	200.27009
45	43	.00000
45	39	58.83174
45	35	138.55971
45	47	232.76674
47	45	.00000
47	35	39.21680
47	37	118.14499
47	99	202.96762

Distances

3	5	15822.417
3	39	32261.706
3	21	36246.948
5	97	25458.956
5	39	30444.003
97	9	24726.491
97	41	21101.616
97	39	20783.881
97	11	34764.405
9	11	31011.288
9	41	34227.710
11	13	31515.026
11	41	21700.167
13	15	22989.776
13	37	22320.018
13	47	35874.628
13	35	19982.292
13	41	28987.225
15	17	29540.151
15	37	21750.881
17	99	28727.639
17	37	24493.897
99	47	28922.264
99	37	32922.604
21	39	32339.581
35	41	26856.706
35	37	29804.100
35	47	27132.862
35	45	15742.456
35	43	33263.526
35	39	32666.924
37	47	23978.046
39	41	23948.983
39	45	33973.346
39	43	27140.944
43	45	21680.178
45	47	23576.100

EPOCH 3-A

Approximate values of the coordinates

3	3710.0	91680.0
5	15980.0	81690.0
11	15600.0	21600.0
39	-6390.0	61040.0
41	2240.0	38700.0
13	-15350.0	15660.0
15	-18220.0	-7150.0
17	-46450.0	-15850.0
21	-31170.0	81820.0
35	-24130.0	33610.0
37	-35500.0	6060.0
43	-33140.0	65630.0
45	-35850.0	44120.0
47	-49930.0	25210.0
9	35870.0	45070.0
97	13851.0	56320.5
99	-68265.0	2842.0

Directions

3	5	.00000
3	39	76.76935
3	21	138.95883
5	97	.00000
5	39	47.21321
5	3	138.17130
97	9	.00000
97	41	107.02058
97	39	184.51286
97	5	275.25879
9	11	.00000
9	41	42.73221
9	97	84.72048
11	13	.00000
11	41	69.85010
11	9	157.42314
13	15	.00000
13	37	63.72694
13	35	163.07048
13	41	233.54271
13	11	279.95963
15	17	.00000
15	37	60.58398
15	13	127.00004
17	99	.00000
17	37	84.40371
17	15	135.86718
99	47	.00000
99	37	50.05472
99	17	101.38886
21	3	.00000
21	39	61.96330
21	43	125.24764
35	39	.00000
35	41	51.31348
35	13	134.49206
35	37	188.37110
35	47	243.41486
35	45	309.99139
35	43	345.99118
37	99	.00000
37	47	65.12256
37	35	131.15066
37	13	177.92785
37	15	247.78506
37	17	335.73794
39	3	.00000
39	5	32.27292
39	97	94.31316
39	41	156.26039
39	35	216.27544
39	45	246.53865
39	43	290.54590
39	21	324.15310
41	35	.00000
41	39	88.67139
41	97	149.23243
41	9	200.22320
41	11	269.91809
41	13	353.65096
43	21	.00000
43	39	103.10881
43	35	174.82941
43	45	200.27008
45	43	.00000
45	39	58.83149
45	35	138.55970
45	47	232.76674
47	45	.00000
47	35	39.21680
47	37	118.14498
47	99	202.96760

Distances

3	5	15822.416
3	39	32261.705
3	21	36247.076
5	97	25459.162
5	39	30444.001
97	9	24726.490
97	41	21101.404
97	39	20783.849
97	11	34764.283
9	11	31011.212
9	41	34227.591
11	13	31515.029
11	41	21700.169
13	15	22989.904
13	37	22320.017
13	47	35874.626
13	35	19982.291
13	41	28987.435
15	17	29540.041
15	37	21750.888
17	99	28727.638
17	37	24493.896
99	47	28922.263
99	37	32922.603
21	39	32339.513
35	41	26856.822
35	37	29804.099
35	47	27132.861
35	45	15742.455
35	43	33263.525
35	39	32667.134
37	47	23978.044
39	41	23948.982
39	45	33973.513
39	43	27140.986
43	45	21680.177
45	47	23576.099

EPOCH 3-B

Approximate values of the coordinates

3	3710.0	91680.0
5	15980.0	81690.0
11	15600.0	21600.0
39	-6390.0	61040.0
41	2240.0	38700.0
13	-15350.0	15660.0
15	-18220.0	-7150.0
17	-46450.0	-15850.0
21	-31170.0	81820.0
35	-24130.0	33610.0
37	-35500.0	6060.0
43	-33140.0	65630.0
45	-35850.0	44120.0
47	-49930.0	25210.0
9	35870.0	45070.0
97	13851.0	56320.5
99	-68265.0	2842.0

Directions

3	5	.00000
3	39	76.76935
3	21	138.95883
5	97	.00000
5	39	47.21321
5	3	138.17130
97	9	.00000
97	41	107.02058
97	39	184.51286
97	5	275.25879
9	11	.00000
9	41	42.73225
9	97	84.72052
11	13	.00000
11	41	69.84985
11	9	157.42334
13	15	.00000
13	37	63.72711
13	35	163.07065
13	41	233.54288
13	11	279.95967
15	17	.00000
15	37	60.58374
15	13	127.00006
17	99	.00000
17	37	84.40364
17	15	135.86691
99	47	.00000
99	37	50.05472
99	17	101.38886
21	3	.00000
21	39	61.96330
21	43	125.24765
35	39	.00000
35	41	51.31348
35	13	134.49205
35	37	188.37109
35	47	243.41495
35	45	309.99131
35	43	345.99110
37	99	.00000
37	47	65.12256
37	35	131.15075
37	13	177.92793
37	15	247.78471
37	17	335.73802
39	3	.00000
39	5	32.27292
39	97	94.31316
39	41	156.26038
39	35	216.27542
39	45	246.53864
39	43	290.54569
39	21	324.15288
41	35	.00000
41	39	88.67139
41	97	149.23240
41	9	200.22317
41	11	269.91770
41	13	353.65094
43	21	.00000
43	39	103.10881
43	35	174.82941
43	45	200.27008
45	43	.00000
45	39	58.83149
45	35	138.55970
45	47	232.76674
47	45	.00000
47	35	39.21680
47	37	118.14498
47	99	202.96760

Distances

3	5	15822.416
3	39	32261.705
3	21	36247.076
5	97	25459.162
5	39	30444.002
97	9	24726.490
97	41	21101.404
97	39	20783.850
97	11	34764.209
9	11	31011.084
9	41	34227.592
11	13	31515.143
11	41	21700.166
13	15	22989.775
13	37	22320.018
13	47	35874.627
13	35	19982.291
13	41	28987.436
15	17	29540.150
15	37	21750.881
17	99	28727.639
17	37	24493.896
99	47	28922.264
99	37	32922.603
21	39	32339.514
35	41	26856.822
35	37	29804.100
35	47	27132.861
35	45	15742.455
35	43	33263.525
35	39	32667.135
37	47	23978.045
39	41	23948.982
39	45	33973.514
39	43	27140.986
43	45	21680.178
45	47	23576.100

Zu Beginn des Seminars wurden von Herrn Kok folgende Punktveränderungen als Grundlage für die Deformationssimulation mitgeteilt:

Epoche	Station	Δx [cm]	Δy [cm]
2-A	3	+ 0.20	+ 0.02
	5	+ 0.12	+ 0.20
	11	+ 0.12	+ 0.20
	15	- 0.06	+ 0.06
	39	+ 0.12	+ 0.20
	41	+ 0.12	+ 0.20
	45	- 0.08	- 0.10
2-B	3	+ 0.12	+ 0.20
	5	+ 0.12	+ 0.20
	11	+ 0.12	+ 0.20
	39	+ 0.12	+ 0.20
	41	+ 0.12	+ 0.20
3-A	3	+ 0.20	+ 0.40
	5	+ 0.20	+ 0.40
	11	+ 0.10	+ 0.32
	15	- 0.08	- 0.12
	39	+ 0.20	+ 0.40
	41	+ 0.20	+ 0.40
3-B	3	+ 0.20	+ 0.40
	5	+ 0.20	+ 0.40
	11	+ 0.20	+ 0.40
	39	+ 0.20	+ 0.40
	41	+ 0.20	+ 0.40

Schriftenreihe

Wissenschaftlicher Studiengang Vermessungswesen

Hochschule der Bundeswehr München

Bisher erschienene Hefte:

(Die Hefte erscheinen in zwangloser Folge)

Nr. 1/78 A. Schödlbauer :

Curriculum für den wissenschaftlichen Studiengang Vermessungswesen der Hochschule der Bundeswehr München

Nr. 2/78 A. Chrzanowski and E. Dorrer :

Proceedings "Standards and Specifications for Integrated Surveying and Mapping Systems", Workshop held in Munich, 1-2 June 1977

Nr. 3/78 W. Caspary und A. Geiger :

Untersuchungen zur Leistungsfähigkeit elektronischer Neigungsmesser

Nr. 4/79 E. Baumann, W. Caspary, H. Dupraz / W. Niemeier / H. Pelzer, E. Kuntz / G. Schmitt, W. Welsch :

Seminar über Deformationsmessungen

Nr. 5/81 K. Torlegård :

Accuracy Improvement in Close Range Photogrammetry

Nr. 6/82 W. Caspary und W. Welsch :

Beiträge zur großräumigen Neutrassierung

Nr. 7/82 K. Borre and W.M. Welsch :

Proceedings "Survey Control Networks", Meeting of FIG-Study Group 5B, Aalborg, 7 - 9 July 1982

Nr. 8/82 A. Geiger :

Entwicklung und Erprobung eines Präzisionsneigungstisches zur Kalibrierung geodätischer Instrumente

Nr. 9/83 W. Welsch :

Deformationsanalysen '83